

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет**  
**им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**СОГЛАСОВАНО**

**Руководитель образовательной  
программы**

\_\_\_\_\_ **А.А.Шебзухов**

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ **2020 г.**

**УТВЕРЖДАЮ:**

**Директор института**

\_\_\_\_\_ **Б.И. Кунижев**

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ **2020г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

Направление подготовки:

**11.03.04- Электроника и наноэлектроника**

(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки:

**«Современные информационные технологии в электронной технике»**

Квалификация (степень) выпускника

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

**Нальчик 2020**

Рабочая программа дисциплины «Теория функций комплексного переменного» / сост. М.Р. Яхутлова - Нальчик: КБГУ, 2020. - 43с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины обязательной части блока 1 студентам очной формы обучения по направлению подготовки 11.03.04- Электроника и нанoeлектроника в 3 семестре.

Рабочая программа по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 11.03.04- Электроника и нанoeлектроника, (квалификация «бакалавр»), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации «19» сентября 2017 г. № 927.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цели и задачи освоения дисциплины	4
2.	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	4
3.	Требования к результатам освоения дисциплины	5
4.	Содержание и структура дисциплины	6
5.	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	15
6.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков	31
7.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	33
7.1.	Нормативно-законодательные акты	33
7.2.	Основная литература	33
7.3.	Дополнительная литература	33
7.4.	Периодические издания	34
7.5.	Интернет-ресурсы	34
7.6.	Методические указания по проведению различных учебных занятий и другим видам самостоятельной работы	35
8.	Материально-техническое обеспечение дисциплины	40
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины	42
	Приложения	

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины**

### **«Теория функции комплексного переменного»**

Комплексный анализ в рамках университетского курса является продолжением и углублением курса математического анализа.

Понятие комплексного числа возникло в результате потребностей автоматизации вычислений, так как даже простейшие операции над действительными числами выводят за область действительных чисел. Расширением области действительных чисел явились комплексные числа, замечательным свойством которых является то, что основные математические операции над комплексными числами не выводят за пределы области комплексных чисел.

Обстоятельный анализ свойств функций также невозможен без выхода в комплексную область. Переход к рассмотрению функций комплексного переменного необходим в целом ряде вопросов и столь же естественен как переход от поля действительных чисел к алгебраически замкнутому полю комплексных чисел.

Для функций комплексного переменного построен анализ столь же полный и стройный как анализ функций действительного аргумента. В действительном анализе стройная теория развивается лишь для однозначных функций. В комплексном анализе удается выяснить природу многозначных функций и построить теорию.

Комплексный анализ дает эффективные методы вычисления интегралов, получения асимптотических оценок, способы исследования решений дифференциальных уравнений и т.д. Сейчас теория функций комплексного переменного является одним из важнейших разделов математики. Ее идеи и результаты проникли во многие другие математические дисциплины, такие как алгебраическая топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, функциональный анализ, теория вероятностей, вычислительная математика и другие. Методы теории функций комплексного переменного стали привычными и в ряде прикладных дисциплин: гидро – и аэромеханике, теории упругости, электротехнике, теории автоматического регулирования, теории элементарных частиц.

В связи с этим курс «Теория функции комплексного переменного» является обязательным на всех отделениях физико-математических и механико – математических факультетов вузов.

**Цель курса** – получение базовых знаний и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющим решать прикладные задачи из различных областей знаний.

#### **Основные задачи дисциплины:**

- изучение основных математических понятий дисциплины;
  - формирование навыков работы со специальной математической литературой;
  - формирование навыков решения типовых задач, использования математического аппарата
- для решения теоретических и прикладных задач математики;
- умение содержательно интерпретировать получаемые результаты.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является обязательной дисциплиной модуля естественно-научных и математических дисциплин федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 11.03.04- Электроника и нанoeлектроника (квалификация - «бакалавр»).

Изучение дисциплины «Теория функций комплексного переменного» основывается на базе знаний, умений и компетенций, полученных студентами в ходе освоения курса «Математический анализ», а также дисциплины «Линейная алгебра».

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является базовым теоретическим и практическим основанием для изучения последующих математических дисциплин и дисциплин подготовки бакалавра.

### **3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)**

В совокупности с другими дисциплинами базовой части ФГОС ВО процесс изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» направлен на формирование элементов следующих обще-профессиональных (ОПК) компетенций бакалавра:

#### **а) обще-профессиональные (ОПК):**

ОПК-1 – способность использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.

В результате изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» студенты должны

#### **Знать:**

- Основы комплексного анализа в объеме, необходимом для успешного освоения методологических и прикладных вопросов специальности. При этом проникать в суть идеи, понимать внутренние связи всех звеньев рассуждений, логику доказательств, понимать существо предмета как органического целого, как основы научного мышления и образа действия.
- Теорию интеграла Коши ее приложения.
- Ряды комплексных чисел.
- Многозначные функции и их свойства. Однозначные ветви таких функций.
- Аналитическую теорию обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
- Конформные отображения элементарными функциями.
- Теорию вычетов и ее приложения к вычислению контурных интегралов.
- Знать научные проблемы, как оставшиеся от прошлого, так и возникающие в настоящее время в теории функций комплексного переменного и настроиться на их решение.
- Следует знать историю предмета, о вкладе отечественных математиков в развитие теории функций комплексного переменного.

#### **Уметь:**

- Производить математические операции над комплексными числами.
- Разлагать функции комплексного переменного в ряды Лорана и Тейлора, находить область сходимости.
- Интегрировать и дифференцировать функции комплексного переменного.
- Находить и классифицировать особые точки функций комплексного переменного.
- Строить конформные отображения конкретных областей с помощью тригонометрических, показательных, логарифмических, степенных функций и функции Жуковского.
- Применять элементарные асимптотические методы.
- Выделять однозначные ветви многозначных аналитических функций. Строить Римановы поверхности многозначных функций.
- Вычислять контурные интегралы с помощью теории вычетов.
- Применять принцип аргумента и теорему Руше для подсчета числа корней аналитической функции.

- Пользоваться при вычислении сингулярных интегралов интегральной формулой и теоремой Коши.
- Применять полученные в процессе изучения теории функций комплексного переменного знания для решения конкретных научно-практических, методических, опытно-конструкторских и других задач в соответствии с конкретной специализацией.
- Уметь творчески мыслить, иметь навыки самостоятельного пополнения знаний.
- Определять систематичность и глубину усвоения учебного материала, используя разнообразные приемы и средства контроля знаний.
- Применять рациональные приемы поиска, отбора и использования информации, осуществлять ее проверку и классифицировать ее источники.

**Владеть:** приемами современного математического инструментария в решении прикладных задач, что позволяет получить наиболее ценные результаты, достижение которых иными путями часто оказывается невозможным. Умение пользоваться математическим аппаратом и умение выбирать из многочисленных методов и приемов те, которые нужны для решения конкретной задачи важно для бакалавра.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

*Таблица 1. Содержание разделов дисциплины «Теория функций комплексного переменного»*

№ п/п	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
<b>IV семестр</b>				
<b>РАЗДЕЛ I. Введение</b>				
<b>1</b>	Комплексные числа. Ряды.	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной. Корень натуральной степени из	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.		
		Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
РАЗДЕЛ II. Аналитические функции комплексного переменного.				
Конформные отображения.				
2	Аналитические функции комплексного переменного.  Конформные отображения.	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция Arg z .	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ),

				рубежный контроль (РК)
		Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией.  Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
<b>РАЗДЕЛ III. Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.</b>				
<b>3</b>	Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)



		пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.		контроль (РК)
		Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
<b>РАЗДЕЛ IV. Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.</b>				
<b>4</b>	Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		ряд Лорана.		
		Классификация особых точек однозначного характера. Устраняемая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.		
<b>РАЗДЕЛ V. Основные принципы конформных отображений.</b>				
<b>5</b>	Основные принципы конформных отображений.	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолистности. Принцип сохранения области. Критерии однолистности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Приложение к	ОПК-1	Практическая

		гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.		работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.	ОПК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

На изучение курса отводится 108 часов (3 з.е.), из них: контактная работа 51 часов, в том числе лекционных – 34 часа; практических – 17 часов; самостоятельная работа студента 57 часов; IV семестр завершается зачетом.

**Таблица 2. Структура дисциплины (модуля)**  
**«Теория функций комплексного переменного»**

*Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов)*

Вид работы	Трудоемкость, часов / зачетных единиц	
	3 семестр	всего
<b>Общая трудоемкость (в зачетных единицах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>34</b>	<b>34</b>
<i>Лекции (Л)</i>	<i>17</i>	<i>17</i>
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	<i>17</i>	<i>17</i>
<b>Самостоятельная работа (в часах):</b>	<b>65</b>	<b>65</b>
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Зачет</b>	<b>Зачет</b>

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Содержание
	<b>Комплексные числа. Ряды.</b>
<b>1</b>	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
<b>2</b>	Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в

	картографии.
3	Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
4	Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.
	<b>Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.</b>
5	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.
6	Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
7	Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$ .
8	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
9	Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
10	Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.
11	Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
12	Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.
	<b>Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.</b>
13	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.
14	Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.
15	Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
16	Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.
	<b>Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.</b>
17	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
18	Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
19	Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения

	функции в ряд Лорана.
20	Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.
21	Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.
22	Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23	Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.
24	Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.
<b>Основные принципы конформных отображений.</b>	
25	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.
26	Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
27	Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолиственности. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
28	Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Содержание
1.	Комплексные числа и основные операции над ними, геометрическая интерпретация.
2.	Стереографическая проекция. Решение уравнений во множестве комплексных чисел.
3.	Элементарные трансцендентные функции.
4.	Последовательность и числовые ряды.
5.	Функции комплексного переменного.
6.	Аналитические и гармонические функции.
7.	Линейная и дробно-линейная функции.
8.	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ . Выделение однозначных ветвей.
9.	Интегрирование функций комплексного переменного.

**Таблица 5. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Теоремы Харнака и Лиувилля
2.	Задача Дирихле и применение конформных отображений для ее решения
3.	Интегралы Пуассона и Шварца

4.	Разложение гармонических функций в ряды. Связь с тригонометрическими рядами
5.	Гидромеханическое истолкование гармонической и аналитической функций
6.	Бесконечная дифференцируемость гармонических функций
7.	Аналитичность комплексно-сопряженного градиента
8.	Инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных
9.	Приложения к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.

## 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные материалы предназначены для установления соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Оценочные материалы (ОМ) являются центральным звеном системы оценки качества освоения обучающимся дисциплины. Целью разработки ОМ по дисциплине является оценка знаний, умений, навыков и уровня освоения обучающимися компетенций дисциплины.

ОМ дисциплины является составной частью рабочей программы дисциплины. Это – *оценочные средства, контрольно-измерительные и методические материалы*, предназначенные для определения качества результатов обучения и уровня сформированности комплектаций обучающихся в ходе освоения дисциплины.

Оценочные средства формируются на основе ключевых *принципов оценивания*:

- валидность – объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надёжность – при оценивании достижений обучающихся должны использоваться единообразные стандарты и критерии;
- развивающего характера – фиксация персональных достижений обучающихся и предполагаемые мероприятия по улучшению результатов;
- своевременность – поддержание обратной связи с обучающимися при освоении учебных материалов.

Формирование оценочных средств дисциплины проходит следующие *этапы*:

- формируется система показателей, характеризующих состояние и динамику развития компетенций обучающихся и выпускников;
- определяются оценочные средства и процедуры оценивания знаний, умений, навыков, овладения компетенциями обучающихся.

Задания для оценивания умений, навыков и (или) опыта деятельности предусматривают выполнение аттестуемыми действий:

- по обработке информации, выделению ее элементов и выявлению взаимосвязи между ними и т.п.;
- по интерпретации и усвоению информации из разных источников, ее системному структурированию;
- по выявлению значения предмета учебной дисциплины для достижения конкретной цели;
- по решению учебных задач.

На проверку накопленных знаний направлены такие формы контроля, как устный опрос, коллоквиум и компьютерное тестирование. Они проводятся в целях побуждения самостоятельной мыслительной деятельности студентов.

Устный опрос учебной проводится с целью выявления и закрепления полученных знаний и умений, определения уровня подготовленности к изучению новой темы.

Коллоквиум предусматривает развёрнутое изложение по определённым вопросам, основанное на привлечении теоретического материала с целью активизации самостоятельной работы обучающегося по изучению материала. Он позволяет оценить

умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом, выявить объем полученных знаний, полученных на занятиях, а также путем самостоятельной работы.

Компьютерное тестирование проводится для закрепления и проверки знаний, умений и навыков с применением технических средств.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида знаний и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий контроль, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

*Контрольные мероприятия по дисциплине* проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных, практических и лабораторных занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Теория функции комплексного переменного» и включает: ответы на теоретические вопросы на практических и лабораторном занятиях, решение практических задач и выполнение заданий на лабораторных занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности и качества выполнения задания.

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Теория функции комплексного переменного»**

##### **(контролируемые компетенции ОПК-1)**

#### **Тема 1. Комплексные числа. Ряды.**

1. Введение.
2. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
4. Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной.
5. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.
6. Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
7. Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.

#### **Тема 2. Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.**

1. Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.



2. Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
3. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция  $\text{Arg } z$ .
4. Целая степенная функция. Функция  $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
5. Риманова поверхность  $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
6. Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.
7. Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
8. Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.

### **Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.**

1. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.
2. Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.
3. Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
4. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.

### **Тема 4. Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.**

1. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
2. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
3. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
4. Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.
5. Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.
6. Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
7. Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.
8. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.

### **Тема 5. Основные принципы конформных отображений.**

1. Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.

2. Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
3. Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолиственности. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).

***Критерии формирования оценивания по результатам устного опроса***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Теория функций комплексного переменного». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения и изучаемые методы при решении практических задач.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:***

***1 балл***, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

***0,5 балла***, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

***0 баллов***, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «1», «0,5» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

**5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи) (контролируемые компетенции ОПК-1)**

***Сообщение (доклад)*** – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы

***Примерные темы докладов по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»***

1. Интегралы Пуассона и Шварца
2. Задача Дирихле и применение конформных отображений для ее решения
3. Разложение гармонических функций в ряды. Связь с тригонометрическими рядами
4. Гидромеханическое истолкование гармонической и аналитической функций
5. Приложения к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.

### ***Методические рекомендации по написанию доклада***

**Доклад** – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Изложенное понимание доклада как целостного авторского текста определяет критерии его оценки: новизна текста; обоснованность выбора источника; степень раскрытия сущности вопроса; соблюдения требований к оформлению.

#### ***Требования к докладу:***

Общее время доклада (сообщения) не должно превышать более 15 минут.

#### ***Критерии оценки доклада:***

«отлично» (2 балла) ставится, если обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению сложных заданий, организационные способности. Отмечается способность к публичной коммуникации. Доклад представлен в срок.

«хорошо» (1 балл) – обучающийся достаточно полно, но без инициативы и творческих находок выполнил возложенные на него задачи. Доклад представлен достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками

«удовлетворительно» (0,5 балла) – обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Доклад представлен со значительным опозданием (более недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (менее 0,5 баллов) – обучающийся не выполнил свои задачи или выполнил лишь отдельные несущественные поручения. Доклад не представлен.

**5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.** Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течения учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**5.2.1. Оценочные материалы для проведения устного коллоквиума (контролируемые компетенции ОПК-1):**

#### ***Рейтинговая точка №1***

1. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Формула Муавра. Корень натуральной степени из комплексного числа.
4. Интерпретация Римана комплексных чисел.
5. Теорема о связности.
6. Предел последовательности точек комплексной плоскости.
7. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши.
8. Числовые ряды.
9. Предел функции комплексного переменного.
10. Непрерывность функции комплексного переменного.
11. Кривые на комплексной плоскости.
12. Производная, условия Коши-Римана.

13. Аналитические функции и их связь с гармоническими.
14. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
15. Конформные отображения.

#### **Рейтинговая точка №2**

1. Функция  $Argz$ .
2. Целая степенная функция.
3. Функция  $W = \sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
4. Риманова поверхность  $\sqrt[n]{z}$ .
5. Показательная функция. Отображение с помощью показательной функции.
6. Логарифмическая функция.
7. Дробно-линейная функция.
8. Круговое и групповое свойства дробно-линейной функции.
9. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
10. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
11. Отображение с помощью тригонометрической функции.
12. Функция Жуковского.
13. Интеграл от функции комплексного переменного, свойства.
14. Лемма Гурса.
15. Интегральная теорема Коши.
16. Теорема Коши для многосвязной области.
17. Интегральная формула Коши, интеграл типа Коши.

#### **Рейтинговая точка №3**

1. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса.
2. Степенные ряды, теорема Абеля.
3. Формула Коши – Адамара.
4. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
5. Первая теорема Вейерштрасса.
6. Ряд Тейлора, теорема Тейлора.
7. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
8. Нули аналитической функции, порядок нуля.
9. Неравенства Коши, теорема Лиувилля.
10. Ряд Лорана, теорема Лорана.
11. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
12. Классификация особых точек однозначного характера.
13. Устранимая особая точка, полюс (теорема).
14. Теорема Сохоцкого.
15. Теорема Пикара.
16. Целая функция, порядок и тип целой функции.

#### **Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)**

5 баллов - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100% задач;

4 балла - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70% задач;

3 балла – ставится в случае когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 55% задач

2 и менее баллов – ставится в случае когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на менее 50 % задач.

**5.2.2. Оценочные материалы для контрольной работы и тестовых заданий (контролируемые компетенции ОПК-1):**

## Типовые варианты контрольных работ:

### Вариант 1.

1. Найти модули и главные значения аргументов комплексных чисел  $\pm 1 \pm i$ .

2. Выполнить действия

$$\frac{(1 + i\sqrt{3})^3}{(1 + i)^2}, \quad (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

$$5(\cos 37^\circ + i \sin 37^\circ) \cdot 2(\cos 23^\circ + i \sin 23^\circ).$$

3. Найти  $(\sqrt{3} - i)^5, \sqrt[3]{i}$ .

4. Пользуясь формулой Муавра доказать, что

$$\cos 3\varphi = \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi \sin^2 \varphi, \quad \sin 3\varphi = 3 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \sin^3 \varphi$$

5. Найти действительные решения уравнения

$$(4 + 2i)x + (5 - 3i)y = 13 + i.$$

6. Выяснить геометрический смысл соотношения

$$|z - 2| + |z + 2| = 5$$

7. Найти множество точек координатной плоскости: 1) модуль которых равен 5; 2)

$$\frac{3\pi}{4}.$$

аргумент которых равен

8. Пользуясь равенством  $i^2 = -1$ , определить любую целую положительную степень мнимой единицы.

### Вариант 2.

1. Решить уравнение

$$2 \pm 3i; \frac{\pm 1 - i}{\sqrt{2}}.$$

2. Найти на сфере Римана образы точек

$$z^3 - 6z - 9 = 0.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-i}{3}\right)^{n^2}.$$

4. Исследовать сходимость рядов

$$z = z^{\Gamma(n-1)} \quad (n \neq 2 - \text{натуральное число}).$$

5. Решить уравнение

$$\text{а) } \operatorname{Ln} i; \quad \text{б) } \cos(2 + i); \quad \text{в) } \operatorname{ch}(1 + 2i); \quad \text{г) } i^i.$$

6. Вычислить значения функций

$$\sin(Z + Z_1) = \sin Z \cos Z_1 + \cos Z \sin Z_1.$$

7. Доказать тождество

$$\sin z + \cos z = 2.$$

8. Найти корни уравнения  $\sin z = 2$ , лежащие в круге  $|z| < 5$ .

### Вариант 3.

1. Найти корни уравнения  $\sin z = 2$ , лежащие в круге  $|z| < 5$ .

- Для каждой из функций  $f(z) = \sin z$ ,  $f(z) = \cosh z$  найти множество значений  $z$ , где она принимает действительные и чисто мнимые значения.
- Найти все значения  $z$ , для которых  $|\operatorname{tg} z| = 1$ .
- Для отображения  $w = z^2$  найти образы линий  $x = c$ ,  $x = y$ ,  $|z| = R$ ,  $\arg z = \alpha$ , а также прообразы линий  $u = c$ ,  $v = c$ .
- При помощи функции  $w = \frac{1}{z}$  отобразить на плоскость  $uov$  точки
- Для отображения  $w = z + \frac{1}{z}$  найти образ окружности  $|z| = R$ .
- Какая часть плоскости сжимается и какая растягивается, если отображение осуществляется функцией  $w = z^2 + 2z$ .
- В каких точках нарушается конформность отображения  $w = z^3 - 6z^2 + 9z - 3$ .

#### Вариант 4.

- Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$ , для которой  $u(x, y) = x^2 - y^2 + 3x + y$ ,  $f(0) = i$ .
- Найти  $a, b, c$ , при которых функция  $f(z) = x + ay + i(bx + cy)$  будет аналитической.
- Найти функцию, сопряженную с данной гармонической функцией  $u(x, y) = x^2 - y^2 + x$ ,  $0 \leq z < \infty$ .
- Проверить выполнение условий (CR) для функций  $f(z) = \cos z$ ,  $f(z) = z^n$ .
- Найти целую линейную функцию, отображающую треугольник с вершинами в точках  $0; 1; i$  на подобный ему треугольник с вершинами в точках  $0; 2; 1 + i$ .
- Для отображения  $w = 2z + 1 - 3i$  найти неподвижную точку  $z_0$ , угол поворота  $\theta$  вокруг нее и коэффициент растяжения  $k$ .
- Найти дробно-линейную функцию, переводящую точки  $z_1 = -1, z_2 = i, z_3 = 1 + i$  соответственно в точки  $w_1 = 0, w_2 = 2i, w_3 = 1 - i$ .

#### Вариант 5.

- Вычислить интеграл  $\int_{|z|=R} \frac{dz}{z}$ .
- Вычислить интеграл  $\int_L \operatorname{Im} z \, dz$  по следующим путям интегрирования:

а)  $L$  - отрезок действительной оси от точки  $z_0 = 3$  до  $z_1 = -3$ ;

б)  $L$  - полуокружность  $|z| = 3, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .

3. Вычислить интеграл  $\int_i^{1+i} z dz$ .

4. Вычислить интеграл  $\int_{|z+1|=1} \frac{e^z}{z} dz$ .

5. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{dz}{z^2 + 9}$ , если:

а) точка  $3i$  лежит внутри контура  $L$ , а  $-3i$  вне  $L$ ;

б)  $-3i$  внутри  $L$ ,  $3i$  вне  $L$ ;

в) точки  $\pm 3i$  лежат внутри  $L$ .

6. Найти круг и радиус сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ .

7. Разложить в ряд по степеням  $z$  функцию  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$  в круге  $|z| < 1$ .

8. Найти порядок всех нулей функций  $z^2(e^{z^2} - 1); \frac{(z^2 + 9)}{z^4}$ .

### Образцы тестовых заданий:

1. Числа вида  $a + ib$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i = \sqrt{-1}$  называются:

- : рациональными; : иррациональными;
- + : комплексными; : действительными.

2. Модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $Z = 1 + i$  равны:

- :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{4}$  - :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{3\pi}{4}$
- + :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{4}$  - :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{3}$

3. Значение выражения  $i^{37} + i^{48} + i^{10}$  равно:

- : 1 : - 1
- + : i : - i

4. Значение выражения  $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10}$  в алгебраической форме равно:

- :  $0,5(\sqrt{3} - i)$  + :  $0,5(-\sqrt{3} + i)$
- :  $0,5(1 + \sqrt{3}i)$  :  $0,5(1 - \sqrt{3}i)$

5. Образом точки  $Z = 1 + i$  на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###

- + :  $(1/3; 1/3; 2/3)$

6. Образом точки  $Z = 3 + 4i$  на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###  
 + :  $(3/26; 2/13; 25/26)$

7. Действительными решениями уравнения  $(1 + i)x + (1 - i)y = 1$  будут ###  
 + :  $(0,5; 0,5)$

8. Действительными решениями уравнения  $(1 + 7i)x + (1 - 7i)y = 1$  будут ###  
 + :  $(0,5; 0,5)$

9. Корни числа  $\sqrt[3]{1}$  равны:

- :  $1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$  :  $-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$   
 + :  $1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$  :  $-1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$

10. Корни числа  $\sqrt[3]{i}$  равны:

- :  $i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$  + :  $-i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$   
 - :  $i; \pm \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  :  $-i; \pm \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

11. Аргумент  $\arg(1 + i\sqrt{3})^4$  равен:

+ :  $4\pi/3$  :  $-4\pi/3$   
 - :  $2\pi/3$  :  $\pi/3$

12. Аргумент  $\arg \left[ \frac{(1+i)}{(1-i)} \right]^6$  равен:

- :  $3\pi/2$  - :  $5\pi/2$   
 + :  $3\pi$  -:  $10\pi/3$

13. Корнями уравнения  $x^2 - 6x + 10 = 0$  являются числа ###

+ :  $3 + i; 3 - i$  + :  $3 - i; 3 + i$

14. Корнями уравнения  $x^2 - 4x + 13 = 0$  являются числа ###

+ :  $2 + 3i; 2 - 3i$  + :  $2 - 3i; 2 + 3i$

15. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(5i)^n}$

- : расходится -: сходится условно  
 - : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится



16. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^4}$
- : расходится
  - : сходится не абсолютно
  - : сходится условно
  - + : абсолютно сходится
17. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{2^n}$
- + : расходится
  - : сходится не абсолютно
  - : сходится условно
  - : абсолютно сходится
18. Равенство  $\frac{4}{\bar{z}} = z$  верно при  $|z|$  равном ###
- + : 2
19. Равенство  $(\frac{9}{z}) = z$  верно при  $|z|$  равном ###
- + : 3
20. Геометрический смысл соотношения  $\operatorname{Re}(\frac{1}{z}) = \frac{1}{4}$  ### на плоскости  $Z$
- + : окружность
21. Геометрический смысл соотношения  $\operatorname{Im} z^2 = 2$  ### на плоскости  $Z$
- + : гипербола
22. Геометрический смысл соотношения  $z^2 + \bar{z}^2 = 2$
- : прямая линия
  - : окружность
  - + : гипербола
  - : эллипс
23. Уравнение оси  $OX$  в комплексной форме имеет вид
- + :  $z - \bar{z} = 0$
  - :  $z\bar{z} = 0$
  - :  $z + \bar{z} = 0$
  - :  $z^2 + \bar{z}^2 = 0$
24. Уравнение прямой  $y=x$  в комплексной форме имеет вид
- :  $z + 2z\bar{z} = 0$
  - + :  $z + \bar{z} + i(z - \bar{z}) = 0$
  - :  $z - 2z\bar{z}^2 = 0$
  - :  $z - \bar{z} + i(z + \bar{z}) = 0$
25. Уравнение окружности  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  в комплексной форме имеет вид
- + :  $z\bar{z} + z + \bar{z} = 0$
  - :  $z\bar{z} + z - 2\bar{z} = 0$
  - :  $z\bar{z} - z + 2\bar{z} = 0$
  - :  $z^2 - \bar{z}^2 + 2z = 0$
26. Область  $z \cdot \bar{z} > 5$ , где  $z = x + iy$ , является
- : не связной
  - : двусвязной
  - +: односвязной
  - : трёхсвязной
27. Область  $2 < |z| < 5$  является
- : односвязной
  - : трёхсвязной
  - +: двусвязной
  - : не связной

28. Граница области  $0,5 < |z| < 3$  состоит из числа компонент ###

+: 2

29. Граница области  $|z| < 5$  состоит из числа компонент ###

+: 1

30. Соответствие уравнения и линии

L1:  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$

L2:  $3x^2 + 6y^2 - 18 = 0$

L3:  $5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$

L4:  $x^2 - 4x + y + 2 = 0$

L5:  $4x - 3y = 8$

R1: окружность

R2: эллипс

R3: гипербола

R4: парабола

R5: прямая линия

31. Значение выражения  $Ln i$  равно:

- :  $2k\pi i$  :  $(2k-1)\pi$

- :  $\pi i$  + :  $(2k + \frac{1}{2})\pi i$

32. Значение выражения  $Ln \left[ \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \right]$  равно:

- :  $2k\pi i$  :  $(2k - \frac{1}{4})\pi i$

+ :  $(2k + \frac{1}{4})\pi i$  -:  $(2k-1)\pi i / 2$

33. Значение выражения  $1^{\sqrt{2}}$  равно:

- :  $e^{\sqrt{2}k\pi i}$  -:  $e^{-\sqrt{2}k\pi i}$

+ :  $e^{2\sqrt{2}k\pi i}$  -:  $e^{-2k\pi i}$

34. Функция  $f(z) = x + a y + i (x+y)$  будет аналитической при значении  $a$  равном ###

+ : -1

35. Функция  $f(z) = a x + 3y - i (3x+2y)$  будет аналитической при значении  $a$  равном ###

+ : -2

36. Производная функции  $f(z) = e^{4z+2i}$ , где  $z = x + iy$ , равна

+ :  $4e^{4z+2i}$  -:  $e^{4z+2i}$

- :  $4e^{4z+2i-1}$  -:  $4e^{4z+2i+1}$

37. Функция  $u(x, y) = x^3 + 3k xy^2$  является гармонической, если  $k$  равно ###

+: 1

38. Примерами многозначных функций являются:

- :  $w = z^2, w = Arg z$  + :  $w = \sqrt[n]{z}, w = Arg z$

- :  $w = Re(z), w = z^3$  :  $w = \sqrt[n]{z}, w = Im z$

39. Конформность отображения  $w = z - \sin z$  нарушается в точках  $z$  равных

- :  $\pi/2 + \pi k$  + :  $2\pi k$

- :  $\pi k/2$  -:  $\pi k/3$

40. Неподвижной точкой преобразования  $w = iz + 4$  является точка

- :  $z = 1 + 2i$  :  $z = 1 - i$

$$+ : z=2(1+i)$$

$$: z=2(1-i)$$

41. Целым линейным преобразованием с неподвижной точкой  $1+2i$ , переводящим точку  $i$  в точку  $(-i)$  является

$$- : w=(2-i)z-3i$$

$$+ : w=(2+i)z+1-3i$$

$$- : w=iz+1-3i$$

$$- : w=(2+i)z+1$$

42. Отображение  $w = z^4$  углы

-: увеличивает в 8 раз

-: уменьшает в 2 раза

-: увеличивает в 2 раза

+: увеличивает в 4 раза

43. Образом точки  $(1;1)$  при отображении  $w = \frac{1}{z}$  на плоскости  $W$  будет точка ###

$$+: (1/2; -1/2)$$

44. Образом точки  $(2;0)$  при отображении  $w = \frac{1}{z}$  на плоскости  $W$  будет точка ###

$$+: (1/2; 0)$$

45. Интеграл  $\int_{\gamma} x dz$ , где  $\gamma$  - радиус вектор точки  $z=2+i$ , равен

$$- : 1-i$$

$$: 2-i$$

$$+ : 2+i$$

$$: -2+i$$

46. Интеграл  $\int_{|z+2|=1} \frac{e^z}{z} dz$  равен

$$- : 2\pi i$$

$$-: \pi$$

$$+ : 0$$

$$-: \frac{\pi}{2}$$

47. Радиус  $R$  сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$  равен ###

+ : бесконечности

48. Разложением функции  $f(z) = \frac{1}{z-3}$  в ряд Лорана в окрестности  $z=0$  является:

$$- : \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{z^k}$$

$$-: \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(3k)!}$$

$$+ : -\frac{1}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{3^k}$$

$$-: \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^k}{3^k}$$

49. Вычет функции  $f(z) = \frac{1}{z^3 - z^5}$  в точке  $z=-1$  равен

$$- : 0$$

$$-: -1$$

$$- : 0,5$$

$$+ : -0,5$$

### **Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольная работа)**

5 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание практического материала по теме практической

работы, решено 100% задач;

4 балла - ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3 балла – ставится за работу, если студент правильно выполнил не менее  $\frac{2}{3}$  всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, решено 55% задач

2 и менее баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее  $\frac{2}{3}$  всей работы, решено менее 50 % задач.

***Виды ошибок:***

– ***Грубые ошибки***

1. Незнание определений основных понятий, законов, правил, основных положений теории математического анализа.
2. Неумение выделить правильный ход решения задачи.
3. Незнание приемов решения математических задач, ошибки, показывающие неправильное понимание условия контрольной работы или неправильное истолкование решения.

– ***Негрубые ошибки***

1. Неточности в применении стандартного хода решения поставленной задачи.
2. Нерациональный выбор хода решения.

– ***Недочеты***

1. Арифметические ошибки в вычислениях, если эти ошибки грубо не искажают реальность полученного результата.
2. Отдельные погрешности в написании решения.
3. Небрежное выполнение задания.

***5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.***

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» в виде проведения зачета.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной и письменной форме. На промежуточную аттестацию отводится до 25 баллов.

***Вопросы, выносимые на зачет  
(контролируемые компетенции ОПК-1)***

1. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Формула Муавра. Корень натуральной степени из комплексного числа.
4. Интерпретация Римана комплексных чисел.
5. Теорема о связности.
6. Предел последовательности точек комплексной плоскости.
7. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши.
8. Числовые ряды.
9. Предел функции комплексного переменного.
10. Непрерывность функции комплексного переменного.
11. Кривые на комплексной плоскости.

12. Производная, условия Коши-Римана.
13. Аналитические функции и их связь с гармоническими.
14. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
15. Конформные отображения.
16. Функция  $Argz$ .
17. Целая степенная функция.
17. Функция  $W = \sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
18. Риманова поверхность  $\sqrt[n]{z}$ .
19. Показательная функция. Отображение с помощью показательной функции.
20. Логарифмическая функция.
21. Дробно-линейная функция.
22. Круговое и групповое свойства дробно-линейной функции.
23. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
24. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
25. Отображение с помощью тригонометрической функции.
26. Функция Жуковского.
27. Интеграл от функции комплексного переменного, свойства.
28. Лемма Гурса.
29. Интегральная теорема Коши.
30. Теорема Коши для многосвязной области.
31. Интегральная формула Коши, интеграл типа Коши.
32. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Лейбница.
33. Теорема Морера.
34. Принцип максимума модуля.
35. Лемма Шварца.
36. Интегральные формулы Шварца и Пуассона.
37. Задача Дирихле для гармонических в круге функций.
38. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
39. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохоцкого - Племеля.
40. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса.
41. Степенные ряды, теорема Абеля.
42. Формула Коши – Адамара.
43. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
44. Первая теорема Вейерштрасса.
45. Ряд Тейлора, теорема Тейлора.
46. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
47. Нули аналитической функции, порядок нуля.
48. Неравенства Коши, теорема Лиувилля.
49. Ряд Лорана, теорема Лорана.
50. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
51. Классификация особых точек однозначного характера.
52. Устранимая особая точка, полюс (теорема).
53. Теорема Сохоцкого.
54. Теорема Пикара.
55. Целая функция, порядок и тип целой функции.
56. Мероморфные функции, разложение на простейшие дроби.
57. Теорема Миттаг - Леффлера.
58. Вычет функции относительно изолированной особой точки.
59. Основная теорема о вычетах.
60. Вычисление вычета относительно полюса.
61. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.

62. Логарифмический вычет.
63. Основная теорема алгебры.
64. Принцип аргумента аналитической функции.
65. Теорема Руше.
66. Теорема Гурвица.
67. Применение вычетов к вычислению интегралов.
68. Аналитическое продолжение.
69. Теорема монодромии.
70. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса.
71. Изолированные особые точки многозначного характера.
72. Принцип непрерывности.
73. Принцип симметрии Римана-Шварца.
74. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
75. Локальное обращение аналитической функцией.
76. Критерий локальной однолистности.
77. Принцип сохранения области.
78. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
79. Приложение ТФКП к гидродинамике.

В билеты включаются два теоретических вопроса из различных разделов программы и одна задача.

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

*Промежуточная аттестация* завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и

содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» в форме проведения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме, и в форме тестирования. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;
- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;
- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения зачёта студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к зачёту студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На зачёте он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачёта. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал 61 и более баллов, то ему может выставляться зачёт без сдачи.

В результате знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 6. Шкала оценивания**

Сумма баллов текущего и рубежного контроля	Сумма баллов на зачете	Общая сумма баллов	Оценка
$\geq 61$	-	61	зачет (без сдачи)
36-60	0	36-60	незачет
36-60	25-1	61	зачет
<36	-	-	недопуск

## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков**

Максимальная сумма, набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 25 баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» в 4 семестре является зачет.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих - приложение 2.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ОПК-1 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Категория компетенции	Код и наименование компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции	Вид оценочного материала
-----------------------	--------------------------------	---	-----------------------------------	--------------------------

			(для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	
Научное мышление	ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	<p><b>Знать</b> основные положения, законы и методы естественных наук и математики</p> <p><b>Уметь</b> применять математические методы к решению задач прикладного характера</p> <p><b>Владеть</b> практическими навыками работы с использованием знаний физики и математики при решении прикладных задач.</p>	<p>ОПК -1.1. Знает фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы</p> <p>ОПК-1.2. Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера</p> <p>ОПК-1.3. Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1); (тема №№1-10)</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2.); (№№1-10, 15-18, 25-37 и т.д.)</p> <p>Типовые оценочные материалы для промежуточной аттестации (раздел 5.3.)</p>

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины (модуля)

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы «Гарант». <http://www.garantexpress.ru>.
2. Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 11.03.04-Электроника и наноэлектроника (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» марта 2015г. № 218 (зарегистрировано в Минюсте России «07» апреля 2015г. №36765).  
[http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010401\\_Matematika.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010401_Matematika.pdf)
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-



## 7.2. Основная литература

1. Бернштейн Т.В. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие/ Бернштейн Т.В., Прокудин Д.А.- Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017.- 64 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78153.html>.- ЭБС «IPRbooks»

2. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление/ Гусак А.А., Бричикова Е.А., Гусак Г.М.- Минск: ТетраСистемс, 2002.- 208 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>.- ЭБС «IPRbooks»

3. Зарипов Р.Н. Специальные разделы математики. Теория функций комплексной переменной. Основы операционного исчисления: учебное пособие/ Зарипов Р.Н., Чугунова Г.П.— Электрон. текстовые данные. - Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2008.- 115 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63467.html>.- ЭБС «IPRbooks»

4. Пантелеев А.В., Якимов А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Выс.шк., 2001 – 445с.

## 7.3. Дополнительная литература

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 1972.

2. Волковысский А.И., Лунц Г.Л., Араманович А.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Изд-во физ.мат. лит. - М.: «Наука», 2006 г.

3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 1987.

4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций (Т.1,2). - М.: «Наука», 1977.

5. Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного. - М.: «Наука», 1984.

6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ. Мат. лит., 2010 г.

7. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2005 г.

8. Совершенный В.Д. Основы теории функций комплексного переменного.- М.: Изд-во МАИ, 1996.

9. Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.

10. Шабунин М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.

11. Елеев В.А., Кумыкова С.К. Теория функций комплексного переменного. Лабораторный практикум. Нальчик, 2008.

## 7.4. Периодические издания

1. Доклады РАН

2. Сибирский математический журнал

3. Успехи математических наук

4. Математические заметки

5. Вестник МГУ Серия I. Математика. Механика.

6. Журнал вычислительной математики и математической физики

7. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки

## 7.5. Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины «Основы теории дробного исчисления» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– *общие информационные, справочные и поисковые:*

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс». URL: <http://www.consultant.ru>

– *к современным профессиональным базам данных:*

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	ЭБД РГБ	Электронные версии 885898 полных текстов диссертаций и авторефератов из фонда Российской государственной библиотеки	<a href="http://www.diss.rsl.ru">http://www.diss.rsl.ru</a>	Авторизованный доступ из библиотеки (к. 112-113)
2.	«Web of Science» (WOS)	Авторитетная политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая база данных, в которой индексируются около 12,5 тыс. журналов	<a href="http://www.isiknowledge.com/">http://www.isiknowledge.com/</a>	Доступ по IP-адресам КБГУ
3.	Sciverse Scopus издательства «Эльзевир. Наука и технологии»	Реферативная и аналитическая база данных, содержащая <ul style="list-style-type: none"> <li>• 21.000 рецензируемых журналов; 100.000 книг; 370 книжный серий (продолжающихся изданий);</li> <li>• 6,8 млн. докладов из трудов конференций</li> </ul>	<a href="http://www.scopus.com">http://www.scopus.com</a>	Доступ по IP-адресам КБГУ
4.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электронная библиотека научных публикаций - полнотекстовые версии около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тысяч журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций. 2800 российских журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Полный доступ
5.	База данных Science Index (РИНЦ)	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ

7.	ЭБС «Консультант студента»	Учебники, учебные пособия, по всем областям знаний для ВО и СПО, а также монографии и научная периодика	<a href="http://www.studmedlib.ru">http:// www.studme dlib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «АйПиЭрбукс»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http:// iprbookshop.r u/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	ЭБС КБГУ	(электронный каталог фонда + полнотекстовая БД)	<a href="http://lib.kbsu.ru">http:// lib.kbsu.ru</a>	Полный доступ

– Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

1. Служба тематических толковых словарей <http://glossary.ru/>
2. Словари и энциклопедии <https://dic.academic.ru/>  
Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>

#### **7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий и другим видам самостоятельной работы**

Учебная работа по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану Направления 11.03.04 – Электроника и нанoeлектроника, профиль «Современные информационные технологии в электронной технике».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### **Методические рекомендации по изучению дисциплины «Теория функций комплексного переменного» для обучающихся**

Цель курса «Теория функций комплексного переменного» - подготовка студентов, обладающих знаниями в области математики, имеющих базовые знания о состоянии и тенденциях развития математики; приобретение практических навыков применения математического аппарата.

Приступая к изучению дисциплины, студенту необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения практических занятий. При изучении дисциплины студенты выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят к практическим занятиям; участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, практиках, при самостоятельной и индивидуальной работе студентов. Студент для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные моменты применения математического аппарата на практике. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Студенты должны регулярно готовиться к практическим занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При

подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, теорем и аксиом. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям***

Практические занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углублённому изучению наиболее сложных проблем математики и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы студентов. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных студентами на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практиках студенты учатся грамотно излагать вопросы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности.

#### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа студентов - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы студентов при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих студенту в удобное для него время осваивать учебный материал;

- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;

– совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы студентов, поскольку именно эти виды учебной работы студентов в первую очередь готовят их к самостоятельному выполнению профессиональных задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Конспектирование первоисточников и другой учебной литературы;
2. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
3. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
4. Написание докладов;
5. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном

учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:
  - медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
  - выделить ключевые слова в тексте;
  - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

#### ***Методические рекомендации по подготовке сообщений (докладов)***

Сообщение (доклад) представляет собой сокращенный пересказ содержания первичного документа (или его части) с основными фактическими сведениями и выводами. Написание сообщения (доклада) используется в учебном процессе вуза в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью сообщений (докладов) студент глубже постигает наиболее сложные проблемы курса, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда. Процесс написания сообщения (доклада) включает: выбор темы; подбор специальной литературы и иных источников, их изучение; составление плана; написание текста работы и ее оформление; устное изложение сообщения (доклада).

Сообщения (доклады) пишутся по наиболее актуальным темам. В них на основе тщательного анализа и обобщения научного материала сопоставляются различные взгляды авторов и определяется собственная позиция студента с изложением соответствующих аргументов. Темы сообщений (докладов) должны охватывать и дискуссионные вопросы курса. Они призваны отражать передовые научные идеи, обобщать тенденции практической деятельности, учитывая при этом изменения в текущем законодательстве. Рекомендованная тематика сообщениям (докладам) примерная. Студент при желании может сам предложить ту или иную тему, предварительно согласовав ее с научным руководителем.

По объему текст, который рекомендуется использовать устного сообщения (доклада) – не более трех страниц печатного текста. Если сообщение (доклад) делается в письменном виде – объем его должен быть 3 – 5 страниц.

Устное сообщение может сопровождаться презентацией. Рекомендуемое количество слайдов – около 10. Текст слайда должен дополнять информацию, которая произносится докладчиком во время выступления. Полностью повторять на слайде текст выступления не целесообразно. Приоритет при написании слайдов отдается таблицам, схемам, рисункам, кратким заключениям и выводам.

В сообщении должна быть раскрыта заявленная тема. Приветствуется внимание аудитории к докладу, содержательные вопросы аудитории и достойные ответы на них поощряются более высокой оценкой выступающему.

Время выступления – 10 – 15 минут.

Литература и другие источники могут быть найдены обучающимся самостоятельно или рекомендованы преподавателем (если возникнут сложности с поиском материала по теме); при предложении конкретной темы сообщения преподаватель должен ориентироваться в проблеме и уметь направить студента.

#### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях и практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. По дисциплине «Теория функций комплексного переменного» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачет в IV семестре. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и

промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносятся материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено»

**«Зачтено»** выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

**«Не зачтено»** может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1 Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

#### **лицензионное программное обеспечение:**

- Продукты Microsoft (Desktop Education ALNG LicSaPk OLVS Academic Edition Enterprise) подписка (Open Value Subscription);
- Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security Стандартный Russian Edition;

#### **свободно распространяемые программы:**

- Academic MarthCAD License - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- WinZip для Windows - программ для сжатия и распаковки файлов;



- Adobe Reader для Windows – программа для чтения PDF файлов;
- Far Manager - консольный файловый менеджер для операционных систем семейства Microsoft Windows.

При осуществлении образовательного процесса студентами и преподавателем используются следующие информационно справочные системы: ЭБС «АйПиЭрбукс», ЭБС «Консультант студента», СПС «Консультант плюс», СПС «Гарант».

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невидимого доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента зачет/экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)**

в рабочую программу по дисциплине  
*«Теория функций комплексного переменного»*  
 по направлению подготовки 11.03.04- Электроника и нанoeлектроника  
 Профиль подготовки: «Современные информационные технологии в электронной  
технике»  
 на 2020/2021 учебный год

№п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2020г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ /Бечелова А.Р./

*Распределение баллов текущего и рубежного контроля*

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<i>Посещение занятий</i>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<i>Текущий контроль:</i>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	<i>Ответ на 5 вопросов</i>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 6 до 12 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.
	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.
	<i>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач, написание рефератов, доклад)</i>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>
3	<i>Рубежный контроль</i>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	тестирование	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	коллоквиум	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
<i>Итого сумма текущего и рубежного контроля</i>		<i>до 70 баллов</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 24 б.</i>