

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Директор ИФиМ

_____ М.Х. Хоконов

_____ Б.И. Кунижев

«___» _____ 2022г.

«___» _____ 2022г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
« ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ВАРИАЦИОННОЕ
ИСЧИСЛЕНИЕ»

Направление подготовки

03.03.02 – Физика

(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки:

Физика конденсированного состояния вещества

Медицинская физика

(наименование профиля подготовки)

Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавр

Форма обучения

Очная

НАЛЬЧИК 2022

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» /составители Л.В. Канукоева Л.В. – Нальчик: КБГУ, 2022г. – 42 с.

Рабочая программа дисциплины предназначена для студентов *очной* формы обучения по направлению подготовки 03.03.02 – Физика профили «Физика конденсированного состояния вещества» и «Медицинская физика» для III семестра 2 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 – Физика (уровень бакалавриата) утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 7 августа 2020 г. N 891 (Зарегистрировано в Минюсте России 24 августа 2020 г. № 59412).

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цель и задачи освоения дисциплины	3
2.	Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО	3
3.	Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)	3
4.	Содержание и структура дисциплины (модуля)	4
5.	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	9
6.	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности	24
7.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины (модуля)	26
7.1.	<i>Нормативно-законодательные акты</i>	26
7.2.	<i>Основная литература</i>	27
7.3.	<i>Дополнительная литература</i>	29
7.4.	<i>Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)</i>	30
7.5.	<i>Интернет-ресурсы</i>	31
7.6.	<i>Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы</i>	32
8.	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	35
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины (модуля)	38
	Приложения	

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» является изучение основ теории и аналитических методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений, фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений, формирование математической культуры будущего специалиста, овладение современным аппаратом обыкновенных дифференциальных уравнений в решении задач и их применении в практической деятельности.

Задачи освоения дисциплины: сформировать знания о методах дифференциальных уравнений, изучить основные утверждения и теоремы дифференциальных уравнений, усвоить способы использования методов дифференциальных уравнений при решении прикладных задач.

Изучение дисциплины направлено на развитие у обучающихся навыков работы с математическим аппаратом теории дифференциальных уравнений, на подготовку их к системному восприятию дальнейших дисциплин из учебного плана, использующих методы математического моделирования.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (3++)

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» относится к обязательной части Блока 1 основной образовательной программы по направлению подготовки 03.03.02 Физика, профили «Физика конденсированного состояния вещества» и «Медицинская физика».

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» базируется на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения следующих дисциплин: математического анализа, алгебры, теории функций комплексного переменного. Получаемые знания лежат в основе математического образования, необходимы для понимания и освоения ряда математических наук и их приложений.

На знаниях, умениях и навыках, приобретенных в ходе изучения курса «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» базируются такие дисциплины как «Уравнения с частными производными», «Методы вычислений».

Полученные знания востребованы в математическом моделировании, при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (3++) и ОПОП ВО (3++) по данному направлению подготовки:

а) общепрофессиональных (ОПК):

ОПК-1 - Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Индикаторы компетенции:

ОПК-1.1- Способен применять базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;

ОПК-1.2- Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;

ОПК-1.3- Способен выбирать физические модели и методы решения задач профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать теоретические основы методов интегрирования дифференциальных уравнений и систем, качественную теорию дифференциальных уравнений.

Уметь: решать основные, модельные уравнения, курса обыкновенных дифференциальных уравнений; находить решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Владеть: методами дифференциальных уравнений и навыками приложения дифференциальных уравнений при решении задач прикладного характера.

4. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 1. Содержание дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№ раздела	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства, обеспечивающие формирование компетенций
1	2	3	4	5
1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений	Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно производной. Геометрическое истолкование уравнения первого порядка и его решений. Поле направлений. Изоклины. Построение дифференциального уравнения заданного семейства кривых.	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК
2	Дифференциальные уравнения первого порядка	Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Уравнения вида $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$. Обобщенно однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Линейные однородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения разрешаемые относительно y' неоднозначно. Неполные уравнения. Уравнения	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК

		Лагранжа и Клеро. Уравнение Риккати.		
3	<i>Дифференциальные уравнения высших порядков</i>	<p>Основные понятия и определения. Понижение порядка уравнения. Уравнения содержащие только x и $y^{(n)}$. Уравнения, не содержащие искомой функции и ее производных до порядка $(k-1)$ включительно. Уравнения, не содержащие независимого переменного. Уравнения однородные, относительно неизвестной функции и ее производных. Уравнения, левая часть которых является точной производной. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие понятия и определения. Линейное пространство. Интегрирование линейных однородных уравнений n-го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с произвольными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами. Самосопряженное линейное уравнение. Построение общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по его известному частному решению. Краевые задачи. Функция Грина.</p>	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК
4	<i>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений</i>	<p>Основные понятия и определения. Метод исключения (сведение системы дифференциальных уравнений к одному уравнению). Нахождение интегрируемых комбинаций. Симметрическая форма системы дифференциальных уравнений. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Методы интегрирования неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных</p>	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК

		постоянных (метод Лагранжа). Метод неопределенных коэффициентов (метод подбора).		
5	Теория устойчивости	Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Простейшие типы точек покоя. Метод функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Устойчивость решений дифференциальных уравнений по отношению к изменению правых частей уравнений. Критерий Рауса- Гурвица. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова). Уравнения с малым параметром при производной.	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК
6	Уравнения с частными производными первого порядка	Уравнения в частных производных первого порядка. Однородное линейное уравнение. Связь между однородным линейным уравнением с частными производными первого порядка и соответствующей ему системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме. Построение общего решения однородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для однородного линейного уравнения. Построение общего решения неоднородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для неоднородного линейного уравнения.	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК
7	Интегральные уравнения Вольтерра	Интегральные уравнения Вольтерра. Связь между линейными дифференциальными и интегральными уравнениями Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК
8	Интегральные уравнения Фредгольма	Уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра.	ОПК - 1	ДЗ, КР, Т, РК

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольной работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), домашнего задания (ДЗ) написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т) и т.д.

Структура дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление»

Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часов / зачетных единиц	
	3 семестр	Всего
Общая трудоемкость (в часах)	144	144
Контактная работа (в часах):	102	102
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	51	51
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	51	51
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	33	152
Контрольная работа (КР)	6	6
Самостоятельное изучение разделов	27	27
Курсовая работа	-	
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
Вид промежуточной аттестации	Зачет	

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
1	<i>Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Цель и задачи изучения темы – раскрыть основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть геометрическое толкование дифференциального уравнения первого порядка.</i>
2	<i>Дифференциальные уравнения первого порядка. Цель и задачи изучения темы – изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.</i>
3	<i>Дифференциальные уравнения высших порядков. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть теорему Коши существования и единственности решения дифференциальных уравнений n-го порядка. Разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.</i>

4	<i>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.</i> Цель и задачи изучения темы - изучить различные методы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
5	<i>Теория устойчивости.</i> Цель и задачи изучения темы - изучить вопросы устойчивости решения дифференциальных уравнений.
6	<i>Уравнения с частными производными первого порядка.</i> Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения уравнений в частных производных первого порядка.
7	<i>Интегральные уравнения Вольтерра.</i> Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения интегральных уравнений Вольтерра.
8	<i>Интегральные уравнения Фредгольма</i> Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения интегральных уравнений Фредгольма.

Таблица 4. Практические занятия

№ п/п	Тема
1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
2	Дифференциальные первого порядка.
3	Дифференциальные уравнения высших порядков.
4	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
5	Теория устойчивости.
6	Уравнения с частными производными первого порядка.
7	Интегральные уравнения Вольтерра
8	Интегральные уравнения Фредгольма

Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине (модулю) – не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Геометрические и физические задачи, сводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. Геометрический смысл уравнения первого порядка.
2.	Метод изоклин. Метод последовательных приближений.
3.	Построение дифференциального уравнения заданного семейства кривых.
4.	Методы решения уравнений первого порядка. Разные задачи. Задача Коши.
5.	Метод последовательных приближений. Особое решение.
6.	Геометрические и физические задачи, сводящиеся к уравнениям второго и более высокого порядков.

7.	Нахождение расстояния между двумя соседними нулями уравнения с переменными коэффициентами.
8.	Метод изоклин для дифференциальных уравнений второго порядка
9.	Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов.
10.	Нахождение периодических решений линейных дифференциальных уравнений.
11.	Асимптотическое интегрирование
12.	Общие свойства линейного уравнения. Линейные уравнения второго порядка. Приведение к простейшим формам.
13.	Приложение линейных дифференциальных уравнений второго порядка к изучению механических и электрических колебаний.
14.	Формула Коши для неоднородной системы.
15.	Однородные системы с периодическими коэффициентами.
16.	Поиск интегрируемых комбинаций. Метод исключения.
17.	Симметрическая форма системы дифференциальных уравнений
18.	Метод интегрирования неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Построение интегрируемых комбинаций (Метод Даламбера).
19.	Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений и систем.
20.	Асимптотическая устойчивость. Сведение к рассмотрению нулевого решения.
21.	Лемма Ляпунова.
22.	Нелинейные автономные системы
23.	Связь типа особой точки с устойчивостью стационарного решения $x = 0, y = 0$.
24.	Численные методы решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
25.	Простейшие уравнения в частных производных.
26.	Линейные однородные и неоднородные уравнения в частных производных 1-го порядка с начальными условиями.
27.	Методы интегрирования нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация**.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля. Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» и включает: решение уравнений и выполнение заданий на практических занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление»

(контролируемые компетенции ОПК-1)

Тема 1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений

Цель и задачи изучения темы – раскрыть основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть геометрическое толкование дифференциального уравнения первого порядка.

- 1) Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 2) Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл.
- 3) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно производной.
- 4) Геометрическое истолкование уравнения первого порядка и его решений. Поле направлений. Изоклины. Построение дифференциального уравнения заданного семейства кривых.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Цель и задачи изучения темы – изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

- 1) Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными.
- 2) Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
- 3) Уравнения вида $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$. Обобщенно однородные уравнения.
- 4) Линейные уравнения первого порядка. Линейные однородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения. Уравнение Бернулли.
- 5) Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
- 6) Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения разрешаемые относительно y' неоднозначно. Неполные уравнения.
- 7) Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнение Риккати.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Цель и задачи изучения темы – рассмотреть теорему Коши существования и единственности решения дифференциальных уравнений n -го порядка. Разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.

- 1) Основные понятия и определения. Методы понижение порядка уравнения.
- 2) Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Общие понятия и определения. Линейное пространство. Интегрирование линейных однородных уравнений n -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 3) Уравнения Эйлера.
- 4) Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с произвольными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
- 5) Метод вариации произвольных постоянных.
- 6) Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами. Самосопряженное линейное уравнение.
- 7) Построение общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по его известному частному решению.
- 8) Краевые задачи. Функция Грина.

Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Цель и задачи изучения темы - изучить различные методы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

- 1) Основные понятия и определения.
- 2) Метод исключения (сведение системы дифференциальных уравнений к одному уравнению). Нахождение интегрируемых комбинаций. Симметрическая форма системы дифференциальных уравнений.
- 3) Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Методы интегрирования неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
- 4) Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).
- 5) Метод неопределенных коэффициентов (метод подбора).

Тема 5. Теория устойчивости

Цель и задачи изучения темы - изучить вопросы устойчивости решения дифференциальных уравнений.

- 1) Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения.
- 2) Простейшие типы точек покоя. Метод функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.
- 3) Устойчивость решений дифференциальных уравнений по отношению к изменению правых частей уравнений.
- 4) Критерий Рауса-Гурвица. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова).
- 5) Уравнения с малым параметром при производной.

Тема 6. Уравнения с частными производными первого порядка

Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения уравнений в частных производных первого порядка.

- 1) Уравнения в частных производных первого порядка. Однородное линейное уравнение.
- 2) Связь между однородным линейным уравнением с частными производными первого порядка и соответствующей ему системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.

- 3) Построение общего решения однородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для однородного линейного уравнения.
- 4) Построение общего решения неоднородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для неоднородного линейного уравнения.

Тема 7. Интегральные уравнения Вольтерра

Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения интегральных уравнений Вольтерра.

- 1) Интегральные уравнения Вольтерра.
- 2) Связь между линейными дифференциальными и интегральными уравнениями Вольтерра.
- 3) Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.
- 4) Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.

Тема 8. Интегральные уравнения Фредгольма

Цель и задачи изучения темы - изучить методы решения интегральных уравнений Фредгольма.

- 1) Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
- 2) Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале (за 1 занятие):

2 балла ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

1 балл ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

0 баллов ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за одновременный ответ, но и за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ОПК-1)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения, вариационные исчисления».

Тема 1: Основные понятия теории дифференциальных уравнений

1. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку $y' = -\frac{x}{2}$, $M(4, 2)$.

2. Найти линию, проходящую через точку $M_0(2,1)$, если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении $a:b=1:2$ (считая от оси Oy).

3. Построить поле направлений и изоклины дифференциального уравнения $y' = -\frac{x}{y}$.

Используя построенное поле направлений, провести его интегральные кривые.

4. Скорость распада радия в каждый момент времени прямо пропорциональна его наличному количеству. Найти, какой процент от первоначального количества радия распадется за 200 лет, если известно, что период полураспада радия (период времени, в течение которого распадется половина наличной массы радия) равен 1590 лет.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия теории дифференциальных уравнений. Основная цель изучить основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть геометрическое толкование дифференциального уравнения первого порядка.

Тема 2: Дифференциальные первого порядка

1) Найти общие решения уравнений:

1. $xy' + y = 0$.

2. $(1+y^2)dx = (1+x^2)dy$.

3. $y' = (2y+1)\operatorname{ctg}x$.

2) Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$xy' + 2y = x^2.$$

$$y' - \frac{3y}{x} = x.$$

3) Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$.

4) Найти решение задачи Коши $y' - y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0$.

5) Найти общее решение уравнения $y' - y = y^2 e^x$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения первого порядка. Основная цель сформировать навыки решения задач обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Тема 3: Дифференциальные уравнения высших порядков

1) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, зная их характеристические уравнения:

$$\lambda(\lambda+1)(\lambda+2) = 0; \quad (\lambda^2+1)^2 = 0; \quad 2\lambda^2 - 3\lambda - 5 = 0.$$

2) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если заданы ФСР:

а) e^{-x}, e^x ; б) $\sin 3x, \cos 3x$; в) $1, x$.

3) Проинтегрировать следующие уравнения (решить задачу Коши):

$$y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 6;$$

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1;$$

4) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если известны корни характеристических уравнений:

а) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2;$

б) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1;$

в) $\lambda_1 = 3 - 2i, \lambda_2 = 3 + 2i.$

6) Найти общие решения дифференциальных уравнений

1. $y'' - 2y' - 3y = e^{4x};$

2. $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x;$

3. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x;$

7) Проинтегрировать следующие уравнения Эйлера:

$$x^2 y'' + xy' - y = 0;$$

$$x^2 y'' + xy' + y = x(6 - \ln x);$$

$$x^2 y'' - 2y = \sin x \ln x.$$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения высших порядков. Основная цель разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.

Тема 4: Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

1) Для систем дифференциальных уравнений, найти общее решение методом исключения:

1.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases};$$

2.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases};$$

3.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases};$$

2) Методом вариации решить системы

1.
$$\begin{cases} \dot{x} = y + tg^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + tgt \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$$

3) Методом неопределенных коэффициентов найти общее решение системы:

1.
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t} \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы системы дифференциальных уравнений. Основная цель изучить различные методы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 5: Теория устойчивости

- 1) Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = x + t, \quad x(0) = 1.$$

$$\frac{dx}{dt} = 2t(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

- 2) Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих систем уравнений:

$$1. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 13y, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}x - 2y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

$$2. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 9y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

$$3. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y, \end{cases}$$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы теория устойчивости. Основная цель изучить вопросы устойчивости решения дифференциальных уравнений.

Тема 6: Уравнения с частными производными первого порядка

- 1) Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + \left[x(y - 5z)^2 + z \right] \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{z}{5} \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = xz^5, \quad y = 5z + 1, \quad x > 0.$$

- 2) Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$(2xy^2 - 7xz^3) \frac{\partial u}{\partial x} + yz^3 \frac{\partial u}{\partial y} - 2y^2z \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = xy^6, \quad z = 1, \quad y > 0.$$

Методические рекомендации по решению задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы. Основная цель изучить методы решения уравнений в частных производных первого порядка.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по

поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1-2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику**.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ОПК-1)

Типовые варианты контрольных работ:

Вариант 1

1. Решить уравнения: $y' - xy^2 = 2xy$; $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y - 1)$.
2. Найти общее решение однородного уравнения: $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.
3. Решить задачу Коши: $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$ $y(0) = 0$.

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения Бернулли: $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$.
2. Решить уравнение в полных дифференциалах:

$$\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$$

3. Найти решения уравнения неразрешенного относительно производной: $y^{\frac{2}{3}} + (y')^{\frac{2}{3}} = 1$

Вариант 3

1. Решить уравнение Лагранжа: $y = xy'^2 - 2y'^3$
2. Найти общее решение уравнения допускающего понижение порядка:

$$y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x$$

3. Решить задачу Коши для однородного уравнения с постоянными коэффициентами: $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 1$

Вариант 4

1. Исследовать, являются ли функции $y_1(x) = x + 2$, $y_2(x) = 2x - 1$ линейно независимыми.
2. Методом неопределенных коэффициентов найти решение уравнения: $y''' + y = x^2 - x + 1$
3. Решить уравнение Эйлера: $x^2 y'' - xy' - 3y = -\frac{16 \ln x}{x}$

Вариант 5

1. Найти общее решение уравнения $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$, если известно его частное решение $y_1 = x$.
2. Решить задачу $y'' - y' - 2y = 0$, $y'(0) = 2$, $y(+\infty) = 0$.
3. Для краевой задачи построить функцию Грина $y'' = f(x)$, $y'(-1) = y(1) = 0$, $-1 \leq x \leq 1$.

Вариант 6

1. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 5y \\ \dot{y} = -x - 3y \end{cases} \quad x(0) = -2, y(0) = 1.$$

2. Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость

$$\text{решения следующей системы} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 13y, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}x - 2y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

3. Пользуясь критерием Рауса-Гурвица, исследовать на устойчивость нулевое решение:

$$y^{(5)} + 14y^{(4)} + 73y''' + 178y'' + 214y' + 120y = 0.$$

Контрольная работа. Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

Критерии оценки. Уровень знаний определяется баллами:

6 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

5-4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

3-2 балла - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине
«Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» (контролируемые компетенции
ОПК-1)

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС –

<https://open.kbsu.ru:8033/moodle/course/view.php?id=1191>

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

1. В уравнении $y = 2x - 3$ число произвольных постоянных в общем интеграле уравнения равно...
 - a. 1
 - b. 2
 - c. 5
 - d. 0
2. Определить тип уравнения $2x^2 yy' + y^2 = 2$
 - a. линейное уравнение
 - b. однородное уравнение
 - c. уравнение с разделяющимися переменными
 - d. уравнение Бернулли
3. Семейством изоклин дифференциального уравнения $y'' + y' = 0$ является:
 - a. $x + 1 = k$
 - b. $x - 1 = k$
 - c. $2x + 1 = k$
 - d. $x + 2 = k$
4. Дифференциальное уравнение $e^{-y}(1 + y') = 1, y = y(x)$ является:
 - a. однородным уравнением;
 - b. уравнением с разделяющимися переменными;
 - c. уравнением в полных дифференциалах;
 - d. уравнением Бернулли.

5. Определить тип уравнения $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$
- линейное уравнение
 - однородное уравнение
 - уравнение в полных дифференциалах
 - уравнение Бернулли
6. Общим решением уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = 0$ является...
- $y(x) = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 e^{-x}$
 - $y(x) = C_1 + C_2 e^{-x} + C_3 x e^{-x}$
 - $y(x) = C_1 + e^{-2x}(C_2 \cos 3x + C_3 \sin 3x)$
7. Уравнение $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$, после разделения переменных примет вид...
- $\frac{\sqrt{x+1}}{x} dy + \frac{1}{\sqrt{y}} dx = 0$
 - $\frac{\sqrt{y}+1}{y} dy - \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 0$
 - $\frac{\sqrt{y}+1}{y} dy + \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 0$
 - $\sqrt{y} dy + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} dx = 0$
8. Общее решение дифференциального уравнения $xy'' = y' + x^2$ имеет вид...
- $y = x^2 C_1 + e^x C_2$
 - $y = \frac{x^3}{3} + C_1 x^2 + C_2$
 - $y = (x^2 + 3)C_1 + C_2 x$
 - $y = C_1 e^{x^2} + C_2$
9. Решением задачи $yy'' - 2xy'^2 = 0, y(2) = 2, y'(2) = 0,5$, является....
- $(3-x)y^5 = y(x+2)$
 - $(3-x)y^5 = 8(x+2)$
 - $(3-x)y = 8(x+2)$
 - $(3-x)y^5 = 7(x+2)$
10. Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ равен...
- e^{-3x}
 - Ce^{3x}
 - Ce^{-3x}
 - Ce^{2x}

11. Фундаментальная система решений соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению $y'' + 9y = 0$ имеет вид...
- 1, x
 - e^{-3x}, xe^{-3x}
 - $\sin 3x, \cos 3x$
 - 1, e^{3x}
12. Если $k_1 = k_2 = 2$ - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...
- $y = C_1 \sin x + C_2 \cos 2x$
 - $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$
 - $y = C_1 e^x + C_2 x e^{2x}$
 - $y = C_1 x e^x + C_2 x e^{2x}$
13. Дифференциальное уравнение $x^2 y'' - 2y = \sin(\ln x)$ является уравнением...
- Эйлера
 - Бернулли
 - Клеро
 - Лагранжа
14. Уравнение вида $y'' + (\ln x)y' + xy = 0$ является...
- линейным с переменными коэффициентами
 - линейным с постоянными коэффициентами
 - нелинейным с постоянными коэффициентами
 - нелинейным с переменными коэффициентами
15. Решением системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$ является...
- $\begin{cases} x(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^t \\ y(t) = 3C_1 e^{5t} - C_2 e^t \end{cases}$
 - $\begin{cases} x(t) = C_1 e^{3t} + C_2 e^{2t} + (t+1)e^{2t} \\ y(t) = -C_1 e^{3t} - 2C_2 e^{2t} - 2te^{2t} \end{cases}$
 - $\begin{cases} x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t} \\ y(t) = 3C_1 e^{5t} - C_2 e^t \end{cases}$
16. Решением системы уравнений $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t} \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$ является...
- $\begin{cases} x(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^t \\ y(t) = 3C_1 e^{5t} - C_2 e^t \end{cases}$
 - $\begin{cases} x(t) = C_1 e^{3t} + C_2 e^{2t} + (t+1)e^{2t} \\ y(t) = -C_1 e^{3t} - 2C_2 e^{2t} - 2te^{2t} \end{cases}$

$$\text{с.} \quad \begin{cases} x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t} \\ y(t) = 3C_1 e^{5t} - C_2 e^t \end{cases}$$

17. Точка покоя системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$ является...

- а. неустойчивым фокусом
- б. устойчивым фокусом
- с. центром
- д. седлом

18. Для системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$ характеристическим уравнением будет...

- а. $\lambda^2 - 2\lambda - 2 = 0$
- б. $\lambda^2 + 2\lambda - 2 = 0$
- с. $\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0$
- д. $\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0$

19. Решение дифференциального уравнения $x'' + x' = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = -1$ имеет вид...

- а. $x = e^{-t} - e - t$
- б. $x = e^{-2t} - e$
- с. $x = e^{-t}$
- д. $x = e^{-2t}$

20. Решение дифференциального уравнения $x'' = 0$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$ имеет вид:

- а. $x = e^{-t} - e - t$
- б. $x \equiv 0$
- с. $x = e^{-2t} - e$
- д. $x = e^{-2t} - t$

Решение заданий в тестовой форме. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 80 – 99 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

2-3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 60 – 79% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 40-59 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце 3 семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» в виде проведения зачета в 3 семестре.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ, ВЫНОСИМЫХ НА ЗАЧЕТ

(контролируемые компетенции ОПК-1)

1. Основные определения и понятия уравнений высшего порядка. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Общее решение. Частное решение. Особое решение.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высшего порядка. (формулировка)
3. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах или допускающие понижение порядка. Случаи понижения порядка: 1) $y^{(n)} = f(x)$; 2) $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$; 3) $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$; 4) однородное относительно $y, y', \dots, y^{(n)}$; 5) обобщенно однородное.
4. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.
5. Линейная зависимость и независимость системы функций. Определитель Вронского. Необходимый признак линейной зависимости функций.
6. Теорема о существовании фундаментальной системы решений. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения. Формула Остроградского –Лиувилля.
7. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка.
8. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка по известной фундаментальной системе решений соответствующего однородного уравнения.
9. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения высшего порядка.
10. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами.
11. Выражение линейного дифференциального оператора n-го порядка от произведения двух функций.
12. Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами с правой частью специального вида.
13. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Метод вариации произвольной постоянной. Формула Коши для нахождения частного решения.
14. Линейное дифференциальное уравнение Эйлера. Однородный случай и неоднородный.
15. Второй метод интегрирования уравнения Эйлера.
16. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами.
17. Самосопряженное линейное уравнение.

18. Построение общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по его известному частному решению.
19. Понятие о краевых задачах для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод функции Грина решения краевых задач.
20. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений первого порядка.
21. Фазовое пространство и фазовые траектории. Теорема Пеано о существовании решения задачи Коши.
22. Единственность решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка с правой частью, удовлетворяющей условию Липшица.
23. Пространство решений линейного однородного уравнения: теорема о векторном пространстве множества решений, теорема об определителе Вронского и линейной независимости решений.
24. Базис пространства решений: теорема о решениях, образующих базис, фундаментальная система решений, общее решение, о вещественном базисе пространства решений.
25. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: сведение к нормальной системе, разрешимость, единственность.
26. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами: лемма о линейно независимой системе функций, лемма о решениях уравнения, теорема о фундаментальной системе решений.
27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью в виде квазимногочлена.
28. Сведение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений произвольного порядка к задаче Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка.
29. Интегрирование систем ДУ путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.
30. Нахождение интегрируемых комбинаций. Первые интегралы.
31. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений и для уравнения высшего порядка).
32. Интервал существования решения линейных систем и уравнений.
33. Зависимость решений обыкновенных дифференциальных уравнений от параметров и начальных данных.
34. Метод подстановки решения систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
35. Линейные системы дифференциальных уравнений: запись в векторном виде.
36. Линейные однородные системы: пространство решений, теорема о линейной зависимости решений, теорема о базисе пространства решений, следствие, фундаментальная система решений, вещественный базис пространства решений.
37. Определитель Вронского, формула Лиувилля.
38. Решение неоднородной системы методом вариации постоянных: система для определения постоянных, теорема о виде общего решения с фундаментальной матрицей.
39. Линейные однородные системы с действительными постоянными коэффициентами: фундаментальная система решений в случае различных собственных значений, теорема о системе решений, отвечающей кратному собственному значению.
40. Системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
41. Метод Эйлера нахождения решения системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
42. Метод вариации постоянных.
43. Определение устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости.
44. Устойчивость линейных дифференциальных систем: теорема об устойчивости системы, следствия 1 и 2, теорема об асимптотической устойчивости системы.

45. Устойчивость линейных однородных систем: теорема об устойчивости, теорема об асимптотической устойчивости.
46. Устойчивость однородных линейных систем с постоянными коэффициентами: лемма об оценке решения, теорема об асимптотической устойчивости системы, замечание о неустойчивости.
47. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению: лемма об оценке решения, следствие, оценка фундаментальной матрицы, нелинейная автономная система и выделение линейной части, теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
48. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка: случай действительных и различных собственных значений - узел, седло, система полупрямых, случай комплексно - сопряженных собственных значений - фокус, центр, случай кратного действительного корня - диакритический узел, случай прямых. Первые интегралы.
49. Постановка задачи об интегрировании уравнения с частными производными первого порядка.
50. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.
51. Линейные неоднородные уравнения с частными производными первого порядка.
52. Первые интегралы характеристической системы.
53. Связь характеристик с решениями задачи Коши.
54. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (для функции двух переменных).
55. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.
56. Система двух совместных уравнений первого порядка.
57. Уравнение Пфаффа.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации. Уровень знаний определяется оценками *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*, *«зачтено»*, *«неудовлетворительно»*, *«не зачтено»*.

1. Оценка *«отлично»* (91-100 баллов) - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка *«хорошо»* (81-90 баллов) - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка *«удовлетворительно»* (61-80 баллов) - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка *«зачтено»* (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценки *«неудовлетворительно»* и *«не зачтено»* (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» является зачет (3 семестр) и экзамен (4 семестр).

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложение 2. В течение учебного процесса студент обязан отчитаться по теоретическому материалу и практическим занятиям: опросы, индивидуальные задания.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Критерии оценки качества освоения дисциплины (3 семестр)

Для получения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины в семестре, студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал число баллов в пределах от 36 до 61, то он допускается к сдаче зачета. По итогам зачета он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачета.

Оценка **«зачтено»** - уровень знаний студента соответствует требованиям:

– студент свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

– относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

– в процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

Оценки **«не зачтено»** - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

Оценивание и контроль сформированности компетенций осуществляется с помощью текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций *ОПК-1* представлены в таблице 7.

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Код и наименование компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
<p align="center">ОПК-1</p> <p>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Знать базовые понятия в области математики и их профессиональную терминологию.</p> <p>Уметь исследовать классические задачи в области математика и публично докладывать и объяснять фундаментальные результаты в соответствующих разделах математики</p> <p>Владеть навыками математического мышления и строгого доказательства утверждений в области математики, а также методологией решения основных задач соответствующих разделов математики.</p>	<p>ОПК-1.1 Способен применять базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2 Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.3 Способен выбирать физические модели и методы решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1);</p> <p>Типовые оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (раздел 5.1.2.)</p> <p>Типовые оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1);</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2.)</p> <p>Типовые оценочные материалы для промежуточной аттестации (раздел 5.3.)</p>

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить:

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Министерства образования и науки РФ от 7 августа 2020 г. N 891"Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» http://fgosvo.ru/fgosvo/downloads/2038/?f=%2Fuploadfiles%2FFGOS+VO+3%2B%2B%2FBak%2F030302_B_3_31082020.pdf
2. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

7.2. Основная литература

3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения/ Понтрягин Л.С. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970, 331с.
4. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения/М.В. Федорюк. - 3-е изд., и стер. - М.: Лань, 2003. - 448 с.

5. Юмагулов М.Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения [Электронный ресурс]/ Юмагулов М.Г.— Электрон. текстовые данные. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2008.— 181 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16580.html>.
6. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие / составители Д.А. Прокудин [и др.]. — Кемерово : КемГУ, [б. г.]. — Часть 2 — 2015. — 66 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/80052>
7. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю.Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/1542>

7.3. Дополнительная литература

8. Асташова И.В. Дифференциальные уравнения. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В., Никишкин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 107 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10664.html>. — ЭБС «IPRbooks»
9. Лапин И.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие/ Лапин И.А., Ратафьева Л.С., Рябова А.В.- СПб.: Университет ИТМО, 2013.- 106 с. <http://www.iprbookshop.ru/71494.html>.
10. Асташова И.В. Дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие/ Асташова И.В., Никишкин В.А.-М.: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004.-92 с. <http://www.iprbookshop.ru/10751.html>
11. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / под редакцией В.К. Романко. — 5-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 222 с. — ISBN 978-5-9963-2662-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70710>
12. Андреев, А.Н. Избранные главы теории дифференциальных уравнений : учебное пособие / А.Н. Андреев. — Кемерово : КемГУ, 2012. — 112 с. — ISBN 978-5-8353-1300-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/44307>
13. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1992. - 128 с.
14. Тихонов А.Ф., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980г. – 232 с.

7.4. Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)

15. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
16. Дифференциальные уравнения
17. Доклады РАН
18. Журнал вычислительной математики и математической физики
19. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки
20. Успехи математических наук

7.5. Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

- *общие информационные, справочные и поисковые:*
 1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
 2. Справочная правовая система «Консультант Плюс». URL: <http://www.consultant.ru>
- *к современным профессиональным базам данных:*

**Перечень актуальных электронных информационных баз данных,
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2022-2023 уч.г.)**

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ»	Полный доступ
2.	База данных Science Index (РИНЦ)	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 г. Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих я в РИНЦ
3.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollegelib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) Договор №310СЛ/08-2021 От 30.09.2021 г. Активен до 30.09.2022г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

4.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) Договор №701КС/02-2022 от 13.04.2022 г. Активен до 19.04.2022г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) Договор №6ЕП/223 от 15.02.2022 г. Активен до 28.02.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://нэб.рф	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/16 66-п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	Доступ с электронного читального зала библиотек и КБГУ
7.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) Договор №9200/22П от 08.04.2022 г. Активен до 02.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://www.biblio-online.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) Договор №192/ЕП-223 От 29.10.2021 г. Активен до	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

				31.10.2022 г.	
9.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
10.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	http://www.pr.lib.ru	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) Соглашение от 15.11.2016г. Сроком на 5 лет (с дальнейшей пролонгацией)	Авторизованный доступ из библиотек и (ауд. №214)

Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

1. Служба тематических толковых словарей <http://glossary.ru/>
2. Словари и энциклопедии <https://dic.academic.ru/>
3. Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>

7.6 Методические указания по проведению различных учебных занятий и другим видам самостоятельной работы

Учебная работа по дисциплине «Дифференциальные уравнения» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану Направления 03.03.02 – Физика, профили «Физика конденсированного состояния вещества», «Медицинская физика».

Основными видами учебных занятий при изучении курса «Дифференциальные уравнения» являются лекции, практические занятия и контролируемая самостоятельная работа студентов с изучением ими рекомендованной литературы.

Лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом

самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей научной деятельностью магистрантов.

Преподаватель, читающий данный лекционный курс, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

Практические занятия служат углублению и закреплению знаний студентов, полученных ими в ходе лекций. Проводятся практические занятия по узловым и наиболее сложным темам учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

Кроме того, практические занятия позволяют разобраться в сложных вопросах, возникающих в процессе самостоятельной работы, и сформировать необходимые навыки и умения. Указанная форма проведения занятий развивает ораторские способности, совершенствует навыки выступления. Являясь одним из основных видов учебных занятий, практика подводит итог самостоятельной работе студентов по каждой теме. При этом практические занятия дают положительные результаты только в том случае, если им предшествует достаточно эффективная и плодотворная работа по самостоятельному изучению рекомендованной основной и дополнительной литературы.

Базовыми видами учебной работы студентов являются аудиторная и самостоятельная. Причем, аудиторной работе на практических занятиях, обязательно должна предшествовать самостоятельная работа студента. В частности, подготовку к практическим занятиям по «Дифференциальным уравнениям» рекомендуется начинать заблаговременно и проводить в следующей последовательности: уяснение темы и основных вопросов, выносимых на занятие; определение порядка подготовки к семинару (когда и какую литературу изучить, на какие вопросы обратить особое внимание); ознакомление с литературой, и её изучение. При изучении литературы необходимо переработать информацию, глубоко осмыслив прочитанное. В ходе подготовки к занятию студенты могут выполнить:

- конспектирование первоисточников и другой учебной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературе) и подготовку докладов для практических занятий;
- поиск и обзор научных публикаций и электронных источников информации, подготовку заключения по обзору;
- решение задач, упражнений;
- работу с тестами и вопросами для самопроверки и т.д.

При подготовке к ответу студент должен обратить внимание на следующие требования: свободное изложение материала; аргументированность всех содержащихся в ответе выводов и заключений; культуру речи. Выступающий должен уметь отстаивать свои результаты. Студенты должны быть готовы к выступлению добровольно или по вызову преподавателя по всем вопросам, рассматриваемым на занятии.

В ходе практического занятия студентам рекомендуется внимательно слушать выступления товарищей, делать при необходимости записи, а также замечать допущенные в решениях студентов неточности, ошибки и исправлять их. В конце занятия преподаватель подводит итоги изучения темы, объявляет оценки, полученные студентами, дает в случае необходимости рекомендации по дополнительной работе над отдельными вопросами темы.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;
4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль

самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.

2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
- выделить ключевые слова в тексте;
- постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к зачету

Зачет в 3-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений студентов по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. К зачету допускаются студенты, набравшие не менее 36 баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. Студенты, набравшие более 61 балла по итогам промежуточного и текущего контроля, имеют право на получение зачета автоматом. На зачете студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к зачету студенты вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка студента к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету студентам целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносятся материалы в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет зачетные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня зачетных вопросов, доведенного до сведения студентов накануне зачетной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный зачет, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего зачет. На подготовку ответа на билет на зачете отводится 20 минут.

При проведении письменного зачета на работу отводится 60 минут.

Результат устного зачета выражается оценками «зачтено» и «не зачтено», дифференцированного устного зачета – оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «зачтено» выставляется, если студент показал при ответе на зачетные вопросы знание основных положений учебной дисциплины, допустил отдельные погрешности и сумел устранить их с помощью преподавателя; знаком с основной литературой, рекомендованной рабочей программой.

Оценка «не зачтено» выставляется, если при ответе на зачетные вопросы выявились существенные пробелы в знании основных положений учебной дисциплины, неумение студента даже с помощью преподавателя сформулировать правильные ответы на вопросы билета.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1 Требования к материально-техническому обеспечению

Реализация учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» осуществляется с использованием материально-технической базы, обеспечивающей проведение всех видов учебных занятий и научно-исследовательской работы студентов, предусмотренных программой учебной дисциплины и соответствующей действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам. Для обеспечения освоения дисциплины необходимо наличие: лекционной аудитории оснащенной мультимедийным проектором, аудитории с интерактивной доской для проведения практических занятий, учебный и научный абонемент библиотеки, читальные залы, компьютерные классы с выходом в интернет.

В самостоятельной и аудиторной работе студентами активно используется единая информационная база (новая литература, периодика, электронные образовательные ресурсы, электронные учебники, справочники).

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:
лицензионное программное обеспечение:

№	Производитель	Наименование	№ договора на 2021 год
1.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr A Faculty EES	ДОГОВОР №10/ЭА-223
2.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES	ДОГОВОР №10/ЭА-223
3.	MSAcademicEES	Core CALClient Access License ALNG LicSAPk MVL DvcCAL A Faculty EES	ДОГОВОР №10/ЭА-223
4.	MSAcademicEES	WINEDUperDVC ALNG UpgrdSAPk MVL A Faculty EES (Корпоративная подписка на продукты Windows операционная система и офис)	ДОГОВОР №10/ЭА-223
5.	AdobeCreativeCloud	Adobe Creative Cloud for Teams – All Apps. Лицензии Education Device license для образовательных организаций	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
6.	ABBYY	ABBYY FineReader	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

Российское лицензионное ПО

№	Производитель	Наименование	№ договора на 2021 год
1.	Kaspersky	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal License	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
2.		Антиплагиат ВУЗ	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

Российское ПО (свободно распространяемое)

№	Производитель	Наименование	Комментарии	Сроки лицензии
1.	StarForce Technologies, Россия, Москва	Foxit PDF Reader	для просмотра электронных документов в стандарте PDF	Бесплатно
2.	Россия	7zip	архиватор	Бесплатно

При осуществлении образовательного процесса студентами и преподавателем используются следующие информационно справочные системы: ЭБС «АйПиЭрбукс», ЭБС «Консультант студента», СПС «Консультант плюс», СПС «Гарант».

8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;
3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;
4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);
- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;
- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;
- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);
- зачет/экзамен проводится в письменной форме;
- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного

пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление» по направлению подготовки 03.03.02 Физика, профиль
«Физика конденсированного состояния вещества»,
«Медицинская физика»
на _____ учебный год

№п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений
протокол № _____ от «_____» _____ 20_____ г.

Заведующий кафедрой _____ /В.Н. Лесев/

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2	Текущий контроль:	до 27 баллов	до 9 б.	до 9 б.	до 9 б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5 б.	от 1 до 5 б.	от 1 до 5 б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 12 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.
3	Рубежный контроль	до 33 баллов	до 11 б.	до 11 б.	до 11 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	контрольная работа	от 0 до 18б.	от 0 до 6 б.	от 0 до 6 б.	от 0 до 6 б.
4	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70баллов	до 23б.	до 23б	до 24б
	Первый этап (базовый)уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36 б.	не менее 12 б.	не менее 12 б	не менее 12 б
	Второй этап (продвинутый)уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 б. (51-69 б.)	менее 23 б	менее 23 б	менее 24б
	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70 б.	не менее 23 б.	не менее 23 б	не менее 24б

Шкала оценивания планируемых результатов обучения
Текущий и рубежный контроль

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
III-IV	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

Промежуточная аттестация (зачёт)

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
III	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

«Зачтено» выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

«Не зачтено» может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
IV	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p> <p>Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p>