

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной  
программы \_\_\_\_\_ Р.Ш. Тешев  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИФ и М  
\_\_\_\_\_ Б.И. Кунижев  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.05.04 «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

Направление подготовки:

**11.03.01- Радиотехника**  
(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки:

**«Интегрированные системы безопасности»**

Квалификация (степень) выпускника

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

**Нальчик 2022**

Рабочая программа дисциплины «Теория функций комплексного переменного» / сост. М.Р. Яхутлова - Нальчик: КБГУ, 2022. - 40с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины базовой части профессионального цикла студентам очной формы обучения по направлению подготовки 11.03.01- Радиотехника в 5 семестре.

Рабочая программа по дисциплине Б1.О.05.04 «Теория функций комплексного переменного» составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 11.03.01- Радиотехника, (квалификация «бакалавр»), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 931 от 19.09.2017.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО	5
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)	5
4. Содержание и структура дисциплины (модуля)	6
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	13
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности	29
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины (модуля)	31
7.1. Основная литература	31
7.2. Дополнительная литература	32
7.3. Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)	32
7.4. Интернет-ресурсы	32
7.5. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы	32
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)	38
9. Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины (модуля)	40

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)**

### **«Теория функции комплексного переменного».**

Комплексный анализ в рамках университетского курса является продолжением и углублением курса математического анализа.

Понятие комплексного числа возникло в результате потребностей автоматизации вычислений, так как даже простейшие операции над действительными числами выводят за область действительных чисел. Расширением области действительных чисел явились комплексные числа, замечательным свойством которых является то, что основные математические операции над комплексными числами не выводят за пределы области комплексных чисел.

Обстоятельный анализ свойств функций также немаловажен без выхода в комплексную область. Переход к рассмотрению функций комплексного переменного необходим в целом ряде вопросов и столь же естественен как переход от поля действительных чисел к алгебраически замкнутому полю комплексных чисел.

Для функций комплексного переменного построен анализ столь же полный и стройный как анализ функций действительного аргумента. В действительном анализе стройная теория развивается лишь для однозначных функций. В комплексном анализе удается выяснить природу многозначных функций и построить теорию.

Комплексный анализ дает эффективные методы вычисления интегралов, получения асимптотических оценок, способы исследования решений дифференциальных уравнений и т.д. Сейчас теория функций комплексного переменного является одним из важнейших разделов математики. Ее идеи и результаты проникли во многие другие математические дисциплины, такие как алгебраическая топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, функциональный анализ, теория вероятностей, вычислительная математика и другие. Методы теории функций комплексного переменного стали привычными и в ряде прикладных дисциплин: гидро – и аэромеханике, теории упругости, электротехнике, теории автоматического регулирования, теории элементарных частиц.

В связи с этим курс «Теория функции комплексного переменного» является обязательным на всех отделениях физико-математических и механико – математических факультетов вузов.

**Цель курса** – получение базовых знаний и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющим решать прикладные задачи из различных областей знаний.

#### **Основные задачи дисциплины:**

- изучение основных математических понятий дисциплины;
- формирование навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование навыков решения типовых задач, использования математического аппарата

для решения теоретических и прикладных задач математики;

- умение содержательно интерпретировать получаемые результаты.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина Б1.О.05.04 «Теория функций комплексного переменного» является базовой дисциплиной математического цикла федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 11.03.01 - Радиотехника (квалификация - «бакалавр»).

Изучение дисциплины «Теория функций комплексного переменного» основывается на базе знаний, умений и компетенций, полученных студентами в ходе освоения курса «Математический анализ», а также дисциплины «Линейная алгебра».

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является базовым теоретическим и практическим основанием для изучения последующих математических дисциплин и дисциплин подготовки бакалавра-радиотехника.

### **3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)**

В совокупности с другими дисциплинами базовой части ФГОС ВО процесс изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» направлен на формирование элементов следующих общепрофессиональных (ОПК) компетенций бакалавра-радиотехника:

#### **а) общепрофессиональных (ОПК):**

ОПК-1 - Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.

В результате изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» студенты должны

#### **Знать:**

- Основы комплексного анализа в объеме, необходимом для успешного освоения методологических и прикладных вопросов специальности. При этом проникать в суть идеи, понимать внутренние связи всех звеньев рассуждений, логику доказательств, понимать существо предмета как органического целого, как основы научного мышления и образа действия.
- Теорию интеграла Коши ее приложения.
- Ряды комплексных чисел.
- Многозначные функции и их свойства. Однозначные ветви таких функций.
- Аналитическую теорию обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
- Конформные отображения элементарными функциями.
- Теорию вычетов и ее приложения к вычислению контурных интегралов.
- Знать научные проблемы, как оставшиеся от прошлого, так и возникающие в настоящее время в теории функций комплексного переменного и настроиться на их решение.
- Следует знать историю предмета, о вкладе отечественных математиков в развитие теории функций комплексного переменного.

#### **Уметь:**

- Производить математические операции над комплексными числами.
- Разлагать функции комплексного переменного в ряды Лорана и Тейлора, находить область сходимости.
- Интегрировать и дифференцировать функции комплексного переменного.
- Находить и классифицировать особые точки функций комплексного переменного.
- Строить конформные отображения конкретных областей с помощью тригонометрических, показательных, логарифмических, степенных функций и функции Жуковского.
- Применять элементарные асимптотические методы.
- Выделять однозначные ветви многозначных аналитических функций. Строить Римановы поверхности многозначных функций.
- Вычислять контурные интегралы с помощью теории вычетов.

- Применять принцип аргумента и теорему Руше для подсчета числа корней аналитической функции.
- Пользоваться при вычислении сингулярных интегралов интегральной формулой и теоремой Коши.
- Применять полученные в процессе изучения теории функций комплексного переменного знания для решения конкретных научно-практических, методических, опытно-конструкторских и других задач в соответствии с конкретной специализацией.
- Уметь творчески мыслить, иметь навыки самостоятельного пополнения знаний.
- Определять систематичность и глубину усвоения учебного материала, используя разнообразные приемы и средства контроля знаний.
- Применять рациональные приемы поиска, отбора и использования информации, осуществлять ее проверку и классифицировать ее источники.

**Владеть:** приемами современного математического инструментария в решении прикладных задач, что позволяет получить наиболее ценные результаты, достижение которых иными путями часто оказывается невозможным. Умение пользоваться математическим аппаратом и умение выбирать из многочисленных методов и приемов те, которые нужны для решения конкретной задачи для математика важно.

#### **4. Содержание и структура дисциплины (модуля)**

**Таблица 1. Содержание дисциплины (модуля)**

**«Теория функций комплексного переменного»**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела/ темы</b>	<b>Содержание раздела</b>	<b>Форма текущего контроля</b>
<b>1</b>	<b>Комплексные числа. Ряды.</b>	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий	ДЗ, КР, Колл., Т.

		Коши. Числовые ряды.	
2	<b>Аналитические функции комплексного переменного.</b>  <b>Конформные отображения.</b>	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.	
		Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$ .	
		Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.	
		Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.	
		Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.	
		Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.	
3	<b>Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.</b>	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.	ДЗ, КР, Колл., Т.

		Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.	
		Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.	ДЗ, КР, Колл., Т.
<b>4</b>	<b>Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.</b>	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета	ДЗ, КР, Колл., Т.



		относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.	
		Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	ДЗ, КР, Колл., Т.
5	<b>Основные принципы конформных отображений.</b>	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии.  Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолистности. Принцип сохранения области. Критерии однолистности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).	ДЗ, КР, Колл., Т.
		Приложение к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция	ДЗ, КР, Колл., Т.

		потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.	
		Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.	ДЗ, КР, Колл., Т.

На изучение курса отводится 108 часов (3 з.е.), из них: контактная работа 51 ч., в том числе лекционных – 34 часа; практических (семинарских) – 17 часов; самостоятельная работа студента 30 часов; III семестр завершается экзаменом.

### **Таблица 2. Структура дисциплины (модуля)**

#### **«Теория функций комплексного переменного»**

*Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов)*

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	III семестр	Всего:
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	108	108
<b>Контактная работа (в часах):</b>	34	34
Лекции (Л)	17	17
Практические занятия (ПЗ)	17	17
<b>Самостоятельная работа (в часах):</b>	47	47
Контрольная работа (К)	7	7
Самостоятельное изучение разделов	40	40
<b>Курсовая работа (КР)</b>		
<b>Курсовой проект (КП)</b>		
<b>Подготовка и прохождение промежуточной аттестации</b>		
<b>Вид промежуточной аттестации (зачёт, экзамен)</b>	<b>Экзамен 27</b>	<b>27</b>

### **Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Содержание
	<b>Комплексные числа. Ряды.</b>
<b>1</b>	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
<b>2</b>	Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в

	картографии.
3	Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
4	Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.
	<b>Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.</b>
5	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.
6	Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
7	Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$ .
8	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
9	Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
10	Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.
11	Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
12	Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.
	<b>Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.</b>
13	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.
14	Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.
15	Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
16	Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.
	<b>Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.</b>
17	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
18	Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
19	Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения

	функции в ряд Лорана.
20	Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.
21	Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.
22	Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23	Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.
24	Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.
<b>Основные принципы конформных отображений.</b>	
25	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.
26	Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
27	Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолиственности. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
28	Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.

**Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)**

№ п/п	Содержание
1.	Комплексные числа и основные операции над ними, геометрическая интерпретация.
2.	Стереографическая проекция. Решение уравнений во множестве комплексных чисел.
3.	Элементарные трансцендентные функции.
4.	Последовательность и числовые ряды.
5.	Функции комплексного переменного.
6.	Аналитические и гармонические функции.
7.	Линейная и дробно-линейная функции.
8.	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$ . Выделение однозначных ветвей.
9.	Интегрирование функций комплексного переменного.

**Таблица 5. Самостоятельное изучение разделов дисциплины (модуля)**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Теоремы Харнака и Лиувилля
2.	Задача Дирихле и применение конформных отображений для ее решения
3.	Интегралы Пуассона и Шварца

4.	Разложение гармонических функций в ряды. Связь с тригонометрическими рядами
5.	Гидромеханическое истолкование гармонической и аналитической функций
6.	Бесконечная дифференцируемость гармонических функций
7.	Аналитичность комплексно-сопряженного градиента
8.	Инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных
9.	Приложения к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.

### **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.**

**5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.** Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

**Текущий контроль** успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Теория функции комплексного переменного» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок, написание докладов, рефератов.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Теория функции комплексного переменного»**

##### **Тема 1. Комплексные числа. Ряды.**

1. Введение.
2. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
4. Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной.
5. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.
6. Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
7. Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.

##### **Тема 2. Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.**

1. Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.

2. Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
3. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция  $\operatorname{Arg} z$ .
4. Целая степенная функция. Функция  $\sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.
5. Риманова поверхность  $\sqrt[n]{z}$ . Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
6. Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.
7. Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
8. Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.

### **Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.**

1. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.
2. Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.
3. Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
4. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.

### **Тема 4. Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.**

1. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
2. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
3. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
4. Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.
5. Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.
6. Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
7. Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.
8. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.

### **Тема 5. Основные принципы конформных отображений.**

1. Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.

2. Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
3. Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолиственности. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).

*Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса*

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Теория функции комплексного переменного». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:***

**6-7 баллов**, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**4-5 баллов**, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для пункта «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

**1-3 балла**, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

**0 баллов**, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

***Вопросы для самоконтроля.***

1. Обозначение числовых множеств и их соотношения.
2. Определение комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи.
3. Определения сопряженных и противоположных комплексных чисел.
4. Модуль и главное значение аргумента комплексного числа.
5. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженных и противоположных комплексных чисел.
6. Действия над сопряженными комплексными числами, геометрическая интерпретация их суммы и разности.
7. Действия над противоположными комплексными числами (их сложение показать геометрически).
8. Можно ли сравнивать комплексные числа по величине?
9. Какая закономерность вычисления любой степени мнимой единицы?
10. Равенство комплексных чисел, записанных в алгебраической и тригонометрических формах.
11. Правила сложения, вычитания, деления комплексных чисел, записанных в различных формах.

12. Переход от одной формы записи комплексного числа к другой.
13. Возведение в степень комплексного числа, формула Муавра.
14. Корень натуральной степени из комплексного числа.
15. Признаки сходимости рядов с комплексными членами.
16. Аналитическая функция. Условия Коши – Римана.
17. Связь аналитической функции с гармонической.
18. Геометрический смысл модуля производной аналитической функции.
19. Геометрический смысл аргумента производной аналитической функции.
20. Определение отображения, называемого конформным. Привести примеры конформных отображений.
21. Однозначные и многозначные функции. Привести примеры.
22. Римановы поверхности многозначных функций и их построение.
23. Круговое свойство дробно-линейной функции.
24. Групповое свойство дробно-линейной функции.
25. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
26. Неподвижные точки дробно-линейных отображений.
27. Функция Жуковского.
28. Интегральная формула Коши.
29. Интегральная теорема Коши.
30. Интеграл Коши и интеграл типа Коши.
31. Формулы Сохоцкого - Племеля.
32. Формула Коши – Адамара.
33. Ряд Тейлора.
34. Ряд Лорана.
35. Классификация особых точек однозначного характера.
36. Целая и мероморфная функции.
37. Вычет функции относительно простого полюса.
38. Вычет функции относительно полюса  $n$ -го порядка.
39. Логарифмический вычет.
40. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
41. Полная аналитическая функция.
42. Изолированные особые точки многозначного характера.
43. Принцип симметрии Римана-Шварца.
44. Принцип непрерывности.
45. Аналитическое продолжение.

### ***5.1.2. Оценочные материалы для выполнения рефератов***

**Примерные темы рефератов по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»**

1. Вычисление интегралов по замкнутому контуру от функций комплексного переменного.
2. Степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена). Свойства степенных рядов. Алгоритм разложения аналитической функции в степенной ряд.
3. Ряды Лорана. Разложение аналитических функций в ряд Лорана.
4. Теория вычетов. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.
5. Теория вычетов. Вычисление определённых интегралов с помощью вычетов.
6. Кубические уравнения. Формула Кардано.

### ***Методические рекомендации по написанию реферата***

**Реферат** – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть



исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Изложенное понимание реферата как целостного авторского текста определяет критерии его оценки: новизна текста; обоснованность выбора источника; степень раскрытия сущности вопроса; соблюдения требований к оформлению.

**Требования к реферату:** Общий объем реферата 20 листов (шрифт 14 Times New Roman, 1,5 интервал). Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 20мм. Абзацный отступ – 1,25; Рисунки должны создаваться в циклических редакторах или как рисунок Microsoft Word (сгруппированный). Таблицы выполнять табличными ячейками Microsoft Word. Сканирование рисунков и таблиц не допускается. Выравнивание текста (по ширине страницы) необходимо выполнять только стандартными способами, а не с помощью пробелов. Размер текста в рисунках и таблицах – 12 кегль

Обязательно наличие: содержания (структура работы с указанием разделов и их начальных номеров страниц), введения (актуальность темы, цель, задачи), основных разделов реферата, заключения (в кратком, резюмированном виде основные положения работы), списка литературы с указанием конкретных источников, включая ссылки на Интернет-ресурсы.

В тексте ссылка на источник делается путем указания (в квадратных скобках) порядкового номера цитируемой литературы и через запятую – цитируемых страниц.

**Уровень оригинальности текста – 60%**

**Критерии оценки реферата:**

«отлично» (5 баллов) ставится, если выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы. Обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению сложных заданий, организационные способности. Отмечается способность к публичной коммуникации. Документация представлена в срок. Полностью оформлена в соответствии с требованиями

«хорошо» (4 балла) – выполнены основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы. Обучающийся достаточно полно, но без инициативы и творческих находок выполнил возложенные на него задачи. Документация представлена достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками

«удовлетворительно» (3 балла) – имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности, тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод. Обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Документация сдана со значительным опозданием (более недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.

«неудовлетворительно» (менее 2 баллов) – тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы. Обучающийся не выполнил свои задачи или выполнил лишь отдельные несущественные поручения. Документация не сдана.

**5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.** Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала

учебного модуля в целом. В течение семестра проводится *три таких контрольных мероприятия по графику*.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

### **5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы:**

#### **Типовые варианты контрольных работ:**

#### **Контрольная работа №1.**

1. Найти модули и главные значения аргументов комплексных чисел  $\pm 1 \pm i$ .

2. Выполнить действия

$$\frac{(1 + i\sqrt{3})^3}{(1 + i)^2}, \quad (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

$$5(\cos 37^\circ + i \sin 37^\circ) \cdot 2(\cos 23^\circ + i \sin 23^\circ).$$

3. Найти  $(\sqrt{3} - i)^5, \sqrt[3]{i}$ .

4. Пользуясь формулой Муавра доказать, что

$$\cos 3\varphi = \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi \sin^2 \varphi, \quad \sin 3\varphi = 3 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \sin^3 \varphi$$

5. Найти действительные решения уравнения

$$(4 + 2i)x + (5 - 3i)y = 13 + i.$$

6. Выяснить геометрический смысл соотношения

$$|z - 2| + |z + 2| = 5$$

7. Найти множество точек координатной плоскости: 1) модуль которых равен 5; 2)

$$\frac{3\pi}{4}.$$

аргумент которых равен

8. Пользуясь равенством  $i^2 = -1$ , определить любую целую положительную степень мнимой единицы.

#### **Контрольная работа №2.**

1. Решить уравнение

$$2 \pm 3i; \frac{\pm 1 - i}{\sqrt{2}}.$$

2. Найти на сфере Римана образы точек

3. Решить уравнение  $z^3 - 6z - 9 = 0$ .

4. Исследовать сходимость рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ ;  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-i}{3}\right)^{n^2}$ .
5. Решить уравнение  $z^n = z^{\dagger}(n-1)$  ( $n \neq 2$  – натуральное число).
6. Вычислить значения функций  
а)  $\operatorname{Ln} i$ ; б)  $\cos(2+i)$ ; в)  $\operatorname{ch}(1+2i)$ ; г)  $i^i$ .
7. Доказать тождество  $\sin(z+z_1) = \sin z \cos z_1 + \cos z \sin z_1$ .
8. Найти корни уравнения  $\sin z + \cos z = 2$ .

### Контрольная работа №3.

1. Найти корни уравнения  $\sin z = 2$ , лежащие в круге  $|z| < 5$ .
2. Для каждой из функций  $f(z) = \sin z$ ,  $f(z) = \operatorname{ch} z$  найти множество значений  $z$ , где она принимает действительные и чисто мнимые значения.
3. Найти все значения  $z$ , для которых  $|\operatorname{tg} z| = 1$ .
4. Для отображения  $w = z^2$  найти образы линий  $x = c, x = y, |z| = R, \arg z = \alpha$ , а также прообразы линий  $u = c, v = c$ .
5. При помощи функции  $w = \frac{1}{z}$  отобразить на плоскость  $uov$  точки
6. Для отображения  $w = z + \frac{1}{z}$  найти образ окружности  $|z| = R$ .
7. Какая часть плоскости сжимается и какая растягивается, если отображение осуществляется функцией  $w = z^2 + 2z$ .
8. В каких точках нарушается конформность отображения

$$w = z^3 - 6z^2 + 9z - 3.$$

### Контрольная работа №4.

1. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$ , для которой  
 $u(x, y) = x^2 - y^2 + 3x + y, f(0) = i$ .
2. Найти  $a, b, c$ , при которых функция  $f(z) = x + ay + i(bx + cy)$  будет аналитической.
3. Найти функцию, сопряженную с данной гармонической функцией  
 $u(x, y) = x^2 - y^2 + x, 0 \leq z < \infty$ .

4. Проверить выполнение условий (CR) для функций  $f(z) = \cos z$ ,  $f(z) = z^n$ .
5. Найти целую линейную функцию, отображающую треугольник с вершинами в точках  $0; 1; i$  на подобный ему треугольник с вершинами в точках  $0; 2; 1 + i$ .
6. Для отображения  $w = 2z + 1 - 3i$  найти неподвижную точку  $z_0$ , угол поворота  $\theta$  вокруг нее и коэффициент растяжения  $k$ .
7. Найти дробно-линейную функцию, переводящую точки  $z_1 = -1, z_2 = i, z_3 = 1 + i$  соответственно в точки  $w_1 = 0, w_2 = 2i, w_3 = 1 - i$ .

#### Контрольная работа №5.

1. Вычислить интеграл  $\int_{|z|=R} \frac{dz}{z}$ .
2. Вычислить интеграл  $\int_L \operatorname{Im} z \, dz$  по следующим путям интегрирования:
  - а)  $L$  - отрезок действительной оси от точки  $z_0 = 3$  до  $z_1 = -3$ ;
  - б)  $L$  - полуокружность  $|z| = 3, 0 \leq \arg z \leq \pi$ .
3. Вычислить интеграл  $\int_i^{1+i} z \, dz$ .
4. Вычислить интеграл  $\int_{|z+1|=1} \frac{e^z}{z} \, dz$ .
5. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{dz}{z^2 + 9}$ , если:
  - а) точка  $3$  лежит внутри контура  $L$ , а  $(-3i)$  вне  $L$ ;
  - б)  $(-3i)$  внутри  $L$ ,  $3$  вне  $L$ ;
  - в) точки  $\pm 3i$  лежат внутри  $L$ .
6. Найти круг и радиус сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ .
7. Разложить в ряд по степеням  $z$  функцию  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$  в круге  $|z| < 1$ .
8. Найти порядок всех нулей функций  $z^2(e^{z^2} - 1); \frac{(z^2 + 9)}{z^4}$ .

**Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)**

**(4 балла)** - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

(3 балла) – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

(2 балла) – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

(менее 2 баллов) – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

### 5.2.2.Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

#### **Образцы тестовых заданий:**

1. Числа вида  $a + ib$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i = \sqrt{-1}$  называются:

- : рациональными; : иррациональными;
- + : комплексными; : действительными.

2. Модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $Z = 1 + i$  равны:

- :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{4}$  - :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{3\pi}{4}$
- + :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{4}$  - :  $|Z| = \sqrt{2}$ ,  $\arg Z = \frac{\pi}{3}$

3. Значение выражения  $i^{37+i^{48}+i^{10}}$  равно:

- : 1 : - 1
- + : i : - i

4. Значение выражения  $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10}$  в алгебраической форме равно:

- :  $0,5(\sqrt{3} - i)$  + :  $0,5(-\sqrt{3} + i)$
- :  $0,5(1 + \sqrt{3}i)$  :  $0,5(1 - \sqrt{3}i)$
- 

5. образом точки  $Z = 1$  на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###

- + :  $(1/2; 0; 1/2)$

6. образом точки  $Z = 1 + i$  на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###

- + :  $(1/3; 1/3; 2/3)$

7. образом точки  $Z = 3 + 4i$  на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###

- + :  $(3/26; 2/13; 25/26)$

8. Образом точки сферы  $(-0,5; 0; 0,5)$  при стереографической проекции будет точка  $z$  на плоскости равная ###  
 + :  $-1$

9. Действительными решениями уравнения  $(1+i)x + (1-i)y = 1$  будут ###  
 + :  $(0,5; 0,5)$

10. Действительными решениями уравнения  $(1+7i)x + (1-7i)y = 1$  будут ###  
 + :  $(0,5; 0,5)$

11. Корни числа  $\sqrt[3]{1}$  равны:  
 - :  $1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$  :  $-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$   
 + :  $1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$  :  $-1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$

12. Корни числа  $\sqrt[3]{i}$  равны:  
 - :  $i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$  + :  $-i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$   
 - :  $i; \pm \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$  :  $-i; \pm \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

13. Аргумент  $\arg(1+i\sqrt{3})^4$  равен:  
 + :  $4\pi/3$  :  $-4\pi/3$   
 - :  $2\pi/3$  :  $\pi/3$

14. Аргумент  $\arg[(1+i)(1-i)^2]$  равен:  
 - :  $\pi/4$  + :  $-\pi/4$   
 - :  $\pi/2$  - :  $3\pi/4$

15. Аргумент  $\arg\left[\frac{(1+i)}{(1-i)}\right]^6$  равен:  
 - :  $3\pi/2$  - :  $5\pi/2$   
 + :  $3\pi$  -:  $10\pi/3$

16. Корнями уравнения  $x^2 - 6x + 10 = 0$  являются числа ###  
 + :  $3+i; 3-i$  + :  $3-i; 3+i$

17. Корнями уравнения  $x^2 - 4x + 13 = 0$  являются числа ###  
 + :  $2+3i; 2-3i$  + :  $2-3i; 2+3i$

18. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(5i)^n}$   
 - : расходится - : сходится условно  
 - : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится
19. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(in)^n}$   
 - : расходится - : сходится условно  
 - : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится
20. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^4}$   
 - : расходится - : сходится условно  
 - : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится
21. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{in}$   
 + : расходится - : сходится условно  
 - : сходится не абсолютно - : абсолютно сходится
22. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{2^n}$   
 + : расходится - : сходится условно  
 - : сходится не абсолютно - : абсолютно сходится
23. Равенство  $\frac{4}{\bar{z}} = z$  верно при  $|z|$  равном ###  
 - + : 2
24. Равенство  $\left(\frac{9}{z}\right) = z$  верно при  $|z|$  равном ###  
 + : 3
25. Геометрический смысл соотношения  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4}$  ### на плоскости  $z$   
 + : окружность
26. Геометрический смысл соотношения  $\operatorname{Im} z^2 = 2$  ### на плоскости  $z$   
 + : гипербола
27. Геометрический смысл соотношения  $z^2 + \bar{z}^2 = 2$   
 - : прямая линия - : окружность  
 + : гипербола - : эллипс
28. Геометрический смысл соотношения  $z \cdot \bar{z} + i(z - \bar{z}) - 2 = 0$   
 - : прямая линия + : окружность  
 - : гипербола : парабола

29. Уравнение оси ОХ в комплексной форме имеет вид

$$\begin{array}{ll} + : z - \bar{z} = 0 & : z + \bar{z} = 0 \\ - : z\bar{z} = 0 & : z^2 + \bar{z}^2 = 0 \end{array}$$

30. Уравнение прямой  $y=x$  в комплексной форме имеет вид

$$\begin{array}{ll} - : z + 2z\bar{z} = 0 & : z - 2z\bar{z}^2 = 0 \\ + : z + \bar{z} + i(z - \bar{z}) = 0 & : z - \bar{z} + i(z + \bar{z}) = 0 \end{array}$$

31. Уравнение окружности  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  в комплексной форме имеет вид

$$\begin{array}{ll} + : z\bar{z} + z + \bar{z} = 0 & : z\bar{z} - z + 2\bar{z} = 0 \\ - : z\bar{z} + z - 2\bar{z} = 0 & : z^2 - \bar{z}^2 + 2z = 0 \end{array}$$

32. Область  $z \cdot \bar{z} > 5$ , где  $z = x + iy$ , является

-: не связной                      +: односвязной  
 -: двусвязной                      -: трёхсвязной

33. Область  $2 < |z| < 5$  является

-: односвязной                      +: двусвязной  
 -: трёхсвязной                      -: не связной

34. Граница области  $0,5 < |z| < 3$  состоит из числа компонент ###

+: 2

35. Граница области  $|z| < 5$  состоит из числа компонент ###

+: 1

36. Соответствие уравнения и линии

$$L1: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0 \quad L2: 3x^2 + 6y^2 - 18 = 0 \quad L3: 5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$$

$$L4: x^2 - 4x + y + 2 = 0 \quad L5: 4x - 3y = 8$$

R1: окружность

R2: эллипс

R3: гипербола

R4: парабола

R5: прямая линия

37. Значение выражения  $Ln i$  равно:

$$\begin{array}{ll} - : 2k\pi i & : (2k-1)\pi \\ - : \pi i & + : (2k + \frac{1}{2})\pi i \end{array}$$

38. Значение выражения  $Ln \left[ \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \right]$  равно:

$$\begin{array}{ll} - : 2k\pi i & : (2k - \frac{1}{4})\pi i \\ + : (2k + \frac{1}{4})\pi i & -: (2k-1)\frac{\pi i}{2} \end{array}$$

39. Значение выражения  $1^{\sqrt{2}}$  равно:

$$\begin{array}{ll} - : e^{\sqrt{2}k\pi i} & -: e^{-\sqrt{2}k\pi i} \\ + : e^{2\sqrt{2}k\pi i} & -: e^{-2k\pi i} \end{array}$$



40. Значение выражения  $1^{-i}$  равно:

$$\begin{array}{ll} - : e^{\sqrt{2}k\pi} & + : e^{2k\pi} \\ - : e^{2k\pi i} & : e^{-2k\pi i} \end{array}$$

41. Функция  $f(z)=x+ay+i(x+y)$  будет аналитической при значении  $a$  равном ###  
+ : -1

42. Функция  $f(z)=ax+3y-i(3x+2y)$  будет аналитической при значении  $a$  равном ###  
+ : -2

43. Производная функции  $f(z)=e^{4z+2i}$ , где  $z=x+iy$ , равна

$$\begin{array}{ll} + : 4e^{4z+2i} & - : e^{4z+2i} \\ - : 4e^{4z+2i-1} & - : 4e^{4z+2i+1} \end{array}$$

44. Функция  $u(x,y)=x^3+3kxy^2$  является гармонической, если  $k$  равно ###

$$+ : 1$$

45. Функция  $u(x,y)=-2x^3+kxy^2$  является гармонической, если  $k$  равно ###

$$+ : -6$$

46. Примерами многозначных функций являются:

$$\begin{array}{ll} - : w=z^2, w=\operatorname{Arg} z & + : w=\sqrt[n]{z}, w=\operatorname{Arg} z \\ - : w=\operatorname{Re}(z), w=z^3 & : w=\sqrt[n]{z}, w=\operatorname{Im} z \end{array}$$

47. Конформность отображения  $w=z^3-15z^2/2-42z$  нарушается в точках  $z$  равных ###  
+ : -2;7

48. Конформность отображения  $w=z-\sin z$  нарушается в точках  $z$  равных

$$\begin{array}{ll} - : \pi/2+\pi k & + : 2\pi k \\ - : \pi k/2 & -: \pi k/3 \end{array}$$

49. Неподвижной точкой преобразования  $w=iz+4$  является точка

$$\begin{array}{ll} - : z=1+2i & : z=1-i \\ + : z=2(1+i) & : z=2(1-i) \end{array}$$

50. Целым линейным преобразованием с неподвижной точкой  $1+2i$ , переводящим точку  $i$  в точку  $(-i)$  является

$$\begin{array}{ll} - : w=(2-i)z-3i & + : w=(2+i)z+1-3i \\ - : w=iz+1-3i & -: w=(2+i)z+1 \end{array}$$

51. Отображение  $w=z^4$  углы

$$\begin{array}{ll} -: \text{увеличивает в 8 раз} & -: \text{уменьшает в 2 раза} \\ -: \text{увеличивает в 2 раза} & +: \text{увеличивает в 4 раза} \end{array}$$

52. Образом точки  $(1;1)$  при отображении  $w = \frac{1}{z}$  на плоскости  $w$  будет точка ###  
 +:  $(1/2; -1/2)$

53. Образом точки  $(2;0)$  при отображении  $w = \frac{1}{z}$  на плоскости  $w$  будет точка ###  
 +:  $(1/2; 0)$

54. Интеграл  $\int_{\gamma} x dz$ , где  $\gamma$  - радиус вектор точки  $z=2+i$ , равен  
 - :  $1-i$  :  $2-i$   
 + :  $2+i$  :  $-2+i$

55. Интеграл  $\int_{\gamma} y dz$ , где  $\gamma$  - окружность  $|z-a|=R$ , равен  
 + :  $-\pi R^2$  -:  $\pi R^2/2$   
 - :  $-\pi R^2/2$  -:  $\pi R^2/3$

56. Интеграл  $\int_{|z+2|=1} \frac{e^z}{z} dz$  равен  
 - :  $2\pi i$  -:  $\pi$   
 + :  $0$  -:  $\frac{\pi}{2}$

57. Радиус  $R$  сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$  равен ###  
 + : бесконечности

58. Радиус  $R$  сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} n^n z^n$  равен ###  
 + :  $0$

59. Разложением функции  $f(z) = \frac{1}{z-3}$  в ряд Лорана в окрестности  $z=0$  является:  
 - :  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{z^k}$  -:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(3k)!}$   
 + :  $-\frac{1}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{3^k}$  -:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^k}{3^k}$

60. Вычет функции  $f(z) = \frac{1}{z^3 - z^5}$  в точке  $z=-1$  равен  
 - :  $0$  -:  $-1$   
 - :  $0,5$  + :  $-0,5$

$$\begin{array}{rcl} - & : & -3 \\ - & : & -1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} - & : & = 0 \\ & & + : 1 \end{array}$$

62. Вычет функции  $f(z) = \frac{z^2 + z - 1}{z^2(z - 1)}$  в точке  $z = 1$  равен

+: 1	-: -1
-: 0,5	-: 0

**Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:**

(5 баллов) – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 100 % предложенных тестовых вопросов;

**(4 балла)** – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 80 –99 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

(3 балла) – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 60–79% от общего объема заданных тестовых вопросов;

**(1-2 балла)** – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 40-59 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

**5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.** Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Комплексный анализ» в виде проведения экзамена.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

**Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине  
«Теория функции комплексного переменного»**

1. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Формула Муавра. Корень натуральной степени из комплексного числа.
4. Интерпретация Римана комплексных чисел.
5. Теорема о связности.
6. Предел последовательности точек комплексной плоскости.
7. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши.
8. Числовые ряды.
9. Предел функции комплексного переменного.
10. Непрерывность функции комплексного переменного.
11. Кривые на комплексной плоскости.
12. Производная, условия Коши-Римана.
13. Аналитические функции и их связь с гармоническими.
14. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
15. Конформные отображения.
16. Функция  $Argz$ .
17. Целая степенная функция.
18. Функция  $W = \sqrt[n]{z}$ , выделение однозначных ветвей.

19. Риманова поверхность  $\sqrt[n]{z}$ .
20. Показательная функция. Отображение с помощью показательной функции.
21. Логарифмическая функция.
22. Дробно-линейная функция.
23. Круговые и групповые свойства дробно-линейной функции.
24. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
25. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
26. Отображение с помощью тригонометрической функции.
27. Функция Жуковского.
28. Интеграл от функции комплексного переменного, свойства.
29. Лемма Гурса.
30. Интегральная теорема Коши.
31. Теорема Коши для многосвязной области.
32. Интегральная формула Коши, интеграл типа Коши.
33. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Лейбница.
34. Теорема Морера.
35. Принцип максимума модуля.
36. Лемма Шварца.
37. Интегральные формулы Шварца и Пуассона.
38. Задача Дирихле для гармонических в круге функций.
39. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
40. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохоцкого - Племеля.
41. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса.
42. Степенные ряды, теорема Абеля.
43. Формула Коши – Адамара.
44. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
45. Первая теорема Вейерштрасса.
46. Ряд Тейлора, теорема Тейлора.
47. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
48. Нули аналитической функции, порядок нуля.
49. Неравенства Коши, теорема Лиувилля.
50. Ряд Лорана, теорема Лорана.
51. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
52. Классификация особых точек однозначного характера.
53. Устранимая особая точка, полюс (теорема).
54. Теорема Сохоцкого.
55. Теорема Пикара.
56. Целая функция, порядок и тип целой функции.
57. Мероморфные функции, разложение на простейшие дроби.
58. Теорема Миттаг - Леффлера.
59. Вычет функции относительно изолированной особой точки.
60. Основная теорема о вычетах.
61. Вычисление вычета относительно полюса.
62. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
63. Логарифмический вычет.
64. Основная теорема алгебры.
65. Принцип аргумента аналитической функции.
66. Теорема Руше.
67. Теорема Гурвица.
68. Применение вычетов к вычислению интегралов.
69. Аналитическое продолжение.

70. Теорема монодромии.
  71. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса.
  72. Изолированные особые точки многозначного характера.
  73. Принцип непрерывности.
  74. Принцип симметрии Римана-Шварца.
  75. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
  76. Локальное обращение аналитической функцией.
  77. Критерий локальной однолистности.
  78. Принцип сохранения области.
  79. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
  80. Приложение ТФКП к гидродинамике.
- В билеты включаются два теоретических вопроса из различных разделов программы и одна задача.

**6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Комплексный анализ» в III семестре является экзамен.

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

**Критерии оценки качества освоения дисциплины**

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная

самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного материала
<b>ОПК-1</b> Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	<b>Знать:</b> - Знает фундаментальные законы природы и основные физические математические законы	Тестирование, коллоквиум, зачет
	<b>Уметь:</b> - Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Тестирование, коллоквиум, зачет, экзамен
	<b>Владеть:</b> - Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач	Тестирование, коллоквиум, зачет, экзамен

## **7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **7.1. Основная литература**

1. Бернштейн Т.В. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Бернштейн Т.В., Прокудин Д.А.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017.— 64 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78153.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс]/ Гусак А.А., Бричикова Е.А., Гусак Г.М.— Электрон. текстовые данные.— Минск: ТетраСистемс, 2002.— 208 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Зарипов Р.Н. Специальные разделы математики. Теория функций комплексной переменной. Основы операционного исчисления [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Зарипов Р.Н., Чугунова Г.П.— Электрон. текстовые данные.— Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2008.— 115 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63467.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Пантелеев А.В., Якимов А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Выс.шк., 2001 – 445с.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 1972.

2. Волковысский А.И., Лунц Г.Л., Араманович А.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Изд-во физ.мат. лит. - М.: «Наука», 2006 г.

3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 1987.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций (Т.1,2). - М.: «Наука», 1977.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного. - М.: «Наука», 1984.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ. Мат. лит., 2010 г.
7. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2005 г.
8. Совершенный В.Д. Основы теории функций комплексного переменного.- М.: Изд-во МАИ, 1996.
9. Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.
10. Шабунин М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.
11. Яхутлова М.Р., Водахова В.А. и др. Комплексный анализ в примерах и задачах (часть 1). Учебное пособие. Нальчик, КБГУ, 2020г.
12. Яхутлова М.Р., Водахова В.А. и др. Комплексный анализ в примерах и задачах (часть 2) Учебное пособие. Нальчик, КБГУ, 2020г.

### **7.3. Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)**

1. Дифференциальные уравнения
2. Доклады Академии наук
3. Сибирский математический журнал
4. Успехи математических наук
5. Математические заметки

### **7.4. Интернет-ресурсы**

1. <http://lib.kbsu.ru>
2. <http://www.elibrary.ru>
3. <http://www.lib.vsu.ru>
4. [www.knigafund.ru /books/ 122576](http://www.knigafund.ru/books/122576).

### **7.5. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.**

Учебная работа по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Доля контактной учебной работы в общем объеме времени, отведенном для изучения дисциплины, составляет 35,4 % (в том числе лекционных занятий – 23,6 %, практических занятий – 11,8 %), доля самостоятельной работы – 45,8 %. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану направления подготовки 11.03.01- Радиотехника.

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Теория функций комплексного переменного» для обучающихся***

Цель курса «Теория функций комплексного переменного» - получение базовых знаний и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющих решать прикладные задачи из различных областей знаний.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

Курс изучается на лекциях, практических занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и



закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа (по В.И. Далю «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- выполнение разноуровневых задач и заданий;
- работа с вопросами для самопроверки;
- выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза,

которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:
  - медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
  - выделить ключевые слова в тексте;
  - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации по написанию рефератов***

Реферат представляет собой сокращенный пересказ содержания первичного документа (или его части) с основными фактическими сведениями и выводами. Написание реферата используется в учебном процессе вуза в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью рефератов студент глубже постигает наиболее сложные проблемы курса, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда. Процесс написания реферата включает: выбор темы; подбор нормативных актов, специальной литературы и иных источников, их изучение; составление плана; написание текста работы и ее оформление; устное изложение реферата.

Рефераты пишутся по наиболее актуальным темам. В них на основе тщательного анализа и обобщения научного материала сопоставляются различные взгляды авторов и определяется собственная позиция студента с изложением соответствующих аргументов. Темы рефератов должны охватывать и дискуссионные вопросы курса. Они призваны отражать передовые научные идеи, обобщать тенденции практической деятельности, учитывая при этом изменения в текущем законодательстве. Рекомендованная ниже тематика рефератов примерная. Студент при желании может сам предложить ту или иную тему, предварительно согласовав ее с научным руководителем.

Реферат, как правило, состоит из введения, в котором кратко обосновывается актуальность, научная и практическая значимость избранной темы, основного материала, содержащего суть проблемы и пути ее решения, и заключения, где формируются выводы, оценки, предложения.

Общий объем реферата 20 листов.

Технические требования к оформлению реферата следующие. Реферат оформляется на листах формата А4, с обязательной нумерацией страниц, причем номер страницы на первом, титульном, листе не ставится. Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 20 мм. Абзацный отступ – 1,25; Рисунки должны создаваться в циклических редакторах или как рисунок Microsoft Word (сгруппированный). Таблицы выполнять табличными ячейками Microsoft Word. Сканирование рисунков и таблиц не допускается. Выравнивание текста (по ширине страницы) необходимо выполнять только стандартными способами, а не с помощью пробелов. Размер текста в рисунках и таблицах – 12 кегль. На титульном листе реферата нужно указать: название учебного заведения, факультета, номер группы и фамилию, имя и отчество автора, тему, место и год его написания. Рекомендуемый объем работы складывается из следующих составляющих: титульный лист (1 страница), содержание (1 страница), введение (1 – 2 страницы), основная часть, которую можно разделить на главы или разделы (10 – 15 страниц), заключение (1 – 3 страницы), список литературы (1 страница), приложение (не обязательно). Если реферат содержит таблицу, то ее номер и название располагаются сверху таблицы, если рисунок, то внизу рисунка.

Содержательные части реферата – это введение, основная часть и заключение. Введение должно содержать рассуждение по поводу того, что рассматриваемая тема актуальна (то есть современна и к ней есть большой интерес в настоящее время), а также постановку цели исследования, которая непосредственно связана с названием работы. Также во введении могут быть поставлены задачи (но не обязательно, так как работа невелика по объему), которые детализируют цель. В заключении пишутся конкретные, содержательные выводы.

Содержание реферата студент докладывает на семинаре, кружке, научной конференции. Предварительно подготовив тезисы доклада, студент в течение 7 - 10 минут должен кратко изложить основные положения своей работы. После доклада автор отвечает на вопросы, затем выступают оппоненты, которые заранее познакомились с текстом реферата, и отмечают его сильные и слабые стороны. На основе обсуждения обучающемуся выставляется соответствующая оценка.

#### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену:***

Экзамен в 5-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на вопросы, выносимые на экзамен.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более

шести студентов на одного преподавателя, принимающего зачет. На подготовку ответа на билет на зачете отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердые знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала.

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Минимально необходимый для реализации ОПОП перечень материально-технического обеспечения включает в себя: лекционные аудитории (оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном и имеющие выход в сеть Интернет), помещения для проведения семинарских и практических занятий (оборудованные учебной мебелью), компьютерные классы и др.

При проведении занятий лекционного типа, семинарских занятий используются:

*лицензионное программное обеспечение:*

- Продукты Microsoft (Desktop Education ALNG LicSaPk OLVS Academic Edition Enterprise) подписка (Open Value Subscription);
- Антивирусное программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security Стандартный Russian Edition;
- AltLinux (Альт Образование 8);

*свободно распространяемые программы:*

- Academic MarthCAD License - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- WinZip для Windows - программ для сжатия и распаковки файлов;
- Adobe Reader для Windows – программа для чтения PDF файлов;
- Far Manager - консольный файловый менеджер для операционных систем семейства Microsoft Windows.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего

образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается: 1. Альтернативной версией официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих; 2. Присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; 3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху – дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; обеспечение надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации; 4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)**

в рабочую программу по дисциплине  
**«Теория функций комплексного переменного»**  
 по направлению подготовки **11.03.01 Радиотехника**;  
 профиль: **«Интегрированные системы безопасности»**  
 на \_\_\_\_\_ учебный год

№п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры прикладной математики и информатики

протокол № \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / . /