

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего**  
**образования «Кабардино-Балкарский государственный университет**  
**им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**  
**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной  
программы *М.Р. Яхутлова* М.Р. Яхутлова  
« 02 » 09 2022г.

  
**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор института  
*А.Х. Шапсигов* А.Х. Шапсигов  
« 02 » 09 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
(код и наименование направления подготовки)

**«Проектирование систем искусственного интеллекта»**  
(наименование профиля подготовки)

**Бакалавр**

Квалификация (степень) выпускника

**Очная**

Форма обучения

**Нальчик - 2022**

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» / сост. М.Х. Абрегов – Нальчик: КБГУ, 2022. – 64с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» 5-6 семестра, 3 курса.

Рабочая программа составлена с учётом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02- Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. № 9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937).

## Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины.....	5
4. Содержание и структура дисциплины.....	6
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....	12
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	43
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	45
7.1. Нормативно-законодательные акты .....	45
7.2. Основная литература.....	46
7.3. Дополнительная литература .....	46
7.4. Периодические издания .....	47
7.5. Интернет-ресурсы.....	47
7.6. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы .....	49
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	59
9. Лист изменений (дополнений).....	63

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины**

### **Цель освоения дисциплины:**

- подготовка выпускника, владеющего основными методами вычислительной математики;
- формирование системы теоретических, методических знаний и практических навыков с использованием методов вычислений решать различные задачи математической физики, оптимального подбора метода для конкретной практической задачи;
- подготовка студентов к разработке и применению с помощью ЭВМ вычислительных алгоритмов решения математических задач, возникающих в процессе познания реального мира посредством математического моделирования;
- научить овладению практическими навыками применения вычислительных алгоритмов;
- показать, что при формулировке разностной задачи, помимо аппроксимации дифференциального уравнения, необходимо описать в разностном виде дополнительные условия (краевые и начальные), обеспечивающие выделение единственного решения из всей совокупности возможных решений;
- показать, что при решении задачи приближенным методом надо иметь предварительное суждение о том, с какой точностью можно приблизить точное решение задачи;
- научить овладению практическими навыками построения разностных схем.

### **Задачи освоения дисциплины:**

- изучение понятийного аппарата дисциплины, основных теоретических положений и методов, формирование умений и привитие навыков применения теоретических знаний для решения практических задач.
- выработка у студентов навыков использования различных приемов и методов численного решения задач математической физики.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта».

Дисциплина «Численные методы» логически и содержательно-методически взаимосвязана с такими дисциплинами ОПОП ВО, как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Алгебра», «Уравнения математической физики» и базируется на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения этих дисциплин.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ОПОП ВО по данному направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата):

#### *общепрофессиональные (ОПК):*

Коды	Содержание компетенции
<b>ОПК-2</b>	Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

В результате изучения дисциплины «Численные методы» студент должен:

#### **знать:**

- основные источники и классификация погрешностей, действия с приближенными числами, способы оценки погрешностей;
- приближение функций и их производных (интерполяционные многочлены и оценка погрешностей интерполяционных формул; конечные и разделенные разности; постановка задачи численного дифференцирования, погрешность формул численного дифференцирования);
- численное интегрирование (квадратурные формулы Ньютона – Котеса; интерполяционные квадратурные формулы; формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса);
- численные методы алгебры (метод простой итерации, метод Зейделя; сходимость и оценка погрешности этих методов; постановка полной и частичной проблемы собственных значений);
- численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (одношаговые методы, метод Эйлера и его модификации, метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем, схема Рунге-Кутты четвертого порядка, особенности его реализации на ЭВМ, многошаговые методы);
- численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (однородные разностные схемы, методы построения разностных схем, аппроксимация и устойчивость, сходимость схем, метод прогонки решения сеточных уравнений);

- численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных (сетки и сеточные функции, аппроксимация частных производных, порядок аппроксимации, устойчивость; метод сеток решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности, явные и неявные схемы, схема Кранка-Николсона, устойчивость двухслойных схем, принцип максимума для разностной схемы; разностные схемы для уравнений гиперболического типа, задача Коши для волнового уравнения; разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона, устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле);
- разностные методы решения уравнений гиперболического типа (семейство разностных схем для численного решения гиперболической задачи; условия повышения аппроксимации; гиперболическая задача с условиями третьего порядка);
- методы решения интегральных уравнений (приближенное решение интегральных уравнений);

**уметь:**

- реализовывать основные методы, применяемые в численном анализе;

**владеть:**

- технологиями применения вычислительных методов для решения конкретных задач из различных областей математики и ее приложений;
- навыками практической оценки точности результатов, полученных в ходе решения тех или иных вычислительных задач, на основе теории приближений;
- основными приемами использования вычислительных методов при решении различных задач профессиональной деятельности.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

**Таблица 1. Содержание дисциплины «Численные методы», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций**

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
<b>5семестр</b>				
<b>Раздел I. Введение</b>				
1	Обзор развития вычислительной техники и теории численных методов.	Математическое моделирование и его роль в процессе познания. Вычислительный эксперимент – новый способ исследования сложных процессов. Приближенные числа.	ОПК-2	Домашнее задание (ДЗ), Контрольная работа (КР), Коллоквиум (К), Тестирование (Т),

				Рубежный контроль (РК)
Раздел 2. Интерполирование и приближение функций				
2	Интерполирование функций.	Интерполяционный многочлен Лагранжа. Многочлены Чебышева. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа. Интерполяционная формула Ньютона.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
3	Численное дифференцирование.	Численное дифференцирование. Приближение сплайнами. Метод наименьших квадратов.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
4	Численное интегрирование.	Интерполяционные квадратичные формулы. Формулы прямоугольников, Симпсона, Гаусса. Оптимизация распределения узлов квадратурной формулы. Методы вычисления кратных интегралов. Метод Монте-Карло.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
Раздел 3. Методы решения систем уравнений				
5	Численные методы алгебры.	Метод Гаусса. Метод простой итерации. Метод Зейделя. Метод релаксации, наискорейшего спуска. Методы решения проблемы собственных значений.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
Раздел 4. Методы решения задачи Коши				
6	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса. Методы решения жестких систем.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
<b>6 семестр</b>				
Раздел 5. Методы решения краевых задач				
7	Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Погрешность аппроксимации на сетке. Однородные разностные схемы для уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Консервативные схемы. Схемы на неравномерных сетках. Сходимость и устойчивость.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК

		Разностная функция Грина. Априорная оценка в равномерной метрике. Третья краевая задача. Монотонные схемы для уравнения общего вида. Разностные схемы для стационарного уравнения в цилиндрической системе координат. Разностные схемы в сферической системе координат. Разностная задача Дирихле для уравнения Лапласа. Запись разностного уравнения в канонической форме. Принцип максимума. Оценка решения неоднородного уравнения.		
8	Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики.	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость и сходимость. Метод энергетических неравенств. Краевые задачи с условиями третьего рода. Повышение порядка аппроксимации до второго порядка.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
9	Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.	Семейство разностных схем для численного решения гиперболической задачи. Метод решения разностной задачи для гиперболической задачи. Условия повышения аппроксимации. Гиперболическая задача с условиями третьего порядка.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК
Раздел 6. Решение интегральных уравнений				
10	Численные методы решения интегральных уравнений.	Метод замены интеграла квадратурной формулой. Метод регуляризации для решения интегральных уравнений I рода.	ОПК-2	ДЗ, КР, К, Т, РК

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часов)

**Таблица 2. Структура дисциплины «Численные методы»**

Вид работы	Трудоемкость, часов		
	5 семестр	6 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>180</b>	<b>288</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>51</b>	<b>64</b>	<b>115</b>



Вид работы	Трудоемкость, часов		
	5 семестр	6 семестр	Всего
Лекции (Л)	17	32	49
Практические занятия (ПЗ)	-	-	-
Семинарские занятия (СЗ)	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	34	32	66
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>48</b>	<b>89</b>	<b>137</b>
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-	-
Реферат (Р)	-	-	-
Эссе (Э)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов	48	89	137
Контрольная работа (К)	-	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	27	36
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>зачет</b>	<b>экзамен</b>	<b>зачет экзамен</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	<i>Обзор развития вычислительной техники и теории численных методов.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать обзор этапов развития вычислительной техники и численных методов; показать действия с приближенными числами; дать определение погрешности суммы, произведения, частного; выработать навыки использования на практике.
2	<i>Интерполирование функций.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с задачей интерполирования; ознакомить с интерполяционным многочленом Лагранжа, многочленами Чебышева, интерполяционными формулами Ньютона и формулой Стирлинга; рассмотреть вопрос о минимизации оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа и научить их применять при решении задач.
3	<i>Численное дифференцирование.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с формулами численного дифференцирования, основанными на интерполяционных формулах Ньютона для равных и неравных промежутков, а также на формуле Стирлинга; выработать навыки их применения.
4	<i>Численное интегрирование.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с задачей численного интегрирования и формулами вычисления определенных интегралов (трапеций, прямоугольников, Симпсона); с методами вычисления кратных интегралов; методом Монте-Карло и развить навыки их применения.
5	<i>Численные методы алгебры.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с методом Гаусса, итерационными методами решения систем алгебраических уравнений (методом простой итерации и методом Зейделя и условиями их сходимости); с методом релаксации и наискорейшего спуска; с методами решения проблемы собственных значений;

	выработать навыки их применения.
6	<p><i>Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с одношаговыми методами; методом Эйлера и его модификацией; показать оценку погрешности метода Эйлера; дать методы Рунге-Кутты; ознакомить со схемами четвертого порядка точности; с многошаговыми методами; с экстраполяционным и интерполяционным методами Адамса; с методами решения жестких систем.</p>
7	<p><i>Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностной аппроксимацией простейших дифференциальных операторов; научить строить однородные разностные схемы для уравнения второго порядка с переменными коэффициентами; ознакомить с консервативными схемами; рассмотреть схемы на неравномерных сетках; показать сходимость и устойчивость схем; показать применение разностной функции Грина; научить получать априорные оценки в равномерной метрике; рассмотреть третью краевую задачу; рассмотреть монотонные схемы для уравнений общего вида; рассмотреть разностные схемы для стационарного уравнения в цилиндрической и сферической системах координат; рассмотреть разностную задачу Дирихле для уравнения Лапласа; научить приводить разностное уравнение к каноническому виду; ознакомить с разностным аналогом принципа максимума; показать, как получать оценку решения разностной задачи для неоднородного уравнения; выработать навыки применения; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
8	<p><i>Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностными схемами для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами; научить доказывать устойчивость и сходимость схемы; научить применять метод энергетических неравенств; научить строить разностные аналоги краевых задач с условиями третьего рода и повышать порядок аппроксимации до второго порядка; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
9	<p><i>Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностными схемами для численного решения гиперболической задачи; методом решения разностной задачи; схемами повышенного порядка аппроксимации; гиперболической задачей с условиями третьего порядка; развить навыки их применения; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
10	<p><i>Численные методы решения интегральных уравнений.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с методом замены интеграла квадратурной формулой и методом регуляризации для решения интегральных уравнений I рода; привить навыки применения.</p>

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Тема
1	Приближенные числа. Действия с приближенными числами.
2	Интерполирование функций.
3	Численное дифференцирование.
4	Метод наименьших квадратов.

5	Численное интегрирование. Вычисление определенных интегралов.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений (метод простой итерации, метод Зейделя).
7	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности.
8	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки.
9	Монотонные схемы для обыкновенного дифференциального уравнения общего вида.
10	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.
11	Разностные схемы для нестационарных уравнений с переменными коэффициентами.
12	Разностные методы решения уравнений гиперболического типа. Схема повышенного порядка точности.
13	Методы решения интегральных уравнений.

**Таблица 5. Лабораторные работы**

№ п/п	Тема
1	Приближенные числа. Действия с приближенными числами.
2	Интерполирование функций.
3	Численное дифференцирование.
4	Метод наименьших квадратов.
5	Численное интегрирование. Вычисление определенных интегралов.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений (метод простой итерации, метод Зейделя).
7	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности.
8	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки.
9	Монотонные схемы для обыкновенного дифференциального уравнения общего вида.
10	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.
11	Разностные схемы для гиперболических уравнений.

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1	Погрешности произведения, частного.
2	Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга.

3	Формулы численного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Гаусса и Стирлинга.
4	Метод наименьших квадратов. Сглаживание наблюдений.
5	Формулы прямоугольников численного интегрирования.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса.
7	Метод Эйлера для систем уравнений.
8	Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
9	Устойчивость разностных схем для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные материалы предназначены для установления соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Оценочные материалы (ОМ) являются центральным звеном системы оценки качества освоения обучающимся дисциплины. Целью разработки ОМ по дисциплине является оценка знаний, умений, навыков и уровня освоения обучающимися компетенций дисциплины.

ОМ дисциплины является составной частью рабочей программы дисциплины. Это – *оценочные средства, контрольно-измерительные и методические материалы*, предназначенные для определения качества результатов обучения и уровня сформированности комплекций обучающихся в ходе освоения дисциплины.

Оценочные средства формируются на основе ключевых *принципов оценивания*:

- валидность – объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надёжность – при оценивании достижений обучающихся должны использоваться единообразные стандарты и критерии;
- развивающего характера – фиксация персональных достижений обучающихся и предполагаемые мероприятия по улучшению результатов;
- своевременность – поддержание обратной связи с обучающимися при освоении учебных материалов.

Формирование оценочных средств дисциплины проходит следующие *этапы*:

- формируется система показателей, характеризующих состояние и динамику развития компетенций обучающихся и выпускников;
- определяются оценочные средства и процедуры оценивания знаний, умений, навыков, овладения компетенциями обучающихся.

Задания для оценивания умений, навыков и (или) опыта деятельности

предусматривают выполнение аттестуемыми действий:

- по обработке информации, выделению ее элементов и выявлению взаимосвязи между ними и т.п.;
- по интерпретации и усвоению информации из разных источников, ее системному структурированию;
- по выявлению значения предмета учебной дисциплины для достижения конкретной цели;
- по решению учебных задач.

На проверку накопленных знаний направлены такие формы контроля, как устный опрос, коллоквиум и компьютерное тестирование. Они проводятся в целях побуждения самостоятельной мыслительной деятельности студентов.

Устный опрос учебной проводится с целью выявления и закрепления полученных знаний и умений, определения уровня подготовленности к изучению новой темы.

Коллоквиум предусматривает развёрнутое изложение по определённом вопросу, основанное на привлечении теоретического материала с целью активизации самостоятельной работы обучающегося по изучению материала. Он позволяет оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом, выявить объем полученных знаний, полученных на занятиях, а также путем самостоятельной работы.

Компьютерное тестирование проводится для закрепления и проверки знаний, умений и навыков с применением технических средств.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида знаний и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий контроль, рубежный контроль и промежуточная аттестация.*

*Контрольные мероприятия по дисциплине* проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных, практических и лабораторных занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины и включает: ответы на теоретические вопросы на практических и лабораторном занятиях, решение практических задач и выполнение заданий на лабораторных занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

***Вопросы по темам дисциплины «Численные методы»  
(контролируемая компетенция ОПК-2)***

*Тема 1: «Приближенные числа».* Действия с приближенными числами.

1. Погрешность суммы.
2. Погрешность произведения.
3. Погрешность частного.

*Тема 2: «Приближение функций и их производных»*

4. Общая задача интерполирования.
5. Интерполирование по значениям функции.
6. Алгебраическое интерполирование.
7. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
8. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
9. Многочлены Чебышева.
10. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
11. Конечные и разделенные разности.
12. Интерполяционная формула Ньютона для не равноотстоящих узлов интерполирования.
13. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
14. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
15. Постановка задач численного дифференцирования.
16. Основные формулы численного дифференцирования.
17. Погрешность формул численного дифференцирования.
18. Некорректность задачи численного дифференцирования.
19. Задача наилучшего равномерного приближения функции.

20. Метод наименьших квадратов.
21. Обработка результатов наблюдения.

*Тема 3: «Численное интегрирование»*

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
2. Интерполяционные квадратурные формулы.
3. Формулы прямоугольников.
4. Формула трапеции.
5. Формулы Симпсона.
6. Формулы Гаусса.
7. Методы вычисления кратных интегралов. Метод Монте-Карло.

*Тема 4: «Численные методы алгебры»*

1. Метод простой итерации.
2. Сходимость метода простой итерации.
3. Оценка погрешности метода простой итерации.
4. Процесс практической оценки погрешности метода простой итерации.
5. Метод Зейделя.
6. Метод релаксации, наискорейшего спуска.
7. Сходимость метода Зейделя.
8. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
9. Метод Ньютона.
10. Метод секущих.
11. Сходимость методов.
12. Методы решения проблемы собственных значений.

*Тема 5: «Численные методы решения задачи Коши для ОДУ»*

1. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Одношаговые методы.
3. Метод Эйлера и его модификации.
4. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
5. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности.
6. Особенности ее реализации на ЭВМ.
7. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
8. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
9. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

10. Особенности ее реализации на ЭВМ.
11. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
12. Многошаговые методы.
13. Экстремальный и интерполяционный методы Адамса.
14. Формулы Штермера.
15. Устойчивость и сходимость многошаговых методов.
16. Методы решения жестких систем.

*Тема 6: «Численные методы решения краевых задач для ОДУ»*

1. Однородные разностные схемы.
2. Методы построения разностных схем.
3. Аппроксимация и устойчивость.
4. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
5. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
6. Вариационно-разностные схемы.
7. Схемы на неравномерных сетках. Сходимость и устойчивость.
8. Разностная функция Грина.

*Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для ДУ в частных производных»*

1. Сетки и сеточные функции.
2. Аппроксимация частных производных.
3. Порядок аппроксимации.
4. Устойчивость.
5. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
6. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
7. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
8. Задача Коши для волнового уравнения.
9. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
11. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.
12. Схемы на неравномерных сетках. Сходимость и устойчивость.
13. Разностная функция Грина. Априорная оценка в равномерной метрике.
14. Третья краевая задача.
15. Монотонные схемы для уравнения общего вида.
16. Разностные схемы для стационарного уравнения в цилиндрической системе координат.
17. Разностные схемы в сферической системе координат.



## Тема 8: «Методы решения интегральных уравнений»

1. Приближенное решение интегральных уравнений.
2. Метод замены интеграла квадратурной суммой.
3. Метод замены ядра вырожденным ядром.
4. Способы замены ядра вырожденным ядром.
5. Решение интегральных уравнений первого рода.
6. Понятие о методе регуляризации при решении уравнения первого рода.
7. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по результатам устного опроса**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Численные методы». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять изучаемые методы при решении практических задач.

В результате устного опроса знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 7. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.

### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося**

**(типовые задачи) (контролируемая компетенция ОПК-2)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических и лабораторных занятий по дисциплине «Численные методы».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения (см. таблицу 6) и индивидуальным выполнением заданий к практическим и лабораторным занятиям.

Все задания к практическим и лабораторным занятиям приведены в издании: Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы. Изд. КБГУ. Нальчик, 2010. 129 с.

**Задания**

**Тема 1: «Действия с приближенными числами»**

1. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить абсолютную погрешность  $\Delta_a$  приближенных чисел:

- |                |          |          |          |
|----------------|----------|----------|----------|
| 1) 2,1514;     | 1,1273;  | -2,145;  | 2,355;   |
| 2) 0,16152;    | 0,1725;  | -0,1635; | 2,1452;  |
| 3) 0,01207;    | -0,1265; | 10,15;   | 1,3852;  |
| 4) 1,225;      | 0,01366; | -0,1535; | 0,62851; |
| 5) -0,0015281; | 13,45;   | 0,1235;  | 14,854.  |

2. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить относительную погрешность  $\delta_a$  полученных приближенных чисел:

- |                |          |          |          |
|----------------|----------|----------|----------|
| 1) 2,1514;     | 1,1273;  | -2,145;  | 2,355;   |
| 2) 0,16152;    | 0,1725;  | -0,1635; | 2,1452;  |
| 3) 0,01207;    | -0,1265; | 10,15;   | 1,3852;  |
| 4) 1,225;      | 0,01366; | -0,1535; | 0,62851; |
| 5) -0,0015281; | 13,45;   | 0,1235;  | 14,854.  |

3. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел по их относительным погрешностям:

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $a = 13267$ ; $\delta = 0,1\%$ ; | 2) $a = 2,32$ ; $\delta = 0,7\%$ ; |
| 3) $a = 35,72$ ; $\delta = 1\%$ ;   | 4) $a = 0,896$ ; $\delta = 10\%$ ; |
| 5) $a = 232,44$ ; $\delta = 1\%$ ;  | 6) $a = 14387$ ; $\delta = 1\%$ .  |

4. Определить количество верных знаков в числе  $a$ , если известна его абсолютная погрешность:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $a = 0,3971$ ; $\Delta_a = 0,25 \cdot 10^{-2}$ ;  | 2) $a = 0,1132$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ ;   |
| 3) $a = 38,2543$ ; $\Delta_a = 0,27 \cdot 10^{-2}$ ; | 4) $a = 293,481$ ; $\Delta_a = 0,1$ ;                |
| 5) $a = 2,325$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-1}$ ;    | 6) $a = 14,00231$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ . |

5. Определить количество верных знаков в числе  $a$ , если известна его относительная погрешность:

- |  |   |
|--|---|
| 1) $a = 1,8921$ ; $\delta_a = 0,1 \cdot 10^{-2}$ ; | 2) $a = 0,2218$ ; $\delta_a = 0,2 \cdot 10^{-1}$ ;  |
| 3) $a = 22,351$ ; $\delta_a = 0,1$ ;               | 4) $a = 0,02425$ ; $\delta_a = 0,5 \cdot 10^{-2}$ ; |
| 5) $a = 0,000135$ ; $\delta_a = 0,15$ ;            | 6) $a = 9,3598$ ; $\delta_a = 0,1\%$ .              |

6. Найти сумму приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |             |       |        |        |          |         |
|-------------|-------|--------|--------|----------|---------|
| 1) 0,15655; | 0,43; | 2,005; | 14,11; | 4,11651; | 1,2235; |
|-------------|-------|--------|--------|----------|---------|

- |    |          |          |         |         |         |          |
|----|----------|----------|---------|---------|---------|----------|
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465; | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125; | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345; | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;  | 6,7.     |

7. Найти сумму приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

8. Найти разность приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

9. Найти разность приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

10. Найти произведение приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

- 1)  $4,27 \cdot 6,7$ ;  $2,134 : 1,973$ ;
- 2)  $33,1 \cdot 1,547$ ;  $0,156 : 1,5$ ;
- 3)  $0,05 \cdot 17,2$ ;  $136 : 2$ ;
- 4)  $0,137 \cdot 456$ ;  $457,123 : 918$ ;
- 5)  $1,87 \cdot 1,194$ ;  $133,4576 : 35,2$ .

11. Найти частное приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

- 1)  $4,27 \cdot 6,7$ ;  $2,134 : 1,973$ ;
- 2)  $33,1 \cdot 1,547$ ;  $0,156 : 1,5$ ;
- 3)  $0,05 \cdot 17,2$ ;  $136 : 2$ ;
- 4)  $0,137 \cdot 456$ ;  $457,123 : 918$ ;
- 5)  $1,87 \cdot 1,194$ ;  $133,4576 : 35,2$ .

## Тема 2: «Интерполирование функций»

1. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функций  $f(x) = \ln x$ , заданной в узлах интерполяции. Оценить погрешность интерполяционного полинома при заданном значении  $x$ .

1)  $x = 1,05$

$x$	1,0	1,1	1,2
$f(x)$	0,0000	0,0953	0,1823

2)  $x = 2,05$

$x$	2,0	2,1	2,2
$f(x)$	0,6931	0,7419	0,7885

3)  $x = 3,05$

$x$	3,0	3,1	3,2
$f(x)$	1,0986	1,1314	1,1632

4)  $x = 1,55$

$x$	1,5	1,6	1,7
$f(x)$	0,4055	0,4700	0,5306

5)  $x = 2,55$

$x$	2,5	2,6	2,7
$f(x)$	0,9163	0,9555	0,9933

2. Построить интерполяционный полином Ньютона, составив таблицу разностей, если функция  $f(x)$  задана в узлах интерполирования:

1) 

$x$	1	3	4
$f(x)$	3	2	5

2) 

$x$	2	3	6
$f(x)$	1	3	2

3) 

$x$	3	4	6
$f(x)$	5	3	2

4) 

$x$	4	6	7
$f(x)$	4	1	5

5) 

$x$	5	6	8
$f(x)$	4	1	3

6) 

$x$	6	8	9
$f(x)$	5	2	3

3. По заданным таблицам значений функции  $f(x)$  (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулу Ньютона для интерполирования вперед (до второго порядка) вычислить значения  $f(x)$  в указанных значениях аргумента  $x$ . При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

Таблица 1

$x$	$f(x)$
0,115	5,49543
0,120	5,65583
0,125	5,82558
0,130	6,00551
0,135	6,19658
0,140	6,39986
0,145	6,61659
0,150	6,84815
0,155	7,09613
0,160	7,36235
0,165	7,64893
0,170	7,95829
0,175	8,29329
0,180	8,65729

Таблица 2

$x$	$f(x)$
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522
1,355	4,56184
1,360	4,67344
1,365	4,79038
1,370	4,91306
1,375	5,04192
1,380	5,17744
1,385	5,32016
1,390	5,47069
1,395	5,62968
1,400	5,79754
1,405	5,96237

- 1) 0,1217; 0,1161;      2) 1,3415; 1,3371;  
 3) 0,1152; 1,1162;      4) 1,3426; 1,3719;  
 5) 0,1213; 0,1144      6) 1,3454; 1,3317.

4. По заданным таблицам значений функции  $f(x)$  задания 3 (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулы Ньютона для интерполирования назад (до второго порядка) вычислить значения  $f(x)$  в указанных значениях аргумента  $x$ . При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

- 1 0,1736; 0,1751;      2) 0,3911; 1,3962;

3 1,1728; 0,1762; 4) 1,3921; 1,3971;

5) 0,1714; 0,1852; 6) 1,3858; 1,3961.

5. По формуле Ньютона для равноотстоящих узлов уплотнить в два раза таблицы в первом задании. Осуществить контроль результатов по разностям.

### Тема 3: «Численное дифференцирование»

1. Найти  $y'(50)$  функции  $y = \lg x$ , заданной таблицей:

$x$	50	55	60	65
$y$	1,6990	1,7404	1,7782	1,8129

Оценить ошибку.

2. Путь  $y = f(t)$ , пройденный прямолинейно движущейся точкой за время  $t$ , дается таблицей:

$i$	0	1	2	3	4	5
Время $t_i$ (сек)	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Путь $y(t_i)$ (см)	0,000	1,512	6,022	13,385	22,385	34,921

Используя конечные разности до пятого порядка включительно, приближенно найдите скорость  $V = \frac{dy}{dt}$  и ускорение  $W = \frac{d^2y}{dt^2}$  точки для моментов времени  $t = 0; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$ . Значение  $t$  выбрать по номеру варианта.

### Тема 4: «Численное интегрирование»

1. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^3}$  по формуле трапеций при  $n=8$  и оценить

остаточный член.

2. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a+x^2}}$  по формуле трапеций с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$ ,

определяя величину шага  $h$  по оценке остаточного члена.

3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^2}$  с помощью формулы Симпсона с точностью

$\varepsilon=10^{-5}$ . Величину шага  $h$ , обеспечивающего требуемую точность, определить с помощью двойного пересчета.

4. Вычислить с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$  интеграл  $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a+x^2} dx$  по составной

формуле Симпсона при  $N=10$ .

5. Вычислить с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$  интеграл  $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a+x^2} dx$

по формуле Гаусса при  $n=5$ .

Во всех заданиях  $a = 0,1 \cdot k$ , где  $k$  – номер варианта.

### Тема 5: «Численные методы алгебры»

1. Используя метод простой итерации, найти решение системы

$$\begin{cases} (24,21 + \alpha) x_1 + 2,42 x_2 + 3,85 x_3 = 30,24, \\ 2,31 x_1 + 31,49 x_2 + 1,52 x_3 = 40,95 - \beta, \\ 3,49 x_1 + 4,85 x_2 + (28,72 + \alpha) x_3 = 42,81 \end{cases}$$

с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ . Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для вариантов приведены в таблице:

№№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0
$\beta$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4

2. Используя метод Зейделя, найти решение системы, приведенной в первом задании с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

### Тема 6: «Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Применяя метод Эйлера решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

2. Применяя метод предиктор-корректор решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

3. Применяя метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

4. Составить программу и получить численные результаты решения дифференциального уравнения

$$\frac{du}{dx} = 1 + \alpha u \sin x - \beta u^2$$

методом Эйлера на отрезке  $[0, 1]$  с начальным условием  $u(0) = 0$ , выбрав шаг  $h$  равным 0,1. Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для всех вариантов даны в таблице.

№ № вариантов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\beta$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25

5. Используя метод Рунге – Кутта четвертого порядка точности, составить программу и получить результаты численного решения задачи Коши для модели хищник-жертва (уравнение Лотки-Вольтерра):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x + \beta y x, & \alpha > 0, \beta < 0, & x(0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} = \gamma y + \delta x y, & \gamma < 0, \delta > 0, & y(0) = y_0. \end{cases}$$

Здесь  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  – количество жертв и хищников соответственно в момент времени  $t$ . Входные данные:

$$\alpha = 0,25, \beta = -0,01, \gamma = -1, \delta = 0,01, x_0 = 80, y_0 = 30, \tau = 0,25;$$

$\tau$  – шаг сетки по времени.

6. Проверить устойчивость решения задачи по начальным данным. Для этого измените начальные условия  $x_0 = 80$ ,  $y_0 = 30$  на единицу в каждом направлении (четыре различных случая) и повторите вычисления, используя метод Рунге – Кутты. Построить графики на координатной плоскости  $xOy$ .

### Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений»

Методом прогонки решить задачу:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x) u = -f(x), & 0 < x < 1, \\ k(0) u'(0) = \beta_1 u(0) - \mu_1, & x = 0, \\ -k(1) u'(1) = \beta_2 u(1) - \mu_2, & x = 1, \quad \beta_1 \geq 0, \beta_2 \geq 0, \beta_1 + \beta_2 > 0 \end{cases}$$

с использованием однородной разностной схемы

$$\begin{cases} (a y_{\bar{x}})_x - d y = -\varphi(x), \\ a_1 y_{\bar{x},1} = \bar{\beta}_1 y_0 - \bar{\mu}_1, \quad \bar{\beta}_1 = \beta_1 + 0,5 h q_0, \quad \bar{\mu}_1 = \mu_1 + 0,5 h f_0, \\ -a_N y_{\bar{x},N} = \bar{\beta}_2 y_N - \bar{\mu}_2, \quad \bar{\beta}_2 = \beta_2 + 0,5 h q_N, \quad \bar{\mu}_2 = \mu_2 + 0,5 h f_N. \end{cases}$$

Составить программу. Значение шага  $h$  выбирать, исходя из требований к точности решения. Коэффициенты уравнения и граничных условий приведены в таблице.

№	$k(x)$	$q(x)$	$f(x)$	$\beta_1$	$\mu_1$	$\beta_2$	$\mu_2$	$\varepsilon$
1	$e^x$	$e^x$	$\sin x$	0	0	1	0	0,1
2	$x^2 + 1$	$x$	$e^{-x}$	0	0	1	0	0,1
3	$x + 1$	$e^x$	$e^{-x^2}$	0	0	1	0	0,1
4	$e^x$	$e^x$	$e^{-x}$	1	0	1	0	0,1
5	$e^x$	$e^x$	$\cos x$	1	0	1	1	0,001

### Тема 8: «Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики»

1. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq 0,01,$$

удовлетворяющее условиям:

$$u(x, 0) = e^{-\beta x} \sin \alpha x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = e^{-\beta} \sin \alpha$$

1) по явной разностной схеме, взяв  $h=0,1$ ;  $\tau=0,002$ ;

2) по неявной разностной схеме, взяв  $h=0,1$ ;  $\tau=0,01$ .

Сравнить полученные решения.

Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для всех вариантов даны в таблице.

№ вар-та	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$
$\beta$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

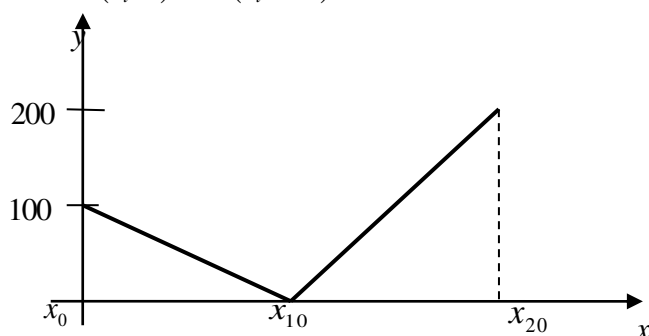
2. Для параболического уравнения  $u_t = u_{xx}$  решить первую краевую задачу

$$u(0, t_j) = 100, \quad u(20, t_j) = 200, \quad j = 0, 1, 2, \dots, 200.$$

Начальное условие задается таким образом:

$$u(x_i, 0) = 10(10 - x_i); \quad i = 0, 1, \dots, 10;$$

$$u(x_i, 0) = 20(x_i - 10); \quad i = 10, 11, \dots, 20;$$



Для решения сформулированной задачи воспользоваться явной схемой, приняв  $h=1$ ;  $\lambda=0,2$ ;  $\lambda = \frac{\tau}{h^2}$ .

К какому виду должно стремиться распределение температуры по истечении достаточно длительного времени?

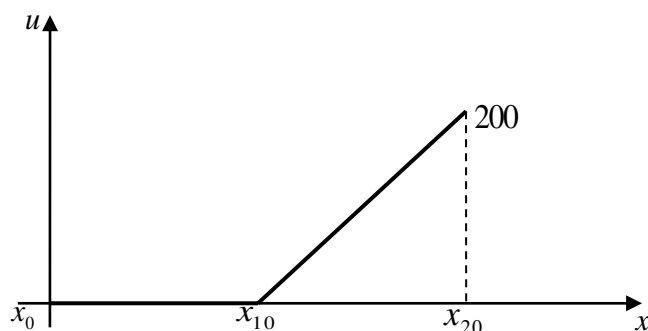
3. Решить ту же задачу, что в задании 2, приняв:

$$\lambda=0,1 \text{ и } j_{\max}=400; \quad \lambda=0,4 \text{ и } j_{\max}=100; \quad \lambda=0,8 \text{ и } j_{\max}=50; \quad \lambda=1 \text{ и } j_{\max}=20.$$

4. С помощью неявной схемы решить уравнение  $u_t = u_{xx}$ , приняв граничные и начальные условия заданными по формулам:

$$u(0, t_j) = 0; \quad u(x_{20}, t_j) = 200; \quad u(x_i, 0) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, 10;$$

$$u(x_i, 0) = 20(x_i - 10), \quad i = 10, 11, \dots, 20;$$





5. Составить алгоритм решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u'(0) = \beta_1 u(0) - \mu_1(t),$$

$$-u'(1) = \beta_2 u(1) - \mu_2(t), \quad \beta_1, \beta_2 \geq 0, \quad \beta_1 + \beta_2 > 0,$$

а) с помощью явной схемы;

б) с помощью неявной схемы.

6. Построить разностную схему, аппроксимирующую со вторым порядком по  $\tau$  и  $h$  дифференциальную задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, T],$$

$$u(x, 0) = \psi_0(x),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \psi_1(t), \quad u(1, t) = \psi_2(t).$$

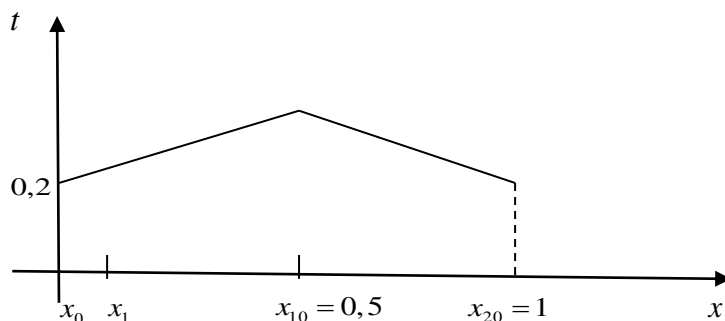
Записать расчетные формулы алгоритма.

### Тема 9: «Численные методы решения уравнений гиперболического типа»

1. Решить волновое уравнение  $u_{tt} = u_{xx}$  с помощью явной схемы ( $\sigma = 0$ ) для  $h = 1/20$ ,  $\gamma = 0,2$  с граничными условиями  $u(0, t) = u(20, t) = 0$ .

Начальные условия задаются в виде

$$u_0(x) = u(x, 0) = \begin{cases} 3,6x + 0,2; & x \in [0; 0,5], \\ -3,6x + 3,8; & x \in [0,5; 1]. \end{cases}$$



Чтобы начать вычисление принять  $u(x, \tau) = u(x, 0)$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ .

Продолжите счёт до  $j = 250$ .

2. Решите задачу в первом задании при начальных условиях

$$u(x_i, 0) = u(x_i, \tau) = 2 \sin \pi x_i, \quad i = 0, 1, \dots, 20.$$

Постройте график решения при  $j = 202$  как функцию от  $x_i$ .

Аналогично постройте график положения средней точки струны  $x_{10} = 0,5$  как функцию от времени.

3. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации краевой задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) &= \beta_1 u(0, t) - \mu_1(t), \\ -\frac{\partial u}{\partial x}(1, t) &= \beta_2 u(1, t) - \mu_2(t), \quad t \geq 0, \\ u(x, 0) &= u_0(x), \quad u_t(x, 0) = \bar{u}_0(x) \quad 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Составить алгоритм решения схемы.

### ***Тема 10: «Численные методы решения интегральных уравнений»***

1. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^{0,96} \frac{(1+x+s)y(s)}{2+x^2+s^2} ds = e^{-x},$$

применяя квадратурную формулу Симпсона при  $n=4$ .

2. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^1 \frac{1+x+s}{2+xs} y(s) ds = 1-x^2,$$

применяя квадратурную формулу Гаусса при  $n=4$ .

3. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^x \frac{y(s)}{(1+x+y)} ds = (1+x),$$

применяя квадратурную формулу трапеций при  $h=0,2$ .

### ***Методические рекомендации по решению задач***

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач численными методами, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

### ***Критерии формирования оценок (оценивания) по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи)***

Самостоятельное выполнение заданий на практических и лабораторных занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Численные методы».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 8. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач; - знает все формулы, применяемые методы и их точность; - может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.
4	Обучающийся - даёт ответ, удовлетворяющий требованиям; - твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач; - сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

## **5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля**

*Рубежный контроль* проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику*.

Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на практических и лабораторных занятиях, а также компьютерного тестирования.

Выполняемые работы хранятся на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляются в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия выносятся программный материал (разделы) по дисциплине.

По каждой контрольной точке обязательным является компьютерное тестирование, которое проводится в группе вне рамок учебного расписания. Разработана и

сертифицирована в установленном порядке база тестовых заданий по дисциплине. Она ежегодно обновляется и (или) дополняется на 15%.

Проведение бально-рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов)**  
**(контролируемая компетенция ОПК-2)**

**Вариант 1.**

**Задание 1.**

1. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

4: 1.031

2: 0.017

3: 0.0105

5: 7.0409

1: 0.01

2. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

3: 0.0304

1: 0.03

4: 9.401

5: 9.0018

2: 0.022

3. Относительная погрешность  $\delta_a$  приближенного числа  $a$  при заданной абсолютной погрешности  $\Delta_a = 0.008$  и точным значением  $A = 0.4$  равна...

*Правильные варианты ответа:* 0.02; 0,02.

4. Предельная относительная погрешность  $\delta_a^*$  приближенного числа  $a = 2$  при заданной предельной абсолютной погрешности  $\Delta_a^* = 0.06$  равна...

*Правильные варианты ответа:* 0.02; 0,02.

5. В приближенном числе  $a = 24.79$  с абсолютной погрешностью  $\Delta_a = 0.012$  количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно...

*Правильные варианты ответа:* 3.

**Задание 2. Выберите правильный ответ.**

1. Для величин  $x = 4$  и  $y = 2$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.1$  и  $\Delta y = 0.02$  абсолютная погрешность суммы  $\Delta(x + y)$  равна

☐ 0.07   ☐ 0.05   ☐ 0.03   ☒ 0.12

2. Для величин  $x = 2$  и  $y = 1$  с относительными погрешностями  $\delta x = 0.01$  и  $\Delta y = 0.02$  относительная погрешность произведения  $\delta(x \cdot y)$  равна

☐ 0.17   ☐ 0.22   ☐ 0.19   ☒ 0.21

3. Правило Чеботарева вычисления абсолютной погрешности суммы  $n$  - приближенных чисел  $a$  записывается в виде

☒  $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{-m}$    ☐  $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^m$    ☐  $\Delta_s = \sqrt{n} \cdot \Delta_a$    ☐

$\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot \Delta_a \cdot \delta_a$

4. Говорят, что приближенное число  $a$  (с  $m$  - старшим десятичным разрядом) содержит  $n$  - верных значащих цифр в широком смысле, если абсолютная погрешность удовлетворяет неравенству

☒  $\Delta_a \leq 1 \cdot 10^{m-n+1}$     ☐  $\Delta_a > 1 \cdot 10^{m-n+1}$     ☐  $\Delta_a \geq 1 \cdot 10^{m-n+1}$     ☐  $\Delta_a \leq 0.5 \cdot 10^{m-n+1}$

5. Предельная относительная погрешность  $\delta_a^*$  приближенного числа  $a$  связана с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta_a^*$  по формуле

☒  $\delta_a^* = \frac{\Delta_a^*}{|a|}$     ☐  $\delta_a^* = \frac{\Delta_a^*}{A}$     ☐  $\delta_a^* = \frac{|a|}{\Delta_a^*}$     ☐  $\delta_a^* = \Delta_a^* - A$

### Задание 3.

1. Определить абсолютную погрешность суммы  $\Delta(x+y)$  для величин  $x=2$  и  $y=3$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x=0.17$  и  $\Delta y=0.03$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.2; 0.2.

2. Определить абсолютную погрешность частного  $\Delta(a/b)$  для величин  $a=4.2$  и  $b=2.1$  с относительными погрешностями  $\delta a=0.01$  и  $\delta b=0.2$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.42; 0.42.

3. Определить абсолютную погрешность разности  $\Delta(x-y)$  для величин  $x=7$  и  $y=5$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x=0.715$  и  $\Delta y=0.035$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.75; 0.75.

4. Определить абсолютную погрешность произведения  $\Delta(x \cdot y)$  для величин  $x=3.05$  и  $y=2.01$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x=0.05$  и  $\Delta y=0.01$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.131; 0.131.

5. Определить абсолютную погрешность произведения  $\Delta(x \cdot y)$  для величин  $x=5$  и  $y=1.02$  с относительными погрешностями  $\delta_x=0.02$  и  $\delta_y=0.05$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.357; 0.357.

### Вариант 2.

**Задание 1.** Вставьте пропущенное слово:

1. Формулы численного дифференцирования, в которых учитываются значения заданной функции как и при  $x > x_0$ , так и при  $x < x_0$ , называются ... формулами численного дифференцирования.

*Правильный вариант ответа:* центральными.

2. С ростом порядка ... обычно резко снижается точность численного дифференцирования.

*Правильный вариант ответа:* производной.

3. Некорректность в С задачи численного дифференцирования заключается в сколь угодно ... расхождении производных двух сколь угодно близких функций.

*Правильный вариант ответа:* большим.

4. Для сколько угодно близких  $x(t)$ ,  $\tilde{x}(t) \in C^1[a, b]$  расстояние между их производными в  $C[a, b]$  может быть сколь угодно ...

*Правильные варианты ответа:* велико.

5. Если табулирована не только функция, но и ее производные, то следует составлять и дифференцировать интерполяционный многочлен ...

*Правильный вариант ответа:* Эрмита.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Можно построить формулу численного дифференцирования с  $n$  узлами, точную для многочленов степени

☒ n-1    ☐ n+1    ☐ n    ☐ 2n+1

2. Практической формулой  $r_n(x_0) \leq \frac{1}{h} \frac{\Delta^{n+1} y_0}{n+1}$  пользуются для оценки ошибки при вычислении первой производной по формуле

☒  $y'_0 = \frac{1}{h} \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$     ☐  $y'_0 = \frac{1}{h} \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$

☐  $y'_0 = \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$     ☐  $y'_0 = h \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2!} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3!} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$

3. Для задачи Коши  $y' = yx^2$ ,  $y(2) = 3$  один шаг метода Эйлера с  $h = 0,1$  даёт результат для  $y(2,1)$ , равный

☒ 4,2    ☐ 3,2    ☐ 4,1    ☐ 3,8

4. Для задачи  $y' = x + y^2$ ,  $y(0) = 1$  один шаг метода Эйлера при  $h = 0,2$  даёт значение

☒ 1,2    ☐ 1,25    ☐ 1,5    ☐ 1,3

5. Для таблично заданной функции

$x$	0	0,2	0,4
$y$	1	1,3	1,8

значение  $y'(0,2)$  по формуле для центральных разностей равно

☒ 2    ☐ 2,2    ☐ 2,1    ☐ 1,8

### Задание 3.

1. Определить один шаг метода Эйлера при  $h = 0,2$  для задачи  $y' = x + y^2$ ,  $y(0) = 1$ .

Правильные варианты ответа: 1,2; 1,2.

2. Определить один шаг метода Эйлера при  $h = 0,2$  для задачи  $y' = y$ ,  $y(0) = 1$ .

Правильные варианты ответа: 1,2; 1,2.

3. Определить один шаг метода Эйлера для  $y(1,1)$  при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = x - y^2$ ,  $y(1) = 2$ .

Правильные варианты ответа: 1,7; 1,7.

4. Определить один шаг метода Эйлера для  $y(2,1)$  при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = yx^2$ ,  $y(2) = 3$ .

Правильные варианты ответа: 1,7; 1,7.

5. Определить один шаг метода Эйлера при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = xy$ ,  $y(1) = 2$ .

Правильные варианты ответа: 2,2; 2,2.

### Вариант 3.

Задание 1. Вставьте пропущенное слово:

1. Конечное множество точек  $\omega_h = \{x_i = ih, i = 1, 2, \dots, N-1\}$  на оси  $x$  есть...

Правильный вариант ответа: сетка.

2. Расстояние между ближайшими узлами сетки есть...

Правильный вариант ответа: шаг

3. Функция, определенная на сетке  $\omega_h = \{x_i = ih, i = 1, 2, \dots, N-1\}$  есть...

Правильный вариант ответа: сеточная функция

4. Выражение  $\frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$  является дискретным аналогом производной ... порядка.

Правильный вариант ответа: первого

5. Формула  $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$  является разностным аналогом формулы дифференцирования ...

Правильный вариант ответа: произведения.

**Задание 2. Выберите правильный ответ.**

1. Разностный аналог формулы интегрирования по частям имеет вид:

- ☒  $(u, v_x) = -(u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$     ☐  $(u, v_x) = (u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$   
☐  $(u, v_x) = (u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$     ☐  $(u, v_x) = (u_x, v) - u_N v_N - u_0 v_1$

2. Неравенство Коши - Буняковского имеет вид:

- ☒  $|(u, v)| \leq \|u\| \cdot \|v\|$     ☐  $|(u, v)| \geq \|u\| \cdot \|v\|$   
☐  $|(u, v)| \leq \|u\| + \|v\|$     ☐  $|(u, v)| < \|u\| \cdot \|v\|$

3.  $\varepsilon$ -неравенство Юнга имеет вид:

- ☒  $|ab| \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2$     ☐  $|ab| \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{\varepsilon} b^2$   
☐  $|ab| \geq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2$     ☐  $|ab| \leq 2\varepsilon a^2 + \frac{1}{2\varepsilon} b^2$

4. Нетривиальными решениями задачи  $u''(x) + \lambda u = 0$ ,  $0 < x < l$ ,  $u(0) = u(l) = 0$  являются:

- ☒ собственные функции    ☐ собственные значения  
☐ собственные решения    ☐ частные решения

5. Для всякой сеточной функции  $y(x)$ , заданной на сетке  $\bar{\omega}_h = \{x_i = ih, 0 \leq i \leq N, x_0 = 0, x_N = 1\}$  и обращающейся в нуль в точках  $x=0, x=1$  справедливо неравенство:

- ☒  $\|y\|_c \leq \frac{1}{2} \|y_x^-\|$ , где  $\|y\|_c = \max_{x \in \bar{\omega}_h} |y(x)|$ ,  $\|y_x^-\| = (y_x^-, y_x^-)^{1/2}$   
☐  $\|y\|_c \geq \frac{1}{2} \|y_x^-\|$     ☐  $\|y\|_c \leq \frac{1}{18} \|y_x^-\|$     ☐  $\|y\|_c \leq \frac{1}{16} \|y_x^-\|$

**Задание 3.**

1. Если  $\|(L^h(u))_h - (Lu)_h\|_{x=x_i} \leq Ch^n$ , то говорят что оператор  $L^h$  .... аппроксимирует в точке  $x = x_i$  оператор  $L$  на функции  $u$  с порядком  $n$ .

Правильный вариант ответа: локально.

2. Разность  $\psi = L^h u - Lu$  есть погрешность аппроксимации оператора  $L$  оператором  $L^h$ .

Правильный вариант ответа: погрешность.

3. Разностная схема  $L^h u = \varphi$  ..., если для ее решения справедливо неравенство

$$\|y\|_{(1)} \leq M \|\varphi\|_{(2)}, \quad M > 0 \text{ не зависит от } h$$

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Разностная схема  $L^h u = \varphi$  ..., если  $\|(L^h)^{-1}\| \rightarrow \infty$  при  $h \rightarrow 0$ .

Правильный вариант ответа: неустойчива.

5. Разностное уравнение  $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 7y_{n+3} = 21$  имеет ... порядок точности.

Правильные варианты ответа: 3; третий.

**Вариант 4.**

**Задание 1.** Вставьте пропущенное слово.

1. Аппроксимация второй производной  $u''(x_i) \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$

имеет погрешность ... порядка.

*Правильные варианты ответа:* 2; второго.

2. Порядок разностного уравнения  $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 4y_{n+3} = 5$  равен ...

*Правильные варианты ответа:* 2; двум.

3. Разностная схема  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N-1$ ,  $y_0 = \mu_1$ ,  $y_N = \mu_2 \dots$ ,  
если

$$A_i > 0, B_i > 0, C_i - A_i - B_i \geq 0$$

*Правильный вариант ответа:* монотонна.

4. Выражение  $\frac{y_i - y_{i-1}}{h_i}$  — есть левая разностная производная на ... сетке.

*Правильные варианты ответа:* неравномерной.

5. ... разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения  $(ku_x)_x - q(x)u = -f(x)$  имеет вид  $(ay_x)_x - dy = -\varphi$ .

*Правильный вариант ответа:* однородная.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Задача Коши для дифференциального уравнения  $Lu \equiv \frac{du}{dt} + \lambda u = f(t)$ ,  $t > 0$  имеет

вид:

☒  $Lu = f$ ,  $u(0) = u_0$       ☐  $Lu = f$ ,  $u(0) = u(1) = 0$

☐  $Lu = f$ ,  $u(0) = u(1)$       ☐  $Lu = f$ ,  $u(t_0) = u(t_1)$

2. Явная разностная схема Эйлера для задачи Коши  $\frac{du}{dt} + \lambda u = f(t)$ ,  $t > 0$ ,  $u(0) = u_0$

имеет вид

☒  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = f_n$ ,  $y_0 = u_0$ ,  $y_n = y(t_n)$       ☐  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_n$ ,  $y_0 = u_0$

☐  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_{n+1}$ ,  $y_0 = u_0$       ☐  $\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{\tau} + \lambda y_{n-1} = f_n$ ,  $y_0 = u_0$

3. Уравнение  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x)u = -f(x)$ ,  $0 < x < 1$ , описывает

☒ стационарное распределение температуры      ☐ нестационарные процессы

☐ нестационарный процесс диффузии      ☐ поток тепла в точке  $X_0$

4. Задача  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x)u = -f(x)$ ,  $0 < x < 1$ ,  $u(0) = u(1) = 0$ ,  $k(x) \geq c_1 > 0$ ,  $q(x) \geq 0$

имеет единственное решение, если

☒  $k(x) \in C^1[0,1]$ ;  $q, f \in C[0,1]$       ☐  $k, q, f$  - знакоопределенные на  $(0,1)$

функции

☐  $k(x), q, f$  - кусочно-непрерывные функции      ☐  $k, q, f$  имеют разрывы первого рода



5. Оператор, порожденный дифференциальным выражением  $Lu \equiv \frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] + q(x)u$  и граничными условиями  $u(0) = u(1) = 0$ , является положительным, если
- ☒  $k(x) \geq c > 0, \quad q(x) \geq 0$       ☐  $|k(x)| \leq c_1, \quad |q| \leq c_2$
- ☐  $q(x) \geq 0, \quad |k| \leq c_1$       ☐  $k(x) \leq c_1 < 0, \quad q \geq 0$

### Задание 3.

#### 1. Метод прогонки для решения системы разностных уравнений

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \chi_1 y_1 - \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2 \dots$ , если  $|C_i| \geq |A_i| + |B_i|, \quad i = \overline{1, N-1}; \quad |\chi_\alpha| \leq 1, \quad \alpha = 1, 2; \quad |\chi_1| + |\chi_2| < 2$

Правильный вариант ответа: устойчив.

#### 2. Неявная схема Эйлера $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = 0 \dots$ при условии $\lambda > 0$ .

Правильный вариант ответа: устойчива.

#### 3. Явная схема $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = 0 \dots$ при условии $\tau \leq \frac{2}{\lambda}, \lambda > 0$ .

Правильный вариант ответа: устойчива.

#### 4. Оператор $A$ называют ... в $H$ , если $(Ax, x) \geq \delta \|x\|^2, \delta > 0$ .

Правильный вариант ответа: положительно определенным.

#### 5. Оператор $A: H \rightarrow H$ является ..., если имеет место $(Ax, y) = (x, Ay), \quad x, y \in H$ .

Правильный вариант ответа: самосопряженным.

### Вариант 5.

#### Задание 1. Выберите правильный ответ.

1. Расчетная форма разностной схемы первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид:

- ☒  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$
- ☐  $A_i y_{i-1} + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$
- ☐  $A_i y_{i-1} - C_i y_i = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$
- ☐  $A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

#### 2. Схема предиктор-корректор задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = f(t, u), \quad t > 0$$

$$u(0) = u_0$$

имеет вид

- ☒  $\begin{cases} \frac{\bar{y}_n - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, \bar{y}_n\right) \end{cases}$       ☐  $\begin{cases} \frac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n + \tau, \bar{y}_{n+1}) \end{cases}$
- ☐  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_{n+1}, y_{n+1})$       ☐  $\frac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n)$

#### 3. Для решения разностной задачи $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

справедлив принцип максимума, если

$$\square A_i \geq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1} \quad \square$$

$$A_i \leq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$$

$$\checkmark A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1} \quad \square$$

$$A_i \leq 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$$

4. Для решения задачи  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$  справедлива

оценка  $\|y\|_c \leq \left\| \frac{F}{D} \right\|_c$ , если

$$\checkmark |A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \bar{D}_i = |C_i| - |A_i| - |B_i| > 0, \quad i = \overline{1, N-1} \quad \square |A_i| > 0, \quad B_i \geq 0, \quad \bar{D}_i > 0$$

$$\square |A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \bar{D}_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1} \quad \square A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad \bar{D}_i \geq 0$$

5. Каноническая форма сеточного уравнения для эллиптических уравнений имеет вид:

$$\checkmark A(P)y(P) = \sum_{Q \in \Pi'(P)} B(P, Q)y(Q) + F(P) \quad \square \sum_{Q \in \Pi'(P)} B(P, Q)y(Q) = F(P)$$

$$\square Lu = -f, u(0) = u(1), u'(0) = u_1 \quad \square Lu = -f, u(0) = \int_0^1 u(x) dx, u(1) = u_2$$

**Задание 2.** Вставьте пропущенное слово.

1. Наибольшее ... значение разностной задачи Штурма - Лиувилля

$$X_{\bar{x}x} + \lambda X = 0, \quad X(0) = X(1) = 0 \quad \text{равно} \quad \lambda_{N-1} = \frac{4}{h^2} \cos^2 \frac{\pi h}{2}$$

Правильный вариант ответа: собственное.

2. Если схема ... по правой части и аппроксимирует исходную дифференциальную задачу, то она сходится и ее точность совпадает с порядком аппроксимации.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Матрица системы уравнений

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$y_0 = \chi_1 y_1 + \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2$$

является ...

Правильный вариант ответа: трёхдиагональной.

4. Оператор  $A$  называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве  $H$ , если  $(Ax, x) \geq 0, x \in H$

Правильный вариант ответа: неотрицательным.

5. Однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке в классе гладких коэффициентов имеет ... порядок точности

Правильные варианты ответа: 2; второй.

**Задание 3.**

1. Прогоночные коэффициенты в формулах прогонки определяются по формулам

$$\checkmark \begin{cases} \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1 \\ \beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \beta_1 = \nu_1 \end{cases}$$

$$\square \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{F_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}$$

$$\square \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1, \quad \beta_1 = \nu_1$$

$$\square \alpha_{i+1} = \frac{A_i B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \nu_1, \quad \beta_1 = \chi_1$$

2. Схема предиктор-корректор для решения задачи Коши  $u_t = f(t, u)$ ,  $u(0) = u_0$  имеет вид

$$\square \begin{cases} \bar{y}_n = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \tau f(t_{n+1/2}, \bar{y}_n) \end{cases} \quad \square \bar{y}_{n+1} = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n)$$

$$\square y_{n+1} = y_n + \tau f_n \quad \square \begin{cases} \bar{y}_n = y_n - \tau f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n - \tau f(t_n, \bar{y}_n) \end{cases}$$

3. Схема второго порядка аппроксимации для задачи  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] = -f(x)$ ,  $0 < x < 1$ ,  $u(0) = u(1) = 0$  имеет вид

$$\square (ay_{\bar{x}})_x = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0 \quad \square \frac{1}{h} (a_{i+1} y_{\bar{x},i} - a_i y_{\bar{x},i}) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$$

$$\square y_{\bar{x}x} = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0 \quad \square \frac{1}{h} \left( a_{i+1} \frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1} \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \right) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$$

4. Каноническая форма трехслойных схем имеет вид

$$\square B \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\tau} + R(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + Ay_n = \varphi_n, n = 1, 2, \dots \quad \square Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$$

$$\square B \frac{y_{n+1} - y_n}{2\tau} + \tau^2 Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi \quad \square By_0 + Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$$

5. Сеточное уравнение  $y_i = \sum_{j=0}^N k_{ij} y_j + f_i$ ,  $i = \overline{0, N}$  является дискретным аналогом интегрального уравнения

$$\square \varphi(x) = \int_0^1 k(x, s) \varphi(s) ds + f(x) \quad \square \varphi(x) = \int_0^x k(x, s) \varphi(s) ds + f(x)$$

$$\square \varphi(x) = \int_1^x k(x, s) \varphi(s) ds + f(x) \quad \square \varphi(x) = \int_0^1 k(x, s) f(s) ds + f(x)$$

**Критерии формирования оценок (оценивания) по контрольным точкам  
(контрольные работы, коллоквиум)**

#### Шкала оценивания

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов); - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме

	практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы; - решено менее 50 % задач.

### 5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемая компетенция ОПК-3)

Полный перечень *тестовых заданий* представлен в ЭОИС –

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1527> – V семестр

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1450> – VI семестр

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

#### Образцы тестовых заданий

1. Для величин  $x = 4$  и  $y = 2$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.1$  и  $\Delta y = 0.02$  абсолютная погрешность суммы  $\Delta(x + y)$  равна:

- ☐ 0.07  
☐ 0.05  
☐ 0.03  
☒ 0.12

2. Отметьте правильный ответ

Оператор  $A$  называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве  $H$ , если

- ☒  $(Ax, x) \geq 0, \quad x \in H$   
☐  $(Ax, x) \geq -c\|x\|^2$   
☐  $(Ax, x) > 0, \quad x \in H$   
☐  $(Ax, x) = 0, \quad x \in H$

3. Отметьте правильный ответ

Явная схема Эйлера  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = 0$

- ☒ условно устойчива при  $\tau \leq 2/\lambda$   
☐ безусловно устойчива  
☐ устойчива при  $\tau > 2/\lambda$   
☐ неустойчива

5. Отметьте правильный ответ

Схема с весами  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda(\sigma y_{n+1} + (1 - \sigma)y_n) = 0$

☒ безусловно устойчива при  $\sigma > \frac{1}{2}$

☐ устойчива при любом  $\sigma < \frac{1}{2}$

☐ неустойчива

☐ безусловно устойчива при  $\sigma = \frac{1}{4}$

7. Отметьте правильный ответ

Число арифметических операций  $Q$  в методе прогонки

☒  $Q = O(N)$

☐  $Q = O(N^2)$

☐  $Q = O\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$

☐  $Q = O\left(N^{\frac{1}{2}}\right)$

8. Отметьте правильный ответ

Разностная схема однородна, если

☒ её коэффициенты вычисляются во всех узлах сетки по одним и тем же формулам

☐ монотонна

☐ её коэффициенты во всех узлах сетки вычисляются по разным формулам

☐ коэффициенты положительны

10. Отметьте правильный ответ

Разностный аналог формулы дифференцирования произведения имеет вид

☒  $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$

☐  $(uv)_x = u_x v + uv_x$

☐  $(uv)_x = u_x v^{(-1)} + uv_x$

☐  $(uv)_x = u_x v^{(-1)} + u^{(+1)} v_x$

**Критерии формирования оценок (оценивания) по компьютерному тестированию**

В результате компьютерного тестирования знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 10. Шкала оценивания**

Процент правильных ответов, критерии оценивания	Количество баллов
Более 85 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	5
От 71 до 84 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	4
От 41 до 70 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	3
От 21 до 40 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	2
От 10 до 20 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	1
Менее 10 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	0

В результате прохождения *текущего и рубежного контроля* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 11. Шкала оценивания**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
5–6	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации/	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».

### 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

*Промежуточная аттестация* завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце каждого семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Численные методы» в форме проведения экзамена в 5-6 семестрах, которыми заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;
- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;
- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения *экзамена* студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к экзамену студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На экзамене он может повысить сумму баллов от 61 и выше (до 100), необходимых для получения экзамена.

***Вопросы, выносимые на экзамен (контролируемая компетенция ОПК-1, ОПК-2)***

1. Современные вычислительные средства и численные методы, их связь и взаимное влияние.

2. Основные источники и классификация погрешностей.
3. Действия с приближенными числами.
4. Простейшие способы оценки погрешностей.
5. Общая задача интерполирования.
6. Интерполирование по значениям функции.
7. Алгебраическое интерполирование.
8. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
9. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
10. Многочлены Чебышева.
11. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
12. Конечные и разделенные разности.
13. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.
14. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
15. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
16. Постановка задач численного дифференцирования.
17. Основные формулы численного дифференцирования.
18. Погрешность формул численного дифференцирования.
19. Некорректность задачи численного дифференцирования.
20. Задача наилучшего равномерного приближения функции.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Обработка результатов наблюдения.
23. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса.
24. Интерполяционные квадратурные формулы.
25. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса.
26. Метод простой итерации.
27. Сходимость, оценка погрешности.
28. Процесс практической оценки погрешности.
29. Метод Зейделя, релаксации.
30. Сходимость методов Зейделя и релаксации.
31. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
32. Метод Ньютона и секущих. Сходимость.
33. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
34. Одношаговые методы.



35. Метод Эйлера и его модификации.
36. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
37. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Особенности ее реализации на ЭВМ.
38. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
39. Многошаговые методы.
40. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.
41. Однородные разностные схемы.
42. Методы построения разностных схем.
43. Аппроксимация и устойчивость.
44. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
45. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
46. Теорема о минимуме функционала энергии.
47. Сетки и сеточные функции.
48. Аппроксимация частных производных.
49. Порядок аппроксимации. Устойчивость.
50. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
51. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
52. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
53. Задача Коши для волнового уравнения.
54. Области влияния дифференциальной и разностной задач.
55. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
56. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
57. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.
58. Метод установления. Сходимость явной схемы установления.
59. Быстрое преобразование Фурье.
60. Приближенное решение интегральных уравнений.
61. Метод замены интеграла квадратурной суммой.
62. Метод замены ядра вырожденным ядром. Способы замены ядра вырожденным ядром.
63. Решение интегральных уравнений I рода.
64. Понятие о методе регуляризации при решении уравнения I рода.
65. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.

***Критерии формирования оценок (оценивания) по промежуточной аттестации***

Знания обучающегося во время прохождения *промежуточной аттестации* оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 12. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
27–30	Обучающийся свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений; способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 95–100% задач.
23–26	Обучающийся относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок; способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 85–94% задач.
19–22	Обучающийся недостаточно высоко владеет материалом. В процессе ответа на зачете допускаются ошибки и некоторые затруднения при изложении материала. Правильно выполнено более 2/3 всей работы или допущено не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 75–84% задач.
15–18	Обучающийся допускает ошибки. Имеет невысокую степень ориентации в материале. Правильно выполнено от 1/3 до 2/3 всей работы. Обучающийся дает недостаточно верную оценку ситуации, решено 55–74% задач.
0	Обучающийся, которые допускает значительные ошибки. Имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов высоко для получения баллов или правильно выполнено менее 1/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

В результате *прохождения промежуточной аттестации (экзамена)* оценивание планируемых результатов обучения по дисциплине проводится по ниже следующей шкале.

**Таблица 14. Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
5-6	Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36–50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на	Студент имеет 51–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61–65 баллов по итогам	Студент имеет 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

		<p>один вопрос или частично ответил на оба вопроса.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61–70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p>	<p>текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 66–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.</p>	
--	--	--	--	--

## 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Минимальная сумма – 61 балл, набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (от 15 до 30 баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенции в рамках учебной дисциплины «Численные методы» в V-VI семестрах является экзамент.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из составляющих, приводимых в таблице 14.

**Таблица 14. Распределение баллов текущего и рубежного контроля**

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<i>Посещение занятий</i>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<i>Текущий контроль:</i>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	<i>Ответ на 5 вопросов</i>	<i>от 0 до 15</i>	<i>от 0 до 5</i>	<i>от 0 до 5</i>	<i>от 0 до 5</i>
	Полный правильный ответ	до 15	5	5	5
	Неполный правильный ответ	от 6 до 12	от 2 до 4	от 2 до 4	от 2 до 4

	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3	от 0 до 1	от 0 до 1	от 0 до 1
	<b>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</b>	<b>от 0 до 15 б.</b>	<b>от 0 до 5 б.</b>	<b>от 0 до 5 б.</b>	<b>от 0 до 5</b>
<b>3</b>	<b>Рубежный контроль</b>	<b>до 30</b>	<b>до 10</b>	<b>до 10</b>	<b>до 10</b>
	тестирование	от 0 до	от 0 до 5	от 0 до 5	от 0 до 5
	коллоквиум	от 0 до 15	от 0 до	от 0 до 5	от 0 до 5
	<b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b>	<b>до 70 баллов</b>	<b>до 23 б.</b>	<b>до 23 б.</b>	<b>до 24 б.</b>
	<b>Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»</b>	не менее 36	не менее 12	не менее 12	не менее 12
	<b>Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»</b>	менее 70 (51-69)	менее 23	менее 23 б.	менее 24
	<b>Третий этап (высокий уровень) – оценка «отлично»</b>	не менее 70	не менее 23	не менее 23	не менее 24

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. По дисциплине «Численные методы» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачет- в 5 семестре, экзамен в 6 семестре. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ОПК-2 представлены в таблице

**Таблица 16. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Вид оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций	Основные показатели оценки результатов обучения
<b>ОПК-2</b> Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	<b>ОПК-2.1.</b> Способен применять базовые знания к существующим математическим методам и системам программирования	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.2.)	<b>ОПК-2.1. 3-1.</b> Знает существующие математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач <b>ОПК-2.1. У-1.</b> Умеет использовать и адаптировать существующие математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач <b>ОПК-2.1. В-1.</b> Владеет навыками применения системы программирования на базе математических моделей для реализации алгоритмов решения

			прикладных задач
	<b>ОПК-2.2.</b> Способен использовать адаптировать существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач		<b>ОПК-2.2. 3-1.</b> Знает существующие системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач <b>ОПК-2.2. У-1.</b> Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы решения прикладных задач, используя существующие системы программирования и программные комплексы <b>ОПК-2.2. В-1.</b> Владеет навыками производить статистические расчеты с применением соответствующих математических методов и информационных технологий, а также последующую аналитическую работу с полученными данными

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт по образовательным программам ВО (ФГОС 3++) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата). Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. №9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937);
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)
4. Программа «Цифровая экономика», утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. №1632-р.
5. Указ Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. №203 «О Стратегии развития

информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы».

### **7.2. Основная литература**

1. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные вычисления— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57105.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Руев Г.А., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений и их реализация в.— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2008.— 98 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68788.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Бедарев И.А., Кратова Ю.В., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений в пакете MathCAD [— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2013.— 169 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68893.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57105.html>.— ЭБС «IPRbooks»
5. Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы (Лабораторный практикум). Изд. КБГУ. – Нальчик, 2010. – 129 с.
6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 635 с.
7. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 241 с.
8. Кондаков Н.С. Основы численных методов: практикум. – М.: Московский гуманитарный университет, 2014. – 92 с.
9. Суслова С.А. Численные методы: методические указания к выполнению лабораторных работ. Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. – 34 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55178>. – ЭБС «IPRbooks»

### **7.3. Дополнительная литература**

1. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
2. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1997.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
4. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.

6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
7. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИЛ, 1963.
8. Рихтмайер Р., Марон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.

#### **7.4. Периодические издания**

1. Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ).
2. Вестник СОГУ. Серия «Естественные науки», Владикавказ.
3. Известия КБНЦ РАН. Нальчик.

#### **7.5. Интернет-ресурсы**

1. <http://www.EXPONENTA.ru>
2. <http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html>
3. <http://Math.ru>
4. <http://electrolibrary.narod.ru>
5. <http://lib.mexmat.ru>
6. <http://math-portal.ru>
7. <http://uchites.ru>
8. <http://softlab-portable.ru>
9. <http://intuit.ru>
10. <http://eduScan.net>
11. <http://ph4s.ru>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

#### **Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2022-2023 уч. год)**

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации- владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ»	Полный доступ

		описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе			
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
3.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07-2022</b> От 26.09.2022 Активен до 30.09.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке) »	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва) <b>Договор №701КС/02-2022</b> от 13.04.2022 Активен до 19.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №6ЕП/223</b> от 15.02.2022 Активен до 28.02.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек,	<a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека»	Доступ с электронного читального зала



		содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний		Договор №101/НЭБ/166 6-п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудио изданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop .ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) <b>Договор №9200/22П</b> от 08.04.2022 Активен до 02.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.bibli o-online.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №192/ЕП-223</b> От 29.10.2021 Активен до 31.10.2022 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.co m</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP- адресам КБГУ
10.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, русской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.r u</a>	ФГБУ «Президентска я библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт- Петербург) <b>Соглашение от 15.11.2016г.</b> Бессрочный	Авторизованн ый доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

#### **7.6. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы**

Учебная работа по дисциплине «Численные методы» состоит из контактной работы (лекции, практические и лабораторные занятия) и самостоятельной работы.

Для подготовки к практическим и лабораторным занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

***Методические рекомендации для обучающихся по изучению дисциплины  
«Численные методы»***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения учебных работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; готовятся к практическим и лабораторным занятиям; выполняют самостоятельные работы; участвуют в выполнении практических и лабораторных заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, практических и лабораторных занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. В случае нерегулярного посещения занятий у обучающихся есть доступ к электронному варианту лекции, заданий к практическим и лабораторным занятиям. Лекции включают все темы и основные вопросы. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим и лабораторным занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических и лабораторных занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из

рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям***

Целью практических и лабораторных занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к этим занятиям необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические и лабораторные задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим и лабораторным занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы. В заданиях к лабораторным работам приводятся рекомендуемая литература.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. На лабораторных занятиях обучающиеся учатся грамотно самостоятельно решать предлагаемые индивидуально для каждого задания, а затем их защищать.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку.

*Самостоятельная работа* обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;

- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;

- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разноуровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций и лабораторный практикум. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;

- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на

составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических и лабораторных занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

#### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся в 5 семестре по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов. В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания. Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа: - самостоятельная работа в течение семестра; - непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса; - подготовка к ответу на зачетные вопросы. При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу. На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме. При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено».

#### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену***

Экзамен является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся в 6 семестре по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических и лабораторных занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену, обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающемуся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к экзамену, доведенных до сведения обучающихся накануне.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо



аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

По учебному плану предусмотрена **курсовая работа**.

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить курсовую работу по выбранной из предложенного списка в Рабочей программе теме. Выступление с докладом по курсовой работе в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

#### ***Методические рекомендации по написанию курсовой работы***

Написание курсовой работы используется в учебном процессе вуза в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т.п. С помощью курсовой работы студент глубже постигает наиболее сложные проблемы курса, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда. Процесс написания курсовой работы включает: выбор темы; подбор нормативных актов, специальной литературы и иных источников, их изучение; составление плана; написание текста работы и ее оформление; устное изложение результата.

Темы курсовых работ должны охватывать вопросы курса, отражать передовые научные идеи. Рекомендованная ниже тематика рефератов примерная. Студент при желании может сам предложить ту или иную тему, предварительно согласовав ее с научным руководителем.

Курсовая работа состоит из введения, в котором кратко обосновывается актуальность, научная и практическая значимость избранной темы, основного материала, содержащего суть проблемы и пути ее решения, и заключения, где формируются выводы, оценки, предложения. Она оформляется на листах формата А4, с обязательной нумерацией страниц, причем номер страницы на первом, титульном, листе не ставится. Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 20 мм. Абзацный отступ – 1,25; Рисунки должны

создаваться в циклических редакторах или как рисунок Microsoft Word (сгруппированный). Таблицы выполнять табличными ячейками Microsoft Word. Сканирование рисунков и таблиц не допускается. Выравнивание текста (по ширине страницы) необходимо выполнять только стандартными способами, а не с помощью пробелов. Размер текста в рисунках и таблицах – 12 кегль. На титульном листе курсовой работы нужно указать: название учебного заведения, факультета, номер группы и фамилию, имя и отчество автора, тему, место и год его написания. Рекомендуемый объем работы складывается из следующих составляющих: титульный лист (1 страница), содержание (1 страница), введение (1–2 страницы), основная часть, которую можно разделить на главы или разделы (10–15 страниц), заключение (1–3 страницы), список литературы (1 страница), приложение (не обязательно). Если курсовая работа содержит таблицу, то ее номер и название располагаются сверху таблицы, если рисунок, то внизу рисунка.

Содержание курсовой работы студент докладывает на семинаре, конференции. Предварительно подготовив тезисы доклада, студент в течение 7-10 минут должен кратко изложить основные положения своей работы. На основе обсуждения обучающемуся выставляется соответствующая оценка. Приветствуется внимание аудитории к докладу, содержательные вопросы аудитории и достойные ответы на них поощряются более высокой оценкой выступающему. Литература и другие источники могут быть найдены обучающимся самостоятельно или рекомендованы преподавателем (если возникнут сложности с поиском материала по теме).

#### ***Тематика курсовых работ***

1. Разностная схема повышенного порядка точности задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
2. Численное решение задачи Коши для волнового уравнения.
3. Метод стрельбы для решения сеточных уравнений.
4. Численное решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.
5. Численное решение третьей краевой задачи для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.
6. Численное решение уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.
7. Численное решение первой краевой задачи для уравнения влагопереноса.
8. Численное решение третьей краевой задачи для уравнения влагопереноса.

9. Численное решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности общего вида.
10. Численное решение интегральных уравнений.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

**зарубежное лицензионное программное обеспечение:**

№ п/п	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
1.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
2.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
3.	MSAcademicEES	Core CALClient Access License ALNG LicSAPk MVL DvcCAL A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
4.	MSAcademicEES	WINEDUperDVC ALNG UpgrdSAPk MVL A Faculty EES (Корпоративная подписка на продукты Windows операционная система и офис)	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
5.	StatSoft	Statistica Ultimate Academic for Windows 13 Russian/13 English на 500 пользователей Локальная версия (Named User) Годовая лицензия	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
6.	Mathlab/Simulink	ТАН-25	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №80/ЕЛ-223

№ п/п	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
7.	Embarcadero	RAD Studio Architect <b>Concurrent</b> Academic Edition 1 Year Term License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
8.	Adobe Creative Cloud	Adobe Creative Cloud for Teams – All Apps. Лицензии Education Device license для образовательных организаций	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
9.	Sketchup	SketchUp Pro 2020 - License for Education -- LAB for 1 year.	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
10.	PTC	Mathcad Education - University Edition Subscription (50 pack)	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
11.	Corel	CorelDRAW Graphics Suite	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
12.	ABBYY	ABBYY FineReader	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

***Зарубежное программное обеспечение (свободно распространяемое)***

№ п/п	Производитель	Наименование	Лицензии
1.		Web Browser - Firefox	Бесплатно
2.		AtomEditor	Бесплатно
3.		Python	Бесплатно
4.	IBM	Eclipse	Бесплатно
5.	Фирма Sun Microsystems	Apache OpenOffice	Бесплатно

***Российское лицензионное программное обеспечение***

№ п/п	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
1.	Kaspersky	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

№ п/п	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
2.	DrWeb	Dr.Web Desktop Security Suite Комплексная защита + Центр управления на 12 мес., 200 ПК, продление	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	-
3.		Антиплагиат ВУЗ	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

***Российское программное обеспечение (свободно распространяемое)***

№	Производитель	Наименование	Комментарии	Сроки лицензии
1.	StarForce Technologies, Россия, Москва	Foxit PDF Reader	для просмотра электронных документов в стандарте PDF	Бесплатно
2.	Россия	7zip	архиватор	Бесплатно

***8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья***

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)
  - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;
  - задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;
  - письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 9. Лист изменений (дополнений)

в рабочую программу по дисциплине «Численные методы» направления подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» на 2022-2023 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание
1.			
2.			
3.			

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол № 2 от «02» сентября 2022г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ А.Р. Бечелова

# Критерии оценки качества освоения дисциплины

## Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Основными этапами формирования компетенций при изучении студентами дисциплины являются последовательное формирование результатов обучения по дисциплине. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Код компетенции	Результат обучения по дисциплине	КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ				
		Шкала по традиционной пятибалльной системе				
		Недопуск	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
		Шкала по балльно-рейтинговой системе				
		0 – 35	36 – 60	61 – 80	81 – 90	91 – 100
<b>ОПК-3</b> Способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> математические модели и их использование в естествознании, экономике и управлении.	Не знает	Не имеет чёткого представления об основах математического моделирования для решения задач в области профессиональной деятельности.	Знает основы математического моделирования для решения задач в области профессиональной деятельности.	Знает основы математического моделирования и их модификацию.	Демонстрирует уверенные знания для применения и модификации математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности.
	<b>Уметь:</b> модифицировать и анализировать существующие математические модели.	Не умеет	Может пересказать полученные знания в области математического моделирования.	Способен применять математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	Умеет применять, модифицировать, анализировать и реализовывать новые математические модели в области профессиональной деятельности.
	<b>Владеть:</b> практическим опытом построения математических моделей в профессиональной	Не владеет	Не способен применять и модифицировать математические модели.	Способен применять математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	Владеет методами построения математических моделей в профессиональной деятельности.	Владеет методами построения и модификации математических моделей для решения задач в области



	деятельности.					профессиональной деятельности.
--	---------------	--	--	--	--	-----------------------------------