

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной
программы А.Р. Бечелова
« 02 » 09 2022г.

УТВЕРЖДАЮ



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

01.04.02 – Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Магистерская программа

«Математическая физика и современные компьютерные технологии»

Квалификация (степень) выпускника

Магистр

Форма обучения

Очная

Нальчик - 2022

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Вариационные методы в математической физике»/ сост. Бечелова А.Р.– Нальчик: КБГУ, 2022. – 41с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Вариационные методы математической физики» магистрантам очной формы обучения по направлению подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика и современные компьютерные технологии» в 3 семестре 2 года.

Рабочая программа составлена с учётом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры)», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. № 13 (Зарегистрировано в Минюсте России 06.02.2018 № 49939).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)	4
4. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	5
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	8
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	23
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины	25
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины	37
9. Лист изменений (дополнений)	41

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Вариационные методы математической физики»:

- ознакомление магистрантов с методами численного решения задач математической физики, а также методами их исследования на устойчивость и сходимость;
- подготовка выпускника к научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики, к умению применять полученные знания к решению прикладных задач математической физики и умение применять вариационные методы на практике.

Задачи освоения дисциплины:

- освоение обучающимися необходимого комплекса знаний и выработка навыков использования на практике рассматриваемых вариационных методов;
- научить магистров свободно ориентироваться в вопросах решения задач с применением вариационных методов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Вариационные методы математической физики» относится к обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) основной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика магистерской программы «Математическая физика и современные компьютерные технологии».

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)

В совокупности с другими дисциплинами магистерской программы «Математическая физика и современные компьютерные технологии» дисциплина «Вариационные методы математической физики» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры):

общепрофессиональных (ОПК):

Коды	Содержание компетенций
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- теоретические основы, лежащие в основе построения вариационных методов;

- основные понятия дисциплины, её методы, место и роль в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата.

Уметь:

- строить вычислительные схемы вариационного метода решения ряда классов задач математической физики;
- применять и совершенствовать современный математический аппарат при решении научно-практических задач прикладной математики и информатики;
- применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей.

Владеть:

- методами и технологиями обоснования вариационного метода;
- навыками решения практических задач и работы с математической литературой;
- навыками подбора метода численного решения конкретной задачи;
- способностью и готовностью к решению различных задач математической физики, к которым могут быть применены вариационные методы.

4. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 1. Содержание дисциплины (модуля) «Вариационные методы математической физики», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№ п/п	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
1.	Гильбертово пространство	Интеграл Лебега. Гильбертово пространство. Предельный переход в гильбертовых пространствах. Ортогональность и ортогональные ряды. Подпространства. Функционалы и операторы. Положительные и положительно-определенные операторы в гильбертовом пространстве и их свойства. Примеры дифференциальных операторов.	ОПК-2	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
2.	Энергетическое пространство	Энергетическое пространство положительно-определенного и положительного операторов. Энергетическое пространство положительно-определенного	ОПК-2	ПР, ДЗ, РК

		оператора. Энергетическое пространство только положительного оператора. Сепарабельность энергетического пространства. Главные и естественные краевые условия. Естественность краевых условий смешанной задачи для уравнения Пуассона.		
3.	Вариационный метод. Основы теории	Вариационный метод для положительно определенных операторов. Функционал энергии. Теорема о функционале энергии. Задача о минимуме функционала энергии. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии. Построение минимизирующей последовательности. Энергетический метод для положительных операторов	ОПК-2	ПР, ДЗ, РК
4.	Вариационные методы Ритца, Куранта, Канторовича	Вариационный метод Ритца, Вариационный метод Куранта. Вариационный метод Канторовича решения краевых задач математической физики. Другие методы построения минимизирующей последовательности. Метод сеток. Вариационно-разностные методы построения минимизирующей последовательности. Общая задача о минимуме квадратичного функционала энергии.	ОПК-2	ПР, ДЗ, РК
5.	Приложения вариационных методов к задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.	Приложения вариационных методов к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений. Изгиб балки поперечного сечения, лежащей на упругом основании. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Случай	ОПК-2	ПР, ДЗ, РК

		неоднородных краевых условий.		
--	--	-------------------------------	--	--

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц (180 часов).

Таблица 2. Структура дисциплины (модуля) «Вариационные методы математической физики»

Вид работы	Трудоёмкость часов / зачетных единиц	
	3 семестр	всего
Общая трудоемкость (в часах)	216	180
Контактная работа (в часах):	72	72
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	36	36
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	36	36
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	-	-
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	-	-
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):	81	81
Расчетно-графическое задание	-	-
Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Контрольная работа (КР)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	78	78
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	3	3
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
1.	<i>Гильбертово пространство</i> Интеграл Лебега. Гильбертово пространство. Предельный переход в гильбертовых пространствах. Ортогональность и ортогональные ряды. Подпространства. Функционалы и операторы. Вполне непрерывные операторы.
2.	<i>Энергетическое пространство</i> Энергетическое пространство положительно-определенного и положительного операторов. Энергетическое пространство положительно-определенного оператора. Энергетическое пространство только положительного оператора. Сепарабельность энергетического пространства. Главные и естественные краевые условия. Естественность краевых условий смешанной задачи для уравнения Пуассона.
3.	<i>Вариационный метод. Основы теории</i> Вариационный метод для положительно определенных операторов. Функционал энергии. Теорема о функционале энергии. Задача о минимуме функционала энергии. Обобщенное решение задачи о минимуме функционала энергии. Построение минимизирующей последовательности. Энергетический метод для положительных операторов
4.	<i>Вариационные методы Ритца, Куранта, Канторовича</i> Вариационный метод Ритца, Вариационный метод Куранта. Вариационный метод Канторовича решения краевых задач математической физики. Другие методы

	построения минимизирующей последовательности. Метод сеток. Вариационно-разностные методы построения минимизирующей последовательности. Общая задача о минимуме квадратичного функционала энергии.
5.	<i>Приложения вариационных методов к задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.</i> Приложения вариационных методов к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений. Изгиб балки поперечного сечения, лежащей на упругом основании. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Случай неоднородных краевых условий.

Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)

№ п/п	Тема
1.	Построение координатных систем. Устойчивость координатных систем.
2.	Кручение стержня прямоугольного сечения.
3.	Изгиб прямоугольной пластинки, жестко закрепленной по краю.
4.	Изгиб полукруглой пластинки, упруго закрепленной по краю.
5.	Вычисление собственных чисел обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
6.	Собственные колебания стержня переменного сечения.
7.	Колебания упругой прямоугольной пластинки в её плоскости.
8.	Устойчивость сжатой эллиптической пластинки.

Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине (модулю)

№ п/п	Тема
1.	Лабораторные работы по дисциплине не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины (модуля)

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Самостоятельное изучение теоретических разделов дисциплины по заданию лектора.
2.	Повторение и углубленное изучение лекционного материала
3.	Решение практических задач и подготовку к практическим занятиям
4.	Подготовка к коллоквиуму и экзамену

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины «Вариационные методы математической физики» являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование

этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины «Вариационные методы математической физики» предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

Контрольные мероприятия по дисциплине проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации обучающихся КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости обучающихся осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля

Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Вариационные методы математической физики» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок, написание докладов, рефератов.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Вариационные методы математической физики» (контролируемые компетенции ОПК-2)

Тема 1. Гильбертово пространство

1. Интеграл Лебега.
2. Гильбертово пространство.
3. Предельный переход в гильбертовых пространствах.
4. Ортогональность и ортогональные ряды. Подпространства.
5. Функционалы и операторы.
6. Вполне непрерывные операторы.

Тема 2. Энергетическое пространство

1. Краевая задача и её оператор.
2. Положительные и положительно определенные операторы.

3. Энергетическое пространство положительно определенного оператора.
4. О сепарабельности энергетического пространства.
5. Главные и естественные краевые условия.

Тема 3. Энергетический метод для положительно определенных операторов

1. Теорема о функционале энергии.
2. Обобщённое решение задачи о минимуме функционала энергии.
3. Минимизирующая последовательность и ее сходимость.
4. Расширение положительно определенного оператора.
5. Процесс Ритца.
6. Другие методы построения минимизирующей последовательности.
7. Метод сеток. Вариационно-разностные схемы.
8. Более общая задача о минимуме квадратичного функционала.

Тема 4. Важнейшие применения энергетического метода

1. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Изгиб балки переменного сечения, лежащей на упругом основании.
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Основные краевые задачи для неоднородного уравнения Лапласа.
5. Случай неоднородных краевых условий.
6. Задачи о кручении стержня и об изгибе стержня поперечной силой.
7. Уравнения с переменными коэффициентами.
8. Вырождающиеся эллиптические уравнения.
9. Принцип минимума потенциальной энергии в теории упругости.
10. Изгиб тонких пластинок.
11. Изгиб тонких сжатых пластинок.
12. Метод минимальных поверхностных интегралов.

Тема 5. Энергетический метод для только положительных операторов

1. Решения с конечной энергией.
2. Процесс Ритца.
3. Эллиптические уравнения в бесконечной области.
4. Вырождающиеся эллиптические уравнения в конечной области.
5. Пластина переменной толщины с острым краем.

Тема 6. Проблема собственных чисел

1. Задача о собственных числах; её связь с задачами о собственных колебаниях и об устойчивости системы.

2. Собственные числа и собственные элементы симметричного оператора.
3. Энергетические теоремы в проблеме собственных чисел.
4. Минимаксимальный принцип.
5. Процесс Ритца в проблеме собственных чисел.
6. Другая форма процесса Ритца; случай естественных краевых условий.
7. Собственные числа обыкновенного дифференциального уравнения.
8. Устойчивость сжатого стержня.
9. Собственные числа не вырождающихся эллиптических операторов.
10. Собственные числа вырождающихся эллиптических операторов.
11. Устойчивость сжатой пластинки.
12. Собственные частоты пластинки с острым краем.
13. Собственные колебания упругих тел.

Тема 7. Априорная оценка погрешности приближенного решения.

1. Оценка через наилучшее приближение.
2. Проекционная схема.
3. Применение к процессу Ритца.
4. О норме производной полинома.

Тема 8. Встречные методы и апостериорная оценка погрешности

1. Встречные методы.
2. Метод ортогональных проекций в задаче Дирихле.
3. Общая формулировка метода ортогональных проекций.
4. Задача Неймана.
5. Метод Трефца.

Тема 9. Двусторонние оценки собственных чисел

1. Теорема о приближениях по Ритцу.
2. Метод «промежуточных операторов».
3. Метод Г. Фикера.

Тема 10. Процесс Бубнова-Галеркина

1. Описание процесса Бубнова-Галеркина.
2. Достаточный признак сходимости процесса Бубнова-Галеркина.
3. Задача Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка.
4. Вырождающиеся эллиптические уравнения.
5. Задача Неймана и смешанная задача для эллиптического уравнения второго порядка.

6. Видоизменение процесса Бубнова-Галеркина для случая естественных краевых условий.
7. Проекционный метод.
8. Процесс Бубнова-Галеркина в нестационарных задачах.

Тема 11. Метод наименьших квадратов

1. Основы метода наименьших квадратов.
2. Применение метода наименьших квадратов к интегральным уравнениям.
3. Применение метода наименьших квадратов к краевым задачам с однородными краевыми условиями.
4. Задача Дирихле и Неймана.
5. Задача Дирихле для эллипса.
6. Случай кусочно-гладкого контура. Задача Дирихле.
7. Смешанная задача теории потенциала.
8. Плоская задача теории упругости.
9. Периодическая задача теории упругости.
10. Об одном прямом методе, близком к методу наименьших квадратов.
11. Применение метода наименьших квадратов к отысканию собственных значений.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Вариационные методы математической физики». Развёрнутый ответ обучающегося должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по шкале:

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.

3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает неполное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных обучающегося на протяжении занятия.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ОПК-2)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Вариационные методы математической физики».

Задача 1. Дано уравнение Пуассона $-\Delta\psi = 2G\theta$

(G – модуль сдвига, θ – угол закручивания стержня на единицу его длины) в прямоугольнике $-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$ при краевых условиях $\psi(\pm a, y) = \psi(x, \pm b) = 0$. Для упрощения вычислений положим $\psi = 2G\theta u$, тогда

$$\left. \begin{aligned} -\Delta u &= 1, \\ u(\pm a, y) &= u(x, \pm b) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Полиномы, обладающие этим свойством и равные нулю на контуре прямоугольника, т.е. на прямых $x = \pm a, y = \pm b$, имеют вид

$$(x^2 - a^2)(y^2 - b^2)(a_1 + a_2 x^2 + a_3 y^2 + \dots). \quad (2)$$

Найти решение задачи (2) в соответствии с процессом Ритца.

Задача 2. По методу ортогональных проекций $-\text{grad}u = V$;

где

V – двумерный вектор с составляющими $v_x = -\frac{\partial u}{\partial x}$ и $v_y = -\frac{\partial u}{\partial y}$.

Уравнение (1) дает $\operatorname{div} V = 1$.

Оценить погрешность решений, построенных как по методу Ритца, так и по методу ортогональных проекций.

Задача 3. В уравнении

$$\left. \begin{aligned} -\Delta u &= 1, \\ u(\pm a, y) &= u(x, \pm b) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

положить

$$u = p - x^2/2, \quad \Delta p = 0, p|_S = x^2,$$

где S – контур прямоугольника.

Применяя метод Третьяка, найти приближенное решение в виде

$$p_1(x, y) = \alpha_1 \varphi_1(x, y),$$

где φ_1 – гармоническая в прямоугольнике функция.

Задача 4. Найти скалярное произведение двух функций $u(p)$ и $v(p)$, используя формулу

$$(u, v) = \int u(p) \cdot v(p) d\Omega.$$

Задача 5. Выразить длину вектора A через скалярное произведение по формуле

$$|A| = \sqrt{(A, A)}$$

Задача 6. Найти решение уравнения Пуассона $-\Delta u = f(p)$ непрерывное в замкнутой области $\bar{\Omega} = \Omega + S$ и удовлетворяющее на границе S этой области краевому условию $u|_S = 0$.

Задача 7. Найти энергетическое произведение функций $u(p)$ и $v(p)$, используя величину

$$[u, v] = (Au, v) = \int_{\Omega} v \cdot A u d\Omega$$

Задача 8. Найти меру близости (или расстояние) функций $u(p)$ и $v(p)$, используя величину

$$\|u - v\| = \sqrt{(A(u - v), u - v)}$$

Задача 9. При каком решении приближенные решения уравнения $Au = f(p)$ по Ритцу образуют минимизирующую последовательность для функционала

$$F(u) = (Au, u) - 2(u, f).$$

Методические рекомендации по решению задач

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале каждой темы

примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи)

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

В результате знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач.
4	Обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;
3	Обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся имеет неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных обучающимся на протяжении занятия.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

Рубежный контроль проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на практических занятиях и типовых тестовых заданий.

В течение семестра проводится *три таких контрольных мероприятий по графику.*

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течении учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества.

На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы, коллоквиума:

(контролируемые компетенции ОПК-2)

Оценочные материалы и шкала оценивания для коллоквиумов приведены в п. 5.1.1, а оценочные материалы и шкала оценивания для контрольной работы – в п. 5.1.2.

Типовые варианты контрольных работ:

1. Скалярное произведение двух функций $u(p)$ и $v(p)$ обозначают ...
 - $u(p) \cdot v(p)$
 - $u(p) - v(p)$
 - $u(p) + v(p)$
 - + $(u, v) = \int u(p) \cdot v(p) d\Omega$
2. Длина вектора A может быть выражена через скалярное произведение по формуле ...
 - $x^2 + y^2 = A$
 - + $|A| = \sqrt{(A, A)}$
 - $(A, A) = (x, y)$
 - $(x, y) = (A, A)$
3. Арифметический квадратный корень из скалярного произведения этой функции самой на себя $\|u\| = \sqrt{(u, u)}$ называется ...
 - + нормой функции
 - длиной вектора
 - расстоянием
 - отрезком
4. Неравенство $|(u, v)| \leq \|u\| \cdot \|v\|$ называется ...
 - Неравенством Коши Буняковского
 - равенством
 - тождеством
 - определителем
5. Неравенство вида $(\sum a_k b_k)^2 \leq \sum a_k^2 \cdot \sum b_k^2$ называется ...
 - равенством
 - неравенством
 - + неравенством Коши
 - отрезком

6. (p) и $v(p)$ называется интеграл ...

$$+ (u, v) = \int_{\Omega} u \cdot v d\Omega$$

- $(u, v) = u(p) \cdot v(p)$
- $(u, v) = \int u(p) d\Omega$
- $(u, v) = \int v(p) d\Omega$

7. Найти решение уравнения Пуассона $-\Delta u = f(p)$ непрерывное в замкнутой области $\bar{\Omega} = \Omega + S$ и удовлетворяющее на границе S этой области краевому условию $u|_S = 0$ является задачей ...

- Лапласа
- Неймана
- + Дирихле
- Зейделя

8. Если данный оператор положительно определенный и $u_n(p) \xrightarrow{cp} u(p)$, то одновременно ...

- + $u_n \rightarrow u$
- $\|u_n - u\| \rightarrow 0$
- $\|u_n\| \rightarrow \|u\|$
- $\|u_n + u\| = \infty$

9. Энергетическим произведением функций $u(p)$ и $v(p)$ будем называть величину...

$$+ [u, v] = (Au, v) = \int_{\Omega} v \cdot A u d\Omega$$

- $[u, v] = (Au - v)$
- $[u, v] = (Au + v)$
- $[u, v] = (A, u - v)$

10. За меру близости (или расстояние) функций $u(p)$ и $v(p)$ принимают величину ...

- $\|u_n\| \rightarrow \|u\|$
- $(u, v) = \sqrt{(Au, v)}$
- + $\|u - v\| = \sqrt{(A(u - v), u - v)}$
- $(u, v) = (u, p)$

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)

Текущий и рубежный контроль

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
3	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита	Полное или частичное посещение аудиторных занятий.	Полное посещение аудиторных занятий. Полное

	практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации	лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	выполнение и защита лабораторных и практических занятий. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».
--	---	---	---	---

5.2.2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

(контролируемые компетенции ОПК-2)

Целью промежуточной аттестации по дисциплине «Вариационные методы математической физики» является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине в форме проведения экзамена, которым заканчивается изучение дисциплины. Он может проводиться в устной и письменной форме. Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по данной дисциплине.

Для допуска к экзамену, обучающемуся необходимо иметь не менее 36 баллов.

Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Вариационные методы математической физики» (контролируемые компетенции ОПК-2)

1. Ортогональность и ортогональные ряды. Подпространства.
2. Функционалы и операторы.
3. Вполне непрерывные операторы.
6. Положительные и положительно определенные операторы.
7. Энергетическое пространство положительно определенного оператора.
8. Обобщённое решение задачи о минимуме функционала энергии.
9. Минимизирующая последовательность и ее сходимость.
10. Процесс Ритца.
11. Метод сеток. Вариационно-разностные схемы.
12. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

13. Изгиб балки переменного сечения, лежащей на упругом основании.
14. Основные краевые задачи для неоднородного уравнения Лапласа.
15. Задачи о кручении стержня и об изгибе стержня поперечной силой.
16. Уравнения с переменными коэффициентами.
17. Вырождающиеся эллиптические уравнения.
18. Принцип минимума потенциальной энергии в теории упругости.
19. Изгиб тонких пластинок. Изгиб тонких сжатых пластинок.
20. Собственные числа и собственные элементы симметричного оператора.
21. Энергетические теоремы в проблеме собственных чисел.
22. Процесс Ритца в проблеме собственных чисел.
23. Собственные числа обыкновенного дифференциального уравнения.
24. Метод ортогональных проекций в задаче Дирихле.
25. Задача Неймана.
26. Метод Трефгца.
27. Описание процесса Бубнова-Галеркина.
28. Достаточный признак сходимости процесса Бубнова-Галеркина.
29. Задача Неймана и смешанная задача для эллиптического уравнения второго порядка.
30. Видоизменение процесса Бубнова-Галеркина для случая естественных краевых условий.
31. Основы метода наименьших квадратов.
32. Применение метода наименьших квадратов к интегральным уравнениям.
33. Применение метода наименьших квадратов к краевым задачам с однородными краевыми условиями.
34. Смешанная задача теории потенциала.
35. Применение метода наименьших квадратов к отысканию собственных значений.

**Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации
(для экзамена в случае, если экзаменационный билет содержит два вопроса)**

Семестр	Шкала оценивания (по итогам текущего и рубежного контроля)			
	Не удовлетворит. (36-60 баллов)	Удовлетворит. (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
3	Обучающийся имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на	Обучающийся имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного	Обучающийся имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на	Обучающийся имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного

	<p>экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p> <p>Обучающийся имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос</p>	<p>контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса.</p> <p>Обучающийся имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос</p>	<p>экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене) дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p>
--	--	--	--	--

5.2.3. Примерные темы курсовых работ по дисциплине «Вариационные методы математической физики» (контролируемые компетенции ОПК-2)

1. Метод Ритца решения краевых задач для ДУ в частных производных
2. Метод прямых решения обобщенного уравнения Аллера
3. Метод Галеркина решения краевых задач для ДУ эллиптического типа
4. Численная реализация схемы Кранка-Николсона
5. Метод нелинейных вариационных параметров для задач со свободными границами в проблемах охраны окружающей среды
6. Определение свободной поверхности плоской капли на горизонтальной поверхности
7. Вариационный метод определения поверхности диэлектрической капли
8. Влияние кривизны подложки на профиль поверхности лежащей капли
9. Метод нелинейных вариационных параметров для задач со свободными границами в проблемах медицины
10. Метод наименьших квадратов решения задач математической физики
11. Методы прямого поиска для функции многих переменных

12. Метод прямых решения обобщенного уравнения Аллера-Лыкова
13. Разностная схема для общего уравнения теплопроводности с дробной производной по времени в граничном условии
14. Разностная схема для общего уравнения теплопроводности с дробной производной по времени в граничном условии
15. Вариационная постановка задач со свободными границами в проблемах медицины

Оценочные материалы для выполнения курсовых работ

За каждым магистрантом закрепляется научный руководитель курсовой работы. Руководитель утверждается приказом по университету одновременно с закреплением темы за исполнителем. Тема курсовой работы и научный руководитель выбирается обучающимся самостоятельно.

При выборе темы исследования обучающийся должен учитывать актуальность темы, ее практическую значимость, а также исходить из своих научных интересов, поэтому подготовка к написанию курсовой работы начинается уже с первого семестра, которая включает выступления на научно-практических конференциях, участие в выставках, конкурсах, выполнение научно-исследовательских работ по заданию кафедры и др.

Критерии оценивания курсовой работы

«5» (отлично)	«4» (хорошо)	«3» (удовлетвор.)	«2» (неудовлетв.)
Выполнены все требования к написанию и защите курсовой работы: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем, соблюдены требования к внешнему оформлению. Обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению задания, организационные способности.	Выполнены основные требования к написанию и защите курсовой работы, но при этом имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём курсовой работы; имеются упущения в оформлении. Обучающийся проявил творческий подход, способность к выполнению задания, возложенные на него задачи. Курсовая работа представлена	Имеются существенные отступления от требований к написанию и защите курсовой работы, В частности, тема освещена лишь частично; допущены ошибки в содержании курсовой работы. Обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Курсовая работа сдана со значительным опозданием (более	Тема курсовой работы не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы. Обучающийся не выполнил поставленной задачи. Курсовая работа не сдана.

Курсовая работа представлена в срок и оформлена в соответствии с требованиями.	достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками	недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.	
--	--	--	--

Методические рекомендации по написанию и оформлению курсовой работы

Техническое оформление курсовой работы должно соответствовать требованиям, предъявляемым к печатным работам: работа должна быть написана грамотно в научном, орфографическом и стилистическом отношении.

Рекомендуемый объём курсовой работы составляет, 15-40 страниц стандартного текста формата А4, напечатанных на компьютере в текстовом редакторе Microsoft Word (*шрифт – Times New Roman, кегль – 14, полуторный интервал, выравнивание текста по ширине, отступ сверху 2см, снизу – 2,5см, слева – 3см, справа – 1,5см*).

Каждый раздел (глава) начинаются с нового листа. Каждый параграф (подзаголовок) отделяются от текста двумя интервалами.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая иллюстрации и приложения, нумеруются по порядку от титульного листа до последней страницы без пропусков, повторений.

Первой страницей является титульный лист, оформленный в соответствии с образцом (*Приложение 1*), номер страницы на нём не ставится.

За титульным листом следует страница с указанием содержания (оглавления) работы в соответствии с её планом в тексте.

Иллюстрации (кроме таблиц) обозначаются словом «Рис.» и нумеруются последовательно арабскими цифрами в пределах раздела (главы).

Номер рисунков, схем, графиков должен состоять из номера раздела (главы) и порядкового номера иллюстрации, разделенного точкой, например, Рис. 2.1. (первый рисунок второго раздела).

Номер рисунка и его наименование (подрисуючную подпись) размещают ниже самого рисунка, подрисуючная подпись выравнивается по центру строки.

Если в работе приведена одна иллюстрация, то её не номеруют и слово «Рис.» не пишут.

Таблицы нумеруют последовательно арабскими цифрами в пределах раздела (главы). Каждой таблице предшествует заголовок таблицы, который помещается перед таблицей с выравниванием по центру текста. Заголовок начинается со слова «Таблица» с

указанием номера этой таблицы, состоящего из номера раздела и порядкового номера таблицы, далее следует текстовая часть заголовка, *например*,

Таблица 2.3 Соотношение матриц

Точка в конце заголовка таблицы и подписочной подписи не ставится. Таблицу размещают после первого упоминания о ней в тексте таким образом, чтобы читать её можно было без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Ссылка на таблицу по ходу текста выполняется так: в табл. 2.3. приводятся данные о ..., при повторной ссылке - см. табл. 2.3. Примечание к таблице размещается непосредственно под ней.

При написании курсовой работы (проекта) её автор обязан давать ссылки на автора и источник, откуда он заимствовал материалы или отдельные результаты. Ссылка на источник делается путем указания (в квадратных скобках) порядкового номера цитируемой литературы.

В конце текста работы приводится библиографический список, который включает в себя библиографическое описание всех публикаций, ссылки на которые имеются в тексте работы.

Включение в библиографический список библиографического описания публикаций, на которых нет ссылок в тексте работы, не допускается.

Библиографический список рекомендуется располагать в алфавитном порядке, раздельно в русском и латинском алфавите.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Учебная работа по дисциплине состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая обучающимся по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний обучающегося по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Вариационные методы математической физики» во 2 семестре является экзамен.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих:

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма в баллах	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	10	3	3	4
2.	Текущий контроль:	до 30	до 10	до 10	до 10
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	0 -15	0 - 5	0 -5	0 - 5
3.	Рубежный контроль	до 30	до 10	до 10	до 10
	<i>тестирование</i>	0- 12	0- 4	0- 4.	0- 4.
	<i>коллоквиум</i>	0 - 18	0 - 6	0 -6	0 - 6
4.	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70	до 23	до 23	до 24
5.	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36	не менее 12	не менее 12	не менее 12
6.	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 (51-69)	менее 23	менее 23	менее 24
7.	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70	не менее 23	не менее 23	не менее 24

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

По дисциплине «Вариационные методы математической физики» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – экзамен 3 семестр. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ОПК-2 представлены в таблице 7.

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Вид оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций	Основные показатели оценки результатов обучения
-----------------------------------	-----------------------------------	---	---

ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Способен применить знания к существующим математическим методам, для решения прикладных задач	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.3).	Знать: основные методы и принципы построения математических моделей типовых профессиональных задач. Уметь: разрабатывать и реализовать алгоритм решения прикладной задачи. Владеть: навыками их адаптации для решения конкретной прикладной задачи
	ОПК - 2.2. Способен применять и реализовывать на практике новые научные принципы и методы исследований		Знать: подходы к проведению аналитических исследований и инструменты анализа и аналитических исследований. Уметь: выбирать и применять методы, необходимые для выполнения исследования по заданной теме. Владеть: способностью сформулировать научный вопрос и составить план получения ответа на него.

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).

2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры)», утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. № 13 (Зарегистрировано в Минюсте России 06.02.2018 № 499393).
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

7.2. Основная литература

1. Рябикова Т.В. Вариационные методы в задачах статики и динамики строительных конструкций [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Рябикова Т.В., Семенов А.А.- Электрон. текстовые данные. - СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. 116 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74323.html>. - ЭБС «IPRbooks».
2. Паршев Л.П. Вариационное исчисление [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению типового расчета/ Паршев Л.П., Калинин А.В., Мاستихин А.В.— Электрон. текстовые данные. М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2010. - 56 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31379.html>. - ЭБС «IPRbooks».
3. Тракимус Ю.В. Основы вариационного исчисления в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Тракимус Ю.В. - Электрон. текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. - 72 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45416.html>. - ЭБС «IPRbooks»

7.3. Дополнительная литература

1. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационные исчисления. М., 1991. http://www.physchem.msu.ru/assets/materials_variation.djvu
2. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М., Наука, 1970. https://www.studmed.ru/mihlin-sg-variacionnyye-metody-v-matematicheskoy-fizike_4623f246bbf.html
3. Моклячук М.П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи [Электронный ресурс]: учебник/ Моклячук М.П. - Электрон. текстовые данные. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006. 0- 428 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16495.html>. - ЭБС «IPRbooks»

7.4. Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)

1. Журнал «Математическое моделирование»

2. Журнал «Информатика и управление»

7.5. Интернет-ресурсы

1. <http://fcior.edu.ru/>
2. <http://www.yandex.ru/>
3. <http://www.rambler.ru/>
4. <http://www.taurion.ru/>
5. <http://olymp.mephi.ru/main/>
6. <http://www.consultant.ru>
7. <http://www.garant.ru>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

**Перечень актуальных электронных информационных баз данных,
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ
(2022-2023 уч. год)**

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации- владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ»	Полный доступ
2.	База данных Science Index (РИНЦ)	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в

		более 4500 российских журналов.			РИНЦ
3.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollegelib.ru	ООО «Консультант студента» (г. Москва) Договор №750КС/07-2022 От 26.09.2022 Активен до 30.09.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке) »	http://www.studmedlib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) Договор №701КС/02-2022 от 13.04.2022 Активен до 19.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) Договор №6ЕП/223 от 15.02.2022 Активен до 28.02.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://нэб.рф	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/166 6-п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) Договор №9200/22П от 08.04.2022 Активен до	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		аудио изданий.		02.04.2023г.	
8.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://www.biblio-online.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) Договор №192/ЕП-223 От 29.10.2021 Активен до 31.10.2022 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
10.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	http://www.prilib.ru	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) Соглашение от 15.11.2016г. Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Учебная работа по дисциплине «Вариационные методы математической физики» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

Методические рекомендации по изучению дисциплины «Вариационные методы математической физики» для обучающихся

Цель курса «Вариационные методы математической физики» - подготовка обучающихся к научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики, к умению применять полученные знания к решению прикладных задач математической физики и умение применять вариационные методы на практике.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. При изучении дисциплины, обучающиеся выполняют следующие задания: изучают

рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к практическим занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются

определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому обучающемуся необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии обучающихся. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку. Имеется электронный вариант конспекта лекций,

Самостоятельная работа обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения обучающимся новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;

- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль обучающегося в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит обучающегося к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разно уровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы;
- 5) подготовка курсовой работы.

Обучающемуся рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые обучающийся получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса обучающийся может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций и лабораторный практикум. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа обучающихся предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости обучающийся может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее обучающимся и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы обучающегося и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Обучающийся может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Обучающийся имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде обучающегося имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет обучающемуся своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из

них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность обучающемуся сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов обучающийся будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;

- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к экзамену

Экзамен в 3 семестре является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой.

К экзамену допускаются обучающиеся, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене обучающийся может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения

обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести обучающихся на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут. Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене обучающийся демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене обучающийся демонстрирует твердые знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене обучающийся демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала.

Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене обучающийся демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

зарубежное лицензионное программное обеспечение:

№	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
1.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
2.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
3.	MSAcademicEES	Core CALClient Access License ALNG LicSAPk MVL DvcCAL A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
4.	StatSoft	Statistica Ultimate Academic for Windows 13 Russian/13 English на 500 пользователей Локальная версия (Named User) Годовая лицензия	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
5.	Mathlab/Simulink	ТАН-25	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №80/ЕЛ-223
6.	Embarcadero	RAD Studio Architect Concurrent AcademicEdition 1 Year Term License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
7.	AdobeCreativeCloud	Adobe Creative Cloud for Teams – All Apps. Лицензии Education Device license для образовательных организаций	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

№	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
8.	Sketchup	SketchUp Pro 2020 - License for Education -- LAB for 1 year.	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
9.	PTC	Mathcad Education - University Edition Subscription (50 pack)	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
10.	Corel	CorelDRAW Graphics Suite	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
11.	ABBYY	ABBYY FineReader	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

Зарубежное программное обеспечение (свободно распространяемое)

№	Производитель	Наименование	Лицензии
1.		Web Browser - Firefox	Бесплатно
2.		AtomEditor	Бесплатно
3.		Python	Бесплатно
4.	IBM	Eclipse	Бесплатно
5.	Фирма Sun Microsystems	Apache OpenOffice	Бесплатно

Российское лицензионное программное обеспечение:

№	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
1.	Kaspersky	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
2.	DrWeb	Dr.Web Desktop Security Suite Комплексная защита + Центр управления на 12 мес., 200 ПК, продление	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	-
3.		Антиплагиат ВУЗ	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

Российское программное обеспечение (свободно распространяемое)

№	Производитель	Наименование	Комментарии	Сроки лицензии
1.	StarForce Technologies, Россия, Москва	Foxit PDF Reader	для просмотра электронных документов в стандарте PDF	Бесплатно
2.	Россия	7zip	архиватор	Бесплатно

8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные

помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

9. Лист изменений (дополнений)

в рабочей программе дисциплины «Вариационные методы математической физики» по направлению подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика направленности «Математическая физика и современные компьютерные технологии» на 2022-2023 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание
1.			
2.			
3.			

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол № 2 от «02» сентября 2022г.

Зав. кафедрой _____ А.Р. Бечелова