

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы

\_\_\_\_\_ О.Л.Бозиев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФим

\_\_\_\_\_ Б.И. Кунижев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Алгебра, геометрия и топология»**

Направление подготовки

**09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

Профиль

Автоматизированные системы обработки информации и управления

Квалификация (степень) выпускника  
бакалавр

Форма обучения  
очная

Нальчик 2020

Рабочая программа дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» /сост.  
А.Х. Журтов – Нальчик: КБГУ, 2020 г.– 46 с.

Рабочая программа «Алгебра, геометрия и топология» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника в 1 семестре.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» января 2016г. № 5 (зарегистрировано в Минюсте России «09» февраля 2016г. №41030).

---

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| 1. Цель и задачи освоения дисциплины .....  | 4  |
| 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....   | 5  |
| 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины. ....  | 5  |
| 4. Содержание и структура дисциплины.....   | 6  |
| 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....              | 11 |
| 6.Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности..... | 32 |
| 7.Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....  | 34 |
| 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....   | 41 |
| 9. Лист переутверждения рабочей программы дисциплины.....   | 43 |
| Приложение 1.....   | 44 |
| Приложение 2.....   | 45 |

## **1. Цель и задачи освоения дисциплины**

Одной из центральных дисциплин математики является алгебра и ее приложения. Ее элементы изучаются, начиная со школьного курса математики кончая программой вуза. Главными целями дисциплины «Алгебра, геометрия и топология», преподаваемой на первом курсе, является первоначальное изучение основных алгебраических структур и дальнейшее формирование у студента – алгебраического абстрактного мышления, так необходимого в связи с происходящей математизацией всех отраслей знания.

При изучении на первом курсе дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» закладываются и развиваются основы таких абстрактных разделов как теория групп, колец, полей и векторных пространств. Студент должен знать основные методы формализации, алгоритмизации и реализации численных, математических моделей; должен владеть математическими методами анализа и синтеза оптимизационных систем. Решению указанных проблем способствует дисциплина «Алгебра, геометрия и топология».

### ***Цели дисциплины:***

- получение базовых знаний по алгебре: определители, матричная алгебра и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства и линейные операторы, основные структуры современной алгебры, билинейные и квадратичные формы;
- получение знаний по геометрии;
- формирование умений и навыков по использованию логического аппарата в процессе обучения;
- получение представления о проблемах обоснования математики;
- развитие логического мышления;
- формирование исследовательских умений общенаучного, специализированного математического и методического характера;
- формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы.

### ***Задачи дисциплины:***

- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических и дисциплин;
- усвоение студентами основного теоретического материала курса;
- владение абстрактными приемами построения алгебраических структур с заданной системой операций;
- владение алгеброй матриц;
- свободное общение студентов с линейными пространствами и их преобразованиями;
- владение знаниями по квадратичным формам;
- знание теории кривых и поверхностей второго порядка;
- усвоение студентами простейших задач аналитической геометрии;
- сформировать умения применять полученные знания для решения алгебраических и геометрических задач;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;

- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области алгебры и сопряженных с ней областях знаний.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Алгебра, геометрия и топология» является дисциплиной базовой части Блока 1 (Б1.Б.09.02) модуль «Математика» основной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника. Ее включение в учебный план с первого семестра первого курса определяется тем фактором, что с курса высшей алгебры и аналитической геометрии начинается математическое образование по другим дисциплинам.

## 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Автоматизированные системы обработки информации и управления» дисциплина «Алгебра, геометрия и топология» направлена на формирование следующей *общепрофессиональной компетенции* (ОПК) в соответствии ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (квалификация (степень) «бакалавр»):

- способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (**ОПК-5**).

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** основные понятия и результаты по алгебре (теория матриц, системы линейных уравнений, линейные пространства и линейные преобразования, собственные векторы и собственные значения, квадратичные формы, основы теории групп и колец); простейшие понятия аналитической и дифференциальной геометрии (векторы и операции над ними, скалярное и векторное произведение векторов, прямая линия на плоскости и в пространстве, плоскость в пространстве, нормаль и бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой).

**Уметь:** решать системы линейных уравнений, вычислять определители, канонический вид матриц линейных операторов, проводить операции над матрицами и находить их ранг, решать задачи аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, классифицировать алгебраические структуры, вычислять базис и размерность линейного пространства, проводить операции над линейными подпространствами, находить канонический и нормальный вид квадратичных форм, находить собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, вычислять кривизну и кручение кривых.

**Владеть:** методами линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа для изучения геометрических свойств фигур на плоскости и в пространстве, аппаратом теории кривых и поверхностей.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание дисциплины «Алгебра, геометрия и топология», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

| № п/п            | Наименование раздела   | Содержание раздела  | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Форма текущего контроля |
|------------------|--|---|---|-------------------------|
| 1                | 2  | 3   | 4   | 5                       |
| <b>1 семестр</b> |  |   |   |                         |
| 1                | Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями. | Бинарная алгебраическая операция. Группы, кольца, поля и их свойства.   | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |
| 2                | Теория матриц. Перестановки и подстановки.                     | Матрицы. Операции над матрицами. Свойства. Определение перестановки. Теорема о числе перестановок. Четность перестановки. Инверсия и транспозиция в перестановках. Определение подстановки. Умножение подстановок и ее свойства. Декремент. | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |
| 3                | Системы линейных уравнений (СЛУ) и методы их решения.          | Классификация СЛУ. Метод Гаусса. Системы крамеровского типа. Формула Крамера.   | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |
| 4                | Теория определителей.  | Определители: определение, свойства и методы вычисления. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица.  | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |
| 5                | Линейная зависимость. Исследование СЛУ.                        | Линейно зависимая и линейно независимая совокупность строк (столбцов). Ранг матрицы. Теорема. Методы вычисления ранга матрицы. Общая схема исследования систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капели.                                | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |
| 6                | Векторная алгебра.   | Системы координат. Векторы, операции над ними. Система векторов. Линейная зависимость. Ранг и базис системы векторов. Скалярное, векторное и  | ОПК-5   | К, КР, РК, Т, УО        |

|    |  |  |       |                  |
|----|--|--|-------|------------------|
|    |  | смешанное произведение векторов.   |       |                  |
| 7  | Линейное пространство и линейное преобразование векторных пространств. | Линейное (векторное) пространство. Базис и размерность. Операции над подпространствами. Евклидово пространство. Ортогональные и ортонормированные базисы. Матрица линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.   | ОПК-5 | К, КР, РК, Т, УО |
| 8  | Квадратичные формы.  | Квадратичные формы, ранг и матрица. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа. Положительно определенные квадратичные формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра.  | ОПК-5 | К, КР, РК, Т, УО |
| 9  | Прямая и плоскость в пространстве.                                     | Деление отрезка в данном отношении. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых. Уравнение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве. | ОПК-5 | К, КР, РК, Т, УО |
| 10 | Линии и поверхности второго порядка                                    | Эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения, вывод. Общее уравнение. Классификация ПВП.  | ОПК-5 | К, КР, РК, Т, УО |
| 11 | Элементы топологии.  | Плоские и пространственные кривые. Нормаль, бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой. Элементы топологии.   | ОПК-5 | К, КР, РК, Т, УО |

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: выполнение контрольной работы (КР), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), устный опрос (УО).

На изучение курса отводится 108 часов (3 з.е.), из них: контактная работа 34 ч., в том числе лекционных – 17 часов; практических (семинарских) – 17 часов; самостоятельная работа студента 47 часа; завершается экзаменом (27 часов).

## Структура дисциплины

Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.ед.(108 часов)

| Вид работы  | Трудоемкость, часов / зачетных единиц |                         |
|---|---------------------------------------|-------------------------|
|   | I семестр                             | всего                   |
| <b>Общая трудоемкость (в часах)</b>                                     | <b>108</b>                            | <b>108</b>              |
| <b>Контактная работа (в часах):</b>                                     | <b>34</b>                             | <b>34</b>               |
| <i>Лекционные занятия (Л)</i>   | <i>17</i>                             | <i>17</i>               |
| <i>Практические занятия (ПЗ)</i>  | <i>17</i>                             | <i>17</i>               |
| <i>Семинарские занятия (СЗ)</i>   | <i>Не предусмотрены</i>               | <i>Не предусмотрены</i> |
| <i>Лабораторные работы (ЛР)</i>   | <i>Не предусмотрены</i>               | <i>Не предусмотрены</i> |
| <b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b> | <b>47</b>                             | <b>47</b>               |
| Расчетно-графическое задание  | <i>Не предусмотрены</i>               | <i>Не предусмотрены</i> |
| Реферат (Р)   | <i>Не предусмотрены</i>               | <i>Не предусмотрены</i> |
| Эссе (Э)  | <i>Не предусмотрены</i>               | <i>Не предусмотрены</i> |
| Контрольная работа (КР)   | 12                                    | 12                      |
| Самостоятельное изучение разделов                                       | 35                                    | 35                      |
| Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)                              | <i>Не предусмотрена</i>               | <i>Не предусмотрена</i> |
| Подготовка и прохождение промежуточной аттестации                       | <b>27</b>                             | <b>27</b>               |
| <b>Вид промежуточной аттестации</b>                                     | <b>Экзамен</b>                        | <b>Экзамен</b>          |

Таблица 3. Лекционные занятия

| №<br>п/п         | Тема  |
|------------------|---|
| <b>1 семестр</b> |   |
| 1                | Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями.<br><i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать определения понятий группы, подгруппы, абелевой группы, кольца, делителей нуля в кольце, поля и характеристики поля. Привести примеры.  |
| 2                | Теория матриц. Перестановки и подстановки.<br><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить матрицы и операции над ними, обратная матриц.. Обозначить свойства, которыми обладают операции над матрицами. Дать определения понятий перестановка, подстановка, инверсия в перестановке, транспозиция, четность, умножение подстановок, декремент, циклическая подстановка. Научить решать примеры по данной теме. |
| 3                | Системы линейных уравнений (СЛУ) и методы их решения.<br><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить метод Гаусса и формулы Крамера для нахождения решения системы. Рассмотреть матричный метод решения систем.  |
| 4                | Теория определителей.<br><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие определителя $n$ -го порядка, миноры и алгебраические дополнения. Изучить свойства определителя. Рассмотреть методы вычисления определителей высших степеней. Показать на примере.   |



|    |  |
|----|--|
| 5  | <p>Линейная зависимость. Исследование СЛУ.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить критерий совместности СЛУ (теорема Кронекера-Капелли), однородные СЛУ и фундаментальную систему решений однородной СЛУ, а также схему исследования систем. Сформулировать и доказать теорему о числе решений ФСР</p>  |
| 6  | <p>Векторная алгебра.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия векторы и операции над ними, коллинеарные и компланарные вектора, равные векторы и длина вектора. Ввести понятия скалярного, векторного и смешанного произведения векторов и его свойства. Вывести формулу для нахождения скалярного, векторного и смешанного произведения векторов в координатной форме. Ввести понятие правой тройки.</p>        |
| 7  | <p>Линейное пространство и линейное преобразование векторных пространств.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать определение линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства, линейного преобразования, операции над линейными пространствами и операторами, ортогональный и ортонормированный вектор и базис. Дать теорию Евклидова пространства.</p>   |
| 8  | <p>Квадратичные формы.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать определение понятия квадратичной формы, ее канонический и нормальный вид. Научить приводить систему векторов к главным осям и решать задания по данной теме.</p>   |
| 9  | <p>Прямая и плоскость в пространстве.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить различные виды уравнения прямой на плоскости и плоскости в пространстве, а также отклонение точки от прямой и от плоскости. Вывести условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости и плоскостей в пространстве, угол между прямыми в пространстве и плоскостями, а также условия параллельности и перпендикулярности.</p> |
| 10 | <p>Линии и поверхности второго порядка.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить КВП и ПВП, их инварианты и типы. Научить приводить КВП и ПВП к каноническому виду.</p>   |
| 11 | <p>Элементы топологии.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести основные положения теории топологии, а именно плоские и пространственные кривые, Нормаль, бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой. Элементы топологии.</p>   |

Таблица 4. Практические занятия

| №<br>п/п         | Тема  |
|------------------|---|
| <b>1 семестр</b> |   |
| 1                | Определитель 2-го и 3-го порядков.                                |
| 2                | Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.               |
| 3                | Перестановки. Четность. Инверсия. Транспозиция в перестановке.    |
| 4                | Подстановки. Четность. Умножение подстановок. Свойства. Декремент |

|       |  |
|-------|--|
| 5-6   | Методы решения СЛУ: метод Гаусса, формулы Крамера.   |
| 7-8   | Определитель $n$ -го порядка. Свойства. Миноры и алгебраические дополнения.                                |
| 9-10  | Методы вычисления определителей высших порядков.   |
| 11    | Обратная матрица и способы ее нахождения.  |
| 12    | Матричный способ решения систем линейных уравнений.  |
| 13    | Линейная зависимость совокупности строк (столбцов).  |
| 14    | Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.   |
| 15    | Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.   |
| 16-17 | Однородные системы. Фундаментальная система решений (ФСР).   |
| 18    | Векторы и операции над ними. Линейная зависимость. Свойства.   |
| 19    | Ранг и базис системы векторов.   |
| 20    | Скалярное произведение векторов.   |
| 21-22 | Векторное и смешанное произведение векторов.   |
| 23-24 | Линейное арифметическое пространство. Линейное (векторное) пространство. Базис и размерность.              |
| 25    | Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана.                                    |
| 26    | Евклидово пространство. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации.                 |
| 27-28 | Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.          |
| 29    | Плоскость в пространстве. Различные уравнения плоскости.   |
| 30    | Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.                            |
| 31    | Прямая в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой. |
| 32-33 | Окружность, эллипс, парабола и гипербола. Каноническое уравнение, эксцентриситет, директрисы и фокусы.     |
| 34    | Поверхности второго порядка (ПВП). Общее уравнение. Некоторые виды ПВП.                                    |

Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине (модулю) – не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины.

| №<br>п/п | Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение  |
|----------|---|
| 1.       | Линейное преобразование векторных пространств. Матрица линейного преобразования.                                      |
| 2.       | Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.  |
| 3.       | Квадратичные формы, ранг и матрица. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа. |

|    |  |
|----|--|
| 4. | Положительно определенные квадратичные формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра.  |
| 5. | Бинарная алгебраическая операция. Группы, кольца, поля и их свойства.  |
| 6. | Плоские и пространственные кривые. Нормаль, бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой. Элементы топологии.   |
| 7. | Свойства решений однородных систем. Связь между решениями однородных и неоднородных систем.  |
| 8. | Три основные задачи аналитической геометрии на плоскости: деление отрезка в данном отношении, расстояние между двумя точками, уравнение прямой проходящей через две точки. |

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.**

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль успеваемости* – контроль, определяющий качество, глубину, объем усвоения знаний каждого раздела. Осуществляется преподавателем в ходе повседневной учебной работы и обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины. Формы проведения текущего контроля: проверка выполнения домашних заданий; проведение контрольных и тестовых работ с целью проверки практических умений по отдельным темам; ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» (контролируемая компетенция ОПК-5)**

#### **Тема 1. Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями.**

1. Бинарная алгебраическая операция. Группы.
2. Кольцо, подкольцо. Делители нуля в кольце.
3. Поля и их свойства Характеристика поля.

#### **Тема 2. Теория матриц. Перестановки и подстановки.**

4. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.
5. Определение перестановки. Теорема о числе перестановок. Четность перестановки. Инверсия и транспозиция в перестановках.

6. Определение подстановки. Умножение подстановок и ее свойства. Декремент.

### **Тема 3. Системы линейных уравнений (СЛУ) и методы их решения.**

7. Классификация СЛУ. Метод Гаусса.
8. Системы крамеровского типа. Формула Крамера.

### **Тема 4. Теория определителей.**

9. Определители: определение, свойства и методы вычисления.
10. Миноры и алгебраические дополнения.
11. Теорема Лапласа.
12. Теорема об определителе произведения матриц.
13. Обратная матрица. Условие ее существования и метод нахождения.

### **Тема 5. Линейная зависимость. Исследование СЛУ.**

14. Линейно зависимая и линейно независимая совокупность строк (столбцов). Свойства.
15. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
16. Общая схема исследования систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капели.
17. Однородные системы. Свойства решения однородных систем. Фундаментальная система решений (ФСР)

### **Тема 6. Векторная алгебра.**

18. Системы координат. Векторы, операции над ними. Свойства операций.
19. Линейная зависимость. Свойства.
20. Ранг и базис системы векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
22. Скалярное, векторное и смешанное произведение в координатной форме.

### **Тема 7. Линейное пространство и линейное преобразование векторных пространств.**

23. Линейное (векторное) пространство. Базис и размерность линейного пространства.
24. Подпространства. Операции над подпространствами. Формула Грассмана.
25. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.
26. Ортогональные и ортонормированные базисы.
27. Матрица линейного преобразования. Операции над линейными преобразованиями.
28. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования.

### **Тема 8. Квадратичные формы.**

29. Квадратичные формы, ранг и матрица.
30. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа.
31. Положительно определенные квадратичные формы.
32. Закон инерции. Критерий Сильвестра.

### **Тема 9. Прямая и плоскость в пространстве.**

33. Деление отрезка в данном отношении. Прямая на плоскости.
34. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
35. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.
36. Уравнение прямой и плоскости в пространстве.
37. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве.

### **Тема 10. Линии и поверхности второго порядка**

38. Эллипс: каноническое уравнение, эксцентриситет, директриса.  
39. Гипербола и парабола и их канонические уравнения, вывод. Фокальный радиус, эксцентриситет, асимптота.  
40. Классификация ПВП.

#### **Тема 11. Элементы топологии.**

41. Плоские и пространственные кривые.  
42. Нормаль, бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой.  
43. Элементы топологии.

#### **Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося. Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале (за 1 занятие):***

**2 балла** ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**1 балл** ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

**0 баллов** ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

#### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемая компетенция ОПК-5)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Алгебра, геометрия и топология».

#### **Задачи**

#### **Тема 1. Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями.**

1. Какую алгебраическую структуру образует множество натуральных чисел относительно операции сложения?
2. Какую алгебраическую структуру образует множество целых относительно двух операции сложения и умножения  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ?

3. Какие из арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление) являются бинарными операциями на множестве  $N$  и на множестве  $Z$ ?
4. Является ли бинарной операцией:
  - в) сложение на множестве нечетных чисел;
  - г) нахождение десятичных логарифмов на множестве;
  - д) нахождение среднего геометрического двух чисел на множестве;
5. Являются ли действие, выполняемое по формуле  $a \circ b = (a + b)^2$  бинарной операцией на множестве  $Q$ , и если являются, то почему?
6. Являются ли алгебраической системой множество чисел вида относительно: а) сложения; б) вычитания; в) умножения?
7. Является ли алгебраической системой множество радиусов-векторов, исходящих из начала декартовой системы координат и расположенных в первой четверти координатной плоскости, с операцией: а) сложение векторов; б) вычитание векторов?
8. Является ли бинарной операцией умножение на множестве иррациональных чисел и сложение на множестве четных чисел;
9. Какие из арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление) являются бинарными операциями на множестве  $\{1, 0, -1\}$ ;
10. Какую алгебраическую структуру образует множество квадратных матриц с вещественными элементами относительно операций сложения и умножения?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: бинарная алгебраическая операция, группоид, полугруппа, моноид, группа, абелева группа, кольцо, поле, делители нуля в кольце, характеристика поля и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 1.

## **Тема 2. Теория матриц. Перестановки и подстановки.**

1. Найти значение матричного многочлена

$$f(A): f(x) = 3x^2 + 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить  $5A - 3B + 2C$ ,

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти произведение матриц  $ABC$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

5. Найти подстановку  $X$  из равенства  $AXB = C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 7 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Определить число инверсий в перестановке 1, 9, 6, 3, 2, 5, 4, 7, 8.

7. Найти обратную для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

8. Определить четность подстановки  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ .

9. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

10. В следующих подстановках перейти от записи в циклах к записи двумя строками:

а)  $(1 \ 5)(2 \ 3 \ 4)$ . б)  $(7 \ 5 \ 3 \ 1)(2 \ 4 \ 6)(8)(9)$ . в)  
 $(1 \ 2)(3 \ 4) \dots (2n - 1 \ 2n)$ .

#### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: перестановка, инверсия, транспозиция, подстановка, четность подстановки, умножения подстановок, свойства умножения, матрицы и операции над ними, свойства операций и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 2.

### **Тема 3. Системы линейных уравнений (СЛУ) и методы их решения.**

1. Решить системы по формулам Крамера  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$

2. Решить систему методом Гаусса  $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$

3. Является ли данная система  $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$  системой крамеровского типа?

4. При каком значении  $a$  система  $\begin{cases} 2x + ay = -2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$  не решается по правилу Крамера?

5. Найти решение системы  $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$ .

6. Решить систему линейных уравнений третьего порядка матричным методом

$$\begin{cases} x + y - z = 0, \\ 3x + 2y + z = 5, \\ 4x - y + 5z = 3. \end{cases}$$

7. Проверить, является ли набор  $\{0,3\}$  решением системы

$$\begin{cases} 3x - 2y = -6 \\ 5x + y = 3 \end{cases}$$

8. Систему  $\begin{cases} x - y + z - 4t = 0 \\ 5x + y + t = -11 \end{cases}$  записать в матричной форме и выписать все матрицы, которые ей соответствуют.

9. Записать матрицу и расширенную матрицу системы

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 = 5 \end{cases}$$

10. Решить с помощью обратной матрицы систему

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: СЛУ, классификация систем, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы, система крамеровского типа, формула Крамера, метод Гаусса и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 3.

#### Тема 4. Теория определителей.

1. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$ .

3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} x & a & b & 0 & c \\ 0 & y & 0 & 0 & d \\ 0 & e & z & 0 & f \\ g & h & k & u & l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{vmatrix}$ .

4. Выбрать значения  $i$  и  $k$  так, чтобы произведение  $a_{62}a_{i5}a_{33}a_{k4}a_{46}a_{21}$  входило в определитель 6-го порядка со знаком минус.

5. Вычислить определитель 3-го порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ b & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

6. Найти алгебраическое дополнение к элементу  $a_{12}$  в определителе  $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ b & 5 & c \end{vmatrix}$ .



7. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 4 & -2 \\ -1 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 9 & 27 & 6 & 10 & -9 \\ 3 & 9 & 6 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 2 & 8 & -1 \end{vmatrix}$ .
8. Решить уравнение  $\begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = -6$ .
9. С каким знаком входит в определитель порядка  $n$  произведение элементов главной диагонали? Произведение элементов побочной диагонали?
10. Найти члены определителя 4-го порядка, содержащие элемент  $a_{32}$  и входящий в определитель со знаком плюс.

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: определитель, методы вычисления определителя, минор к элементу, минор  $k$ -го порядка, алгебраическое дополнение, дополнительный минор, обратная матрица, вырожденная и невырожденная матрица, базисный минор, условие существования обратной матрицы и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 4.

#### **Тема 5. Линейная зависимость. Исследование СЛУ.**

1. При каких значениях  $\lambda$  матрица  $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$  имеет ранг равный 1.
2. Исследовать совместность  $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12. \end{cases}$
3. Найти ФСР для системы  $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$
4. Найти ранг матрицы с помощью элементарных преобразований:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}$ .
5. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .
6. Найти число решений ФСР для системы  $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$
7. Найти условия, необходимые и достаточные для того, чтобы в любом решении совместной системы линейных уравнений  $k$ -е неизвестное было равно нулю.
8. Исследовать системы уравнений и найти общее решение в зависимости от значений, входящих в коэффициенты параметров:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1, \\ x + by + z = 1, \\ x + y + cz = 1. \end{cases}$$

9. Являются ли вектора  $a_1=(1,-2,3)$   $a_2=(2,-1,4)$   $a_3=(4,-5,10)$  линейно зависимыми?

10. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\vec{a}=(1/\sqrt{2}, 0, -1/\sqrt{2})$  и  $\vec{b}=(1/3, x, y)$  ортонормированны?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: линейная зависимость строк, свойства линейной зависимости, ранг матрицы, методы вычисления ранга, исследования систем, условие совместности СЛУ, однородная система, свойства решения однородных систем, фундаментальная система решения (ФСР) и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 5.

## Тема 6. Векторная алгебра.

1. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны; вектор  $\vec{c}$  образует с ними углы, равные  $\frac{\pi}{3}$ .  
Зная, что  $|\vec{a}|=3ed$ ,  $|\vec{b}|=5ed$ ,  $|\vec{c}|=8ed$ , вычислить  $(3\vec{a}-2\vec{b}, \vec{b}+3\vec{c})$ .
2. Дано:  $|\vec{a}|=1$  и  $|\vec{b}|=2$   $\varphi=2\pi/3$ . Найти  $|\vec{a}, \vec{b}|$ ,  $|\vec{a}+2\vec{b}, -\vec{a}+3\vec{b}|$ .
3. Найти координаты вектора  $\vec{x}=(2,3)$  в заданном базисе  $e_1, e_2$ , если  $e_1=(1,1)$ ,  $e_2=(1,2)$
4. Разложить вектор  $\vec{a}=(5,2,-1)$  по единичным векторам
5. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi=\frac{\pi}{2}$ . Зная, что  $|\vec{a}|=6$ ,  $|\vec{b}|=5$  вычислить  $[3\vec{a}-\vec{b}, \vec{a}-2\vec{b}]$ .
6. Докажите, что векторы  $\vec{a}(10,11,2)$  и  $\vec{b}(10,-10,5)$  отложенные из одной точки, можно взять в качестве ребер куба, и найдите третье ребро куба, исходящее из этой же точки.
7. Даны координаты вершин треугольной пирамиды  $SABC$ :  $A(4,0,1)$ ,  $B(5,-1,1)$ ,  $C(4,7,-5)$ ,  $S(7,5,2)$ . Найти объем пирамиды, площадь основания  $ABC$  и высоту.
8. Определить точку  $N$ , с которой совпадает конец вектора  $\vec{a}=(3;-1;4)$ , если его начало совпадает с точкой  $M(1;2;3)$ .
9. Даны два вектора  $\vec{a}=(3;-2;6)$  и  $\vec{b}=(-2;1;0)$ . Определить проекции на координатные оси следующих векторов: 1)  $\vec{a}+\vec{b}$ , 2)  $\vec{a}-\vec{b}$ .
10. Дано разложение вектора  $\vec{c}$  по базису  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ :  $\vec{c}=16\vec{i}-15\vec{j}+12\vec{k}$ . Определить разложение по этому же базису вектора  $\vec{a}$ , параллельного вектору  $\vec{c}$  и противоположного с ним направления, при условии, что  $|\vec{a}|=75$ .

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: векторы и операции над ними, равные вектора, коллинеарные и компланарные

вектора, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и их свойства, разложение вектора по базису и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 6.

### Тема 7. Линейное пространство и линейное преобразование векторных пространств.

1. Найти размерность и базис линейного подпространства, натянутого на систему векторов

$$a_1 = (1,1,1), a_2 = (1,1,2), a_3 = (1,2,3)$$

2. Найти координаты вектора  $x = (6,12)$  в заданном базисе  $e_1, e_2$ , если  $e_1 = (2,1), e_2 = (3,2)$ .

3. В базисе  $e_1, e_2, e_3$  3-х мерного линейного пространства линейное преобразование  $\varphi$

задается матрицей  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти  $a\varphi$ , если  $\bar{a} = 2e_1 + e_2 - e_3$ .

4. Найти матрицу перехода от базиса  $\bar{e}_1 = (1,0,0), \bar{e}_2 = (1,-1,0), \bar{e}_3 = (-1,1,-1)$  к базису  $\bar{e}_1' = (1,2,-1), \bar{e}_2' = (1,-1,0), \bar{e}_3' = (1,0,0)$ .

5. Пусть  $V$ -пространство, натянутое на систему векторов  $a_1 = (1,0,0,-1), a_2 = (2,1,1,0), a_3 = (1,1,1,1), a_4 = (1,2,3,4), a_5 = (0,1,2,\lambda)$ . При каком значении  $\lambda$  подпространство  $V$  имеет размерность  $d=3$ .

6. Найти размерность суммы и размерность пересечения подпространства  $L_1$ , натянутого на векторы  $a_1 = (1,2,0,1), a_2 = (1,1,1,0)$  и  $L_2$ , натянутого на векторы  $b_1 = (1,0,1,0), b_2 = (1,3,0,1)$ .

7. Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ .

8. Линейное преобразование задано в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти собственный вектор, если собственное значение  $\lambda = -1$ .

9. Определить ортогональный вектор для вектора  $(1,-2,2,-3)$ .

10. Применяя процесс ортогонализации построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов  $a_1 = (2,1,3,-1), a_2 = (1,1,-6,0)$ .

#### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: линейное пространство и линейный оператор, ортогональный и ортонормированный базис, евклидово пространство, матрица линейного преобразования, ортогональные векторы, собственные векторы и собственные значения линейного преобразования и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 7.

## Тема 8. Квадратичные формы.

1. При каких значениях  $\lambda$ , квадратичная форма  $f = 2x_2x_3 + 4x_1x_3 - \lambda x_2^2 + 3x_3^2 - x_1^2$  положительно определена.
2. Составить матрицу квадратичной формы  $f = 2x_2x_3 - 4x_1x_3 + x_2^2 + 3x_3^2$ .
3. Найти ранг квадратичной формы  $f = x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 8x_1x_3 + 10x_2x_3 + 7x_3^2$ .
4. Привести к каноническому виду квадратичную форму  $f = x_1^2 - 6x_1x_2 - x_2^2$ .
5. Найти линейное преобразование, приводящее квадратичную форму  $f = x_1x_2 - x_3^2$  к нормальному виду  $f = y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$ .
6. Дана квадратичная форма  $f = -x_1^2 - x_2^2 + x_3^2$ . Определить положительный и отрицательный индексы инерции, а также сигнатуру этой формы.
7. Привести квадратичную форму к главным осям  $f = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ .
8. Составить матрицу квадратичной формы  $3x_2 - 10xy + 8y_2$  и найти ее собственные числа.
9. Указать преобразование координат, приводящее квадратичную форму  $8x_2 - 12xy + 12y_2$  к каноническому виду/
10. Привести к каноническому виду квадратичную форму  $5x_2 - 12xy$ .

### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: квадратичная форма, нормальный и канонический вид квадратичной формы, ранг квадратичной формы, невырожденное линейное преобразование, положительный и отрицательный индекс инерции, сигнатура, закон инерции, критерий Сильвестра и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 8.

## Тема 9. Прямая и плоскость в пространстве.

1. Определить угол между прямыми  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{-2}$  и  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-2}$ .
2. Найти нормальное уравнение плоскости  $6x - 7y + 6z - 33 = 0$ .
3. Вычислить расстояние между точками  $A(-2; -3)$  и  $B(6; 3)$ .
4. Найти координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $AM:MB = -3:2$ , если  $A(-2; 1)$  и  $B(3; 6)$ .
5. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого являются точки  $A(2; 0)$ ,  $B(5; 3)$  и  $C(2; 6)$ .
6. Найти расстояние от точки  $A(4; 3; -2)$  до плоскости  $3x - y + 5z + 1 = 0$ .
7. Найти угловой коэффициент  $K$  и отрезок  $b$ , отсекаемый по оси  $Oy$  прямой  $2x - 3y = 6$ .
8. Составить уравнения прямой, проходящей через точку  $A(-2; 5)$  перпендикулярно прямой  $2x - y = 0$ .
9. Вычислить угол между прямыми  $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$ .
10. Составить параметрические уравнения прямой  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{-2}$ .

### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: прямая на плоскости и в пространстве, различные уравнения прямой на плоскости и в пространстве, плоскость в пространстве, неполные уравнения прямой и плоскости, угол между плоскостями, угол между прямыми на плоскости и в пространстве, расстояния от точки до плоскости и до прямой и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 9.

### **Тема 10. Линии и поверхности второго порядка**

1. Найти инвариант  $J_2$  для  $x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 4y - 8 = 0$ .
2. Найти характеристические корни, если  $J_1 = 10$ ,  $J_2 = 9$ .
3. Определить тип ПВП  $x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xz + 8yz + 4x - 9y + 2 = 0$ .
4. Составить характеристическое уравнение, если  $J_1 = 5$ ,  $J_2 = -3$ ,  $J_3 = -4$ .
5. Поверхность задана уравнением  $5x^2 - 3z^2 + 6xy - 2y + 5 = 0$ . Вычислить  $J_4$ .
6. Эксцентриситет  $e$  кривой 2-го порядка  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  равен.
7. В параболе  $(y+3)^2 = 1/4(x-5)^2$  найти величину параметра  $p$  и координаты вершин.
8. На эллипсе  $24x^2 + 30y^2 = 720$  найти точки, отстоящие на расстоянии пяти единиц от его малой оси.
9. Составить уравнение КВП, проходящей через 5 точек:  
 $M_1(0,0), M_2(0,1), M_3(-1,1), M_4(1,0), M_5(2,-1)$ .
10. Определить тип поверхности  $4x^2 - 9z^2 + 2zx - 8x - 4y + 36z - 32 = 0$ .

### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: эллипс, гипербола, парабола, эксцентриситет, фокус, асимптоты гиперболы, директрисы эллипса, поверхности второго порядка, классификация ПВП и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 10.

### **Тема 11. Элементы топологии.**

1. Найдите компоненты связности и компоненты линейной связности следующих подпространств пространства вещественных  $(n \times n)$ -матриц:  
1)  $GL(n; R) = \{A \mid \det A \neq 0\}$ ; 2)  $O(n; R) = \{A \mid A^T = -A\}$ .
2. Постройте нерегулярное хаусдорфово пространство.
3. Постройте пространство, удовлетворяющее третьей аксиоме отделимости и не удовлетворяющее второй.
4. Компактно ли множество  $[1; 2) \subset R$ ?
5. Показать, что поверхность  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$  в точке  $O(0, 0, 0)$  не имеет нормали и

касательной плоскости.

6. Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали линии  $x = t \sin t, y = t \cos t, z = te^t$  в начале координат.

8. Найти длину дуги линии  $x = ct, y = c\sqrt{2} \ln t, z = \frac{c}{t}$  между точками  $t = 1, t = 10$ .

9. Найти кривизну и кручение следующих линий:

$$x = 2t, y = \ln t, z = t^2.$$

10. Показать, что сфера  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$  является гладким многообразием.

#### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: плоские и пространственные кривые, нормаль, бинормаль, кривизна и кручение плоской кривой и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 11.

#### ***Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):***

**«отлично» (3 балла)** - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

**«хорошо» (2 балла)** - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

**«удовлетворительно» (1 балл)** - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

**«неудовлетворительно» (0 баллов)** – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач

#### **5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.**

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится три таких контрольных мероприятия по графику.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать

разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

### 5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемая компетенция ОПК-5

#### Типовые варианты контрольных работ:

##### Вариант №1

1. Решить системы по формулам Крамера (если это возможно):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

2. Даны два вектора  $\vec{a} = (3, -2, 6)$  и  $\vec{b} = (-2, 1, 0)$ . Определить проекции на координатные оси следующих векторов: а)  $\vec{a} + \vec{b}$ , б)  $\vec{a} - \vec{b}$ .
3. Вычислить ранг матрицы при помощи элементарных преобразований

$$A = \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислить величину отклонения и расстояние от точки  $A(-2, -4, 3)$  до плоскости  $2x - y + 2z = 3 = 0$
5. Найти произведения матриц АВ и ВА (если это возможно)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

##### Вариант №2

1. Разложить вектор  $\vec{a} = 8\vec{i} + 10\vec{j}$  по базису  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ , если  $\vec{e}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{e}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{e}_3 = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ ,

2. Решить системы матричным способом  $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$

3. Найти эксцентриситет и директрисы эллипса:  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$

4. Перемножить подстановки  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$

5. Вычислить  $4A - 7B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 & -5 \\ -8 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$

##### Вариант № 3

1. Определить угол между двумя прямыми  $(l_1)$  и  $(l_2)$ , если

$$(l_1): 2x + 5y - 3 = 0 \quad (l_2): 5x - 2y - 6 = 0$$

- Разложить подстановку  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 7 & 5 & 3 & 8 & 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$  в виде произведения независимых циклов и вычислить декремент.
- Вычислить определитель по теореме Лапласа:  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 5 & 4 & -4 & 2 \end{vmatrix}$ .
- Найти подстановку  $X$  из равенства  $A X B = C$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
- На гиперболе  $16x^2 - 49y^2 = 784$  найти точки, которые были бы в три раза ближе к одной асимптоте, чем к другой.

#### Вариант №4

- Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(5, 4, 3)$  и отсекающей равные отрезки на осях координат.
- Найти произведение матриц  $A$  и  $B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ .
- Написать уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом  $24x^2 + 49y^2 = 1176$ , при условии, что ее эксцентриситет  $e = 1,25$ .
- Решить систему уравнений методом Гаусса:  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -11 \end{cases}$
- Дано:  $|\overrightarrow{AB}| = \vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $|\overrightarrow{BC}| = -4\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CD} = -5\vec{a} - 3\vec{b}$ . Доказать, что  $ABCD$  – трапеция

#### Вариант №5

- Дана матрица  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти присоединенную матрицу.
- На гиперболе  $144x^2 - 169y^2 = 24336$  найти точки, для которой фокальные радиус-векторы перпендикулярны друг к другу.
- Найти координаты вершин параболы и величину параметра  $p$ , если  $2x^2 - 4x + 2y - 3 = 0$
- Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$
- Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

#### Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)

**5-4 балла** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом,



проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

**5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Алгебра, геометрия и топология» (контролируемая компетенция ОПК-5):**

**Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС -**

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=3758>

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Тестирование проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее, чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки. Оценка результатов тестирования производится компьютерной программой, результат выдается немедленно по окончании теста.

1. Найти вектор  $\bar{x}$  из уравнения  $\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 + 3\bar{a}_3 + 4\bar{x} = 0$ , где  $\bar{a}_1 = (5, -8, -1, 2)$ ,  $\bar{a}_2 = (2, -1, 4, -3)$ ,  $\bar{a}_3 = (-3, 2, -5, 4)$

☐  $\bar{x} = (0, 1, 2, 2)$  ☒  $\bar{x} = (0, 1, 2, -2)$

☐  $\bar{x} = (0, -1, 2, -2)$  ☐  $\bar{x} = (0, -1, 2, 2)$

2. Из векторов нормирован

☒  $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 0, \frac{1}{\sqrt{3}}$  ☐  $(1, 1, 1, 1)$

☐  $(1, 1, 0, 1)$  ☐  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 1, 1)$

3. Дан вектор  $\bar{a} = (3, 1, 2)$  в Е ему ортогонален вектор

☒  $(-1, -1, 2)$  ☐  $(1, 1, 2)$

☐  $(2, 1, -1)$  ☐  $(2, 1, 2)$

4. Написать уравнение прямой АВ, проходящей через точки А(3,1) и В(-1,-2)

☐  $4x+3y-4=0$  ☐  $3x+2y+1=0$

☒  $3x-4y-5=0$  ☐  $x+y-1=0$

5. Угловой коэффициент прямой, проходящей через начало координат и точку А(3,-27) равен

☐ 3 ☐ -27 ☒ -9 ☐ 1/9

6. Найти угол между прямыми  $3x-2y+12=0$  и  $4x+y-2=0$

☐  $\operatorname{tg} \varphi = 3/4$

☐  $\operatorname{tg} \varphi = -1$

☐  $\operatorname{tg} \varphi = 4/3$

☒  $\operatorname{tg} \varphi = 11/10$

7. Длина вектора АВ, если  $A(3,2)$ ,  $B(-1,-1)$  равна

☐ 13

☐  $\sqrt{5}$

☐ 4

☒ 5

8. Найти нормирующий множитель прямой  $12x-5y+1=0$

☐ -13

☐ 13

☐  $1/13$

☒  $-1/13$

9. Нормальное уравнение прямой  $3x-4y+10=0$  имеет вид

☒  $-\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 2 = 0$

☐  $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 2 = 0$

☐  $\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 2 = 0$

☐  $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 2 = 0$

10. Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(4,-5)$  параллельно прямой  $2x-3y+6=0$  имеет вид

☐  $3x-2y+2=0$

☐  $3x+2y+2=0$

☒  $3x+2y-2=0$

☐  $3x-2y-2=0$

11. Уравнением прямой, проходящей через точки  $M_1(3,-1,2)$  и  $M_2(-2,0,1)$  является

☐  $x-3y+2z-10=0$

☐  $5x+2y-3z=0$

☐  $2x+5y-z=0$

☒  $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

12. Угол между прямыми  $\frac{x-2}{11} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{10}$  и  $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{2}$  равен

☐  $\varphi = \frac{\pi}{6}$

☒  $\varphi = \arccos \frac{13}{45}$

☐  $\varphi = \arccos \frac{2}{5}$

☐  $\varphi = \arccos \frac{1}{13}$

13. Угол между прямой  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$  и плоскостью  $22x+4y+20z=0$  равен

☐  $\varphi = \arcsin \frac{44}{45}$

☐  $\varphi = \pi$

☐  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

☒  $\varphi = \arcsin \frac{8}{9}$

14. Вычислить расстояние от точки  $A(4,-1)$  до прямой  $8x-6y+2=0$

☐ 8

☒ 4

☐ 1

☐ 3

15. Каноническое уравнение эллипса имеет вид

☐  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$

☐  $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1$

$$\boxed{\checkmark} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y}{b} = 0$$

16. Для гиперболы верно

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} a > c$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} 2b > 2c$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} 2b < 2c$$

$$\boxed{\checkmark} 2a < 2c$$

17. Уравнения асимптот гиперболы имеет вид

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} y = \frac{a}{b} x$$

$$\boxed{\checkmark} y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} x = \frac{\varepsilon}{a}$$

18. Эксцентриситет  $e$  кривой 2-го порядка  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  равен

$$\boxed{\checkmark} 4/5$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} 8$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} 4$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} 5$$

19. Уравнение директрисы параболы имеет вид

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} y^2 + \frac{p}{2} = 0$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} y = -\frac{p}{2}$$

$$\boxed{\phantom{\checkmark}} x = \frac{p}{2} + 1$$

$$\boxed{\checkmark} x + \frac{p}{2} = 0$$

20. Определить число инверсий в перестановке 1,9,6,3,2,5,4,7,8

$$-: 15$$

$$-: 12$$

$$+: 13$$

$$-: 14$$

21. Число различных перестановок длины 6 равно ...

$$-: 750$$

$$+: 720$$

$$-: 360$$

$$-: 700$$

22. Декремент подстановки  $\begin{pmatrix} 137984652 \\ 231487569 \end{pmatrix}$  равен ...

$$-: 4$$

$$-: 2$$

$$+: 5$$

$$-: 3$$

23. Если в определителе строки и столбцы поменять местами, то определитель:

-: меняет знак

-: станет равным нулю

+: не изменится

-: увеличится на постоянное число

24. Вычислить  $\begin{vmatrix} 12 & 30 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

$$-: 60$$

$$+: -60$$

$$-: 180$$

$$-: 120$$

25. Вычислить  $3 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$

$$+: 11$$

$$-: -17$$

$$-: -23$$

$$-: 23$$

26. Произведение определителей  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 8 \end{vmatrix} \cdot (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$  равно:

-: 15                    -: 14                    -: 32                    +: - 16

27. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

-: - 8                    -: - 7                    -: 20                    +: -19

28. Определитель 4-го порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$  равен:

-: 14                    +: 15                    -: 0                    -: 1

29. Сколько миноров 2-го порядка содержит определитель 3-го порядка?

-: 3                    -: 6                    -: 16

30. Алгебраическим дополнением в определителе  $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ b & 5 & c \end{vmatrix}$  к элементу  $a_{12}$  будет

+ :  $-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b & c \end{vmatrix}$                     -:  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & c \end{vmatrix}$                     -:  $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ b & 5 \end{vmatrix}$                     -:  $\begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$

31. Из перечисленных матриц  $A_{2 \times 5}, B_{6 \times 7}, C_{5 \times 4}, D_{3 \times 4}, K_{6 \times 4}, N_{3 \times 7}$  можно перемножить между собой

-:  $D_{3 \times 4}$  и  $K_{6 \times 4}$                     +:  $A_{2 \times 5}$  и  $C_{5 \times 4}$                     -:  $B_{6 \times 7}$  и  $N_{3 \times 7}$                     -:  $B_{6 \times 7}$  и  $K_{6 \times 4}$

32. Рангом матрицы называется ...

-: число линейно независимых строк

-: число линейно независимых векторов

+ : максимальное число линейно независимых строк (столбцов)

-: ее порядок

33. Произведение матриц  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  равно:

+ :  $\begin{pmatrix} 13 \\ 7 \end{pmatrix}$                     -: (13 7)                    -: (7 13)                    -: (-7 -13)

34. Матрица  $A^*$  (присоединенная) к матрице  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  имеет вид:

$$-\cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad -\cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad -\cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad +\cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

35. Матрица  $A^{-1}$  обратная к заданной матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  имеет вид:

$$-\cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad -\cdot 5 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad +\cdot \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad -\cdot 5 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

### ***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале.

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 89-100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 –88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 –69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30-49 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 –29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

### ***5.2.3. Оценочные материалы для проведения коллоквиума: контролируемая компетенция ОПК-5***

Коллоквиум – собеседование преподавателя с обучающимся с целью контроля глубины усвоения теоретического материала, изучения рекомендованной литературы. Коллоквиум - это форма контроля, вид помощи обучающимся и метод стимулирования их самостоятельной работы. Коллоквиум охватывает только раздел или тему изучаемой дисциплины.

#### ***Темы коллоквиума:***

1. Бинарные алгебраические операции. Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями.
2. Перестановки. Транспозиция в перестановке. Инверсия. Четность перестановки.
3. Подстановки. Четность подстановки. Свойства подстановок. Декремент.
4. Определители  $n$ -го порядка. Свойства.
5. Миноры и алгебраические дополнения. Методы вычисления определителя  $n$ -го порядка.
6. Система линейных уравнений. Формулы Крамера и метод Гаусса.
7. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций. Обратная матрица. Условия ее существования и метод нахождения.
8. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
9. Линейные пространства. Подпространства. Базис и размерность линейного пространства.

10. Матрица перехода. Свойства.
11. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана.
12. Евклидовы пространства. Общий способ построения.
13. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского.
14. Ортогональность векторов. Ортогональные базисы. Процесс ортогонализации.
15. Линейные преобразования векторных пространств. Связь линейных преобразований с матрицами. Действия над линейными преобразованиями.
16. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.
17. Положительно-определенные квадратичные формы.
18. Характеристические матрицы. Характеристические корни. Собственные векторы. Собственные значения.
19. Векторы. Операции над векторами.
20. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Свойства.
21. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника.
22. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми.
23. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой «в отрезках».
24. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
25. Эллипс, гипербола, парабола.
26. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями.
27. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости «в отрезках».
28. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
29. Уравнение прямой в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнение прямой.
30. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
31. Общее уравнение ПВП. Классификация ПВП.
32. Кривизна и кручение плоской кривой.
33. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана.
34. Общая схема исследования СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Однородные системы. Свойства решений однородных систем. ФСР.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

*«отличный (высокий) уровень компетенции»* (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

*«хороший (нормальный) уровень компетенции»* (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

*«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции»* (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 55%;

*«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции»* (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее, чем на 40 % задач.

### 5.3. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации.*

*Целью промежуточной аттестации по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Она предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний в виде экзамена.*

Промежуточная аттестация может проводиться в устной или письменной форме. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

#### *Экзаменационные вопросы по дисциплине «Алгебра, геометрия и топология» (контролируемая компетенция ОПК-5):*

1. Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Свойства.
2. Кольцо. Свойства. Примеры.
3. Поле. Свойства. Примеры.
4. Характеристика поля. Теорема. Подполе.
5. Перестановки. Теорема о числе перестановок длины  $n$ .
6. Транспозиция в перестановке. Инверсия. Четность перестановки. Теорема.
7. Подстановки. Четность подстановки. Свойства умножения подстановок. Декремент.
8. Определители  $n$ -го порядка. Свойства
9. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
10. Разложение определителя по элементам строки. Вычисление определителя методом аннулирования элементов строки.
11. Система линейных уравнений крамеровского типа. Метод Крамера.
12. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.
13. Обратная матрица. Условия существования.
14. Теорема об определителе произведения матриц.
15. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
16. Линейные пространства. Примеры. Базис и размерность линейного пространства. Теорема о базисе.
17. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана.
18. Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского.
19. Ортогональность векторов. Ортогональные и ортонормированные базисы. Теорема существования ортогонального базиса.
20. Линейные преобразования векторных пространств. Действия над линейными преобразованиями.
21. Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы.
22. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа.
23. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
24. Характеристические матрицы. Характеристические корни.
25. Собственные векторы. Собственные значения. Теорема.
26. Векторы. Операции над векторами. Свойства операций.
27. Скалярное произведение векторов. Свойства.
28. Векторное произведение векторов. Свойства.
29. Смешанное произведение векторов. Свойства.

30. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника.
31. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми.
32. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой «в отрезках».
33. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
34. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
35. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы.
36. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
37. Плоскость в пространстве. Различные уравнения плоскости.
38. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
39. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
40. Общее уравнение ПВП. Классификация ПВП.

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

**6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода



изучения дисциплины (не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения.

–*вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» в 1 семестре является экзамен.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 2.

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

**Критерии оценки качества освоения дисциплины (Приложение )**

**Оценка «отлично»– от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знания основного (программного) материала, есть несущественные неточности при ответе на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ОПК-5 представлены в таблице 7.

Таблица 6. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

| Результаты обучения (компетенции)  | Основные показатели оценки результатов обучения  | Вид оценочного материала  |
|--|--|---|
| <b>ОПК-5</b><br>Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и | <b>Знать:</b><br>- методы сбора и обработки и хранения информации, а также основные методы формирования научного знания;<br>- классификацию языков программирования, | Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1 №№ 1-9, 15-21 и др.)<br>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3., №№1-40);<br>Оценочные материалы для проведения коллоквиума (раздел 5.2.3, |

|   |   |   |
|---|---|---|
| библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности | основные методы разработки программного обеспечения, стандарты оформления программной документации и причины нарушения компьютерной безопасности.   | №№1-20, 22-24 и др.)<br>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2, №№1-14, 20-24 и др.)<br>Оценочные материалы для самостоятельной работы (типовые задачи раздел 5.1.2., задания к теме 4-6)   |
|   | <b>Уметь:</b><br>- использовать научные и методические ресурсы сети Интернет для разработки программного обеспечения и программной документации с учетом требований информационной безопасности;<br>- составлять научные обзоры, рефераты и библиографии по тематике научных исследований;<br>- использовать информационные сервисы глобальных телекоммуникаций, базы данных, web-ресурсы, системное и программное обеспечение. | Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1 №№8-17, 20-24 и др.)<br>Оценочные материалы для самостоятельной работы (типовые задачи раздел 5.1.2., задания к теме 2-4)<br>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1, задания к варианту 1-3);<br>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2., №№10-17 и др.) |
|   | <b>Владеть:</b><br>- базовыми знаниями по защите информации на рабочем месте, в корпоративных сетях при входе в глобальные сети;<br>- навыками системного и объектно-ориентированного программирования для решения стандартных прикладных задач в проф. деятельности  | Оценочные материалы для самостоятельной работы (типовые задачи раздел 5.1.2., задания к теме 1-3);<br>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3, №№1-35)<br>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1, задания к варианту 4-5)  |

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-5).

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы

- "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 09.03.01- Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» января 2016г. № 5 (зарегистрировано в Минюсте России «09» февраля 2016г. №41030) <http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/090301.pdf>
  3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

## **7.2. Основная литература.**

4. Михалев А.А. Алгебра матриц и линейные пространства [Электронный ресурс]/ Михалев А.А., Михалев А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 145 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52180.html>.— ЭБС «IPRbooks»
5. Ледовская Е.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач [Электронный ресурс]: практикум/ Ледовская Е.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2017.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/76710.html>.— ЭБС «IPRbooks»3.
6. Шерстов С.В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Матрицы и системы уравнений [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Шерстов С.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2015.— 17 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/64171.html>.— ЭБС «IPRbooks»
7. Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гусак А.А.— Электрон. текстовые данные.— Минск: ТетраСистемс, 2011.— 265 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28035.html>. — ЭБС «IPRbooks»

## **7.3. Дополнительная литература**

8. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Елькин А.Г.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2018.— 95 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>.— ЭБС «IPRbooks»
9. Бобылева Т.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Бобылева Т.Н., Кирьянова Л.В., Титова Т.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: МИСИ-МГСУ, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018.— 144 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80626.html>.— ЭБС «IPRbooks»
10. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Емельянова Т.В., Кольчатов А.М.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018г., 184с. <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>.— ЭБС «IPRbooks»
11. Ахметгалиева В.Р. Математика. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ахметгалиева В.Р., Галяутдинова Л.Р., Галяутдинов М.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2017.— 60 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65863.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### 7.4. Периодические издания.

12. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
13. Известия РАН. Серия математическая
14. Успехи математических наук

#### 7.5. Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– *общие информационные, справочные и поисковые:*

16. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
17. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
18. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>
19. Электронно-библиотечная система «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/>

– *к современным профессиональным базам данных:*

| №<br>п/п | Наименование<br>электронного<br>ресурса   | Краткая характеристика   | Адрес сайта   | Условия<br>доступа                               |
|----------|---|--|---|--|
| 1.       | ЭБД РГБ                                   | Электронные версии полных текстов диссертаций и авторефератов из фонда Российской государственной библиотеки   | <a href="http://www.diss.rsl.ru">http://www.diss.rsl.ru</a>             | Авторизованный доступ из библиотеки (к. 112-113) |
| 2.       | «Web of Science» (WOS)                    | Реферативно-библиографическая и наукометрическая база данных, в которой индексируются около 12,5 тыс. журналов   | <a href="http://www.isiknowledge.com/">http://www.isiknowledge.com/</a> | Доступ по IP-адресам КБГУ                        |
| 3.       | SciVerse Scopus («Scopus»)                | Реферативная и аналитическая база данных, содержащая 21.000 рецензируемых журналов; 100.000 книг; 370 книжный серий (продолжающихся изданий); 6,8 млн. докладов из трудов конференций                                    | <a href="http://www.scopus.com">http://www.scopus.com</a>               | Доступ по IP-адресам КБГУ                        |
| 4.       | Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ) | Электронная библиотека научных публикаций - полнотекстовые версии около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тысяч журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских | <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>                     | Полный доступ                                    |

|    |  |   |   |  |
|----|--|---|---|--|
|    |  | диссертаций.<br>2800 российских журналов на<br>безвозмездной основе   |   |  |
| 5. | База данных<br>Science Index<br>(РИНЦ)           | Национальная информационно-<br>аналитическая система,<br>аккумулирующая более 6<br>миллионов публикаций<br>российских авторов, а также<br>информацию об их<br>цитировании из более 4500<br>российских журналов. | <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> | Авторизованн<br>ый доступ.<br>Позволяет<br>дополнять и<br>уточнять<br>сведения о<br>публикациях<br>ученых КБГУ,<br>имеющихся в<br>РИНЦ |
| 6. | Национальная<br>электронная<br>библиотека<br>РГБ | Объединенный электронный<br>каталог фондов российских<br>библиотек, содержащий<br>4 331 542 электронных<br>документов образовательного и<br>научного характера по<br>различным отраслям знаний                  | <a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>         | Доступ с<br>электронного<br>читального<br>зала<br>библиотеки<br>КБГУ   |

- Кроме того обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

20. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.  
21. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

22. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия  
23. Глоссарий по математике [http://www.glossary.ru/cgi-in/gl\\_sch2.cgi?RMgylsgyoqg](http://www.glossary.ru/cgi-in/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg)  
24. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>  
25. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com/>  
26. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>

#### ***7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий и видов самостоятельной работы.***

Учебная работа по дисциплине «Алгебра, геометрия и топология» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Алгебра, геометрия и топология» для обучающихся***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; выполняют самостоятельные работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные ручки и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий. Остальное должно быть записано своими словами. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся.

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой,

выполнить практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую, информационно-обучающую, ориентирующую и стимулирующую, воспитывающую, исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования, виртуальные лекции, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернет.

Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно

обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную, дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену.***

Экзамен в 1-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, основную и дополнительную литературу. На экзамен выносятся материалы в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.



При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: теоретические вопросы и задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует знания основного (программного) материала, допускает неточности при ответе на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа используются:

*лицензионное программное обеспечение:*

- Продукты Microsoft (Desktop Education ALNG LicSaPk OLVS Academic Edition Enterprise) подписка (Open Value Subscription);

Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security Стандартный Russian Edition;

*свободно распространяемые программы:*

- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- WinZip для Windows - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader для Windows – программа для чтения PDF файлов;
- ABBYY FineReader, DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с PDF и Djvu файлами.
- Far Manager - консольный файловый менеджер для операционных систем семейства Microsoft Windows.

При осуществлении образовательного процесса студентами и преподавателем используются следующие информационно справочные системы: ЭБС «АйПиЭрбукс», ЭБС «Консультант студента», СПС «Консультант плюс», СПС «Гарант».

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается (аудитория для самостоятельной работы и коллективного пользования специальными техническими средствами для обучения инвалидов и лиц с ОВЗ в КБГУ, аудитория № 145 Главный корпус КБГУ):

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене/зачете зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

## 9. Лист переутверждения рабочей программы дисциплины

Рабочая программа:

одобрена на 2018/2019 учебный год. Протокол № \_\_\_\_\_ заседания \_\_\_\_\_ кафедры \_\_\_\_\_ от  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

В рабочую программу внесены следующие изменения:

1. В части раздела «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины»

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Разработчик программы \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 2019/2020 учебный год. Протокол № \_\_\_\_\_ заседания \_\_\_\_\_ кафедры \_\_\_\_\_ от  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

В рабочую программу внесены следующие изменения:

1. В части раздела «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины»

2. В части УП в связи с утверждением Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования, программам бакалавриата, программам специалитета, программ магистратуры (Приказ Минобрнауки № 301 от 05.04.2017г.)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Разработчик программы \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

одобрена на 2020/2021 учебный год. Протокол № \_\_\_\_\_ заседания \_\_\_\_\_ кафедры \_\_\_\_\_ от  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

В рабочую программу внесены следующие изменения:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Разработчик программы \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

| №<br>п/п | Вид контроля  | Сумма баллов             |               |               |               |
|----------|---|--------------------------|---------------|---------------|---------------|
|          |   | Общая сумма              | 1-я точка     | 2-я точка     | 3-я точка     |
| 1.       | Посещение занятий   | до 10 баллов             | до 3 б.       | до 3б.        | до 4б.        |
| 2.       | Текущий контроль:   | до 30 баллов             | до 10 б.      | до 10 б.      | до 10б.       |
|          | Ответ на 5 вопросов   | от 0 до 15 б.            | от 0 до 5б.   | от 0 до 5 б.  | от 0 до 5б.   |
|          | Полный правильный ответ                                     | до 15 баллов             | 5 баллов      | 5 баллов      | 5 баллов      |
|          | Неполный правильный ответ                                   | от 3 до 15 б.            | от 1 до 5б.   | от 1 до 5б.   | от 1 до 5б.   |
|          | Ответ, содержащий неточности, ошибки                        | 0б.                      | 0б.           | 0б.           | 0б.           |
|          | Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)          | от 0 до 10б.             | от 0 до 3б.   | от 0 до 3б.   | от 0 до 4б.   |
| 3.       | Рубежный контроль   | до 30 баллов             | до 10 б.      | до 10 б.      | до 10 б.      |
|          | тестирование  | от 0- до 15б.            | от 0- до 5б.  | от 0- до 5б.  | от 0- до 5б.  |
|          | коллоквиум  | от 0 до 15б.             | от 0 до 5б.   | от 0 до 5 б.  | от 0 до 5б.   |
| 4.       | Итого сумма текущего и рубежного контроля                   | до 70 баллов             | до 23 баллов  | до 23 баллов  | до 24 баллов  |
| 5.       | Первый этап (базовый) уровень) – оценка «удовлетворительно» | не менее 36б.            | не менее 12б. | не менее 12б. | не менее 12б. |
| 6.       | Второй этап (продвинутый) уровень) – оценка «хорошо»        | менее 70б.<br>(51-69 б.) | менее 23б.    | менее 23б.    | менее 24б.    |
| 7.       | Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»            | не менее 70б.            | не менее 23б. | не менее 23б. | не менее 24б. |

## *Шкала оценивания планируемых результатов обучения*

### **Текущий и рубежный контроль**

| Семестр | Шкала оценивания  |  |  |   |
|---------|---|--|--|---|
|         | 0-35 баллов   | 36-50 баллов   | 51-60 баллов   | 56-70 баллов  |
| 1       | Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации | Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно». | Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо». | Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично». |

### **Промежуточная аттестация**

| Семестр | Шкала оценивания   |   |  |  |
|---------|--|---|--|--|
|         | Неудовлетворительно (36-60 баллов)   | Удовлетворительно (61-80 баллов)  | Хорошо (81-90 баллов)  | Отлично (91-100 баллов)  |
| 1       | Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и | Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал | Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал | Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть |

|  |  |  |   |   |
|--|--|--|---|---|
|  | рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно. | полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно | полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ. | неточности, которые не повлияли на ответ. |
|--|--|--|---|---|