

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный  
университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы М.Р. Яхутлова  
« 02 » 09 2022г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института  
ДИРЕКЦИЯ Б.И. Куниев  
« 02 » 09 2022г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

**01.03.02 - Прикладная математика и информатика**  
(код и наименование направления подготовки)

**«Математическое и компьютерное моделирование»**  
(наименование профиля подготовки)

**Бакалавр**

Квалификация (степень) выпускника

**Очная**

Форма обучения

Нальчик - 2022

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» /сост. А.Х. Журтов – Нальчик: КБГУ, 2022. – 63с.

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика в 1 и 2 семестрах 1 курса.

Рабочая программа составлена с учётом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. № 9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937).

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины .....	4
4. Содержание и структура дисциплины.....	6
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....	17
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	44
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	46
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	58
9. Лист изменений (дополнений) .....	62

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» является первоначальное изучение основных алгебраических структур и дальнейшее формирование у студента алгебраического абстрактного мышления, так необходимого в связи с происходящей математизацией всех отраслей знания.

Задачи освоения дисциплины:

- Усвоение студентами основного теоретического материала курса;
- Выработка умений студентами решать системы уравнений и вычисления определителя любого порядка.
- Знание материала по алгебраическим структурам (группам, кольцам, полям).
- Свободное общение студентов с комплексными числами, многочленами, векторными пространствами.
- Знать линейные преобразования векторных пространств и специальные виды преобразований евклидовых пространств.
- Владеть знаниями по квадратичным формам и приведению их к каноническому и нормальному видам.
- Знание теорий кривых и поверхностей второго порядка.
- Владеть знаниями по полиномиальным матрицам.
- Усвоение студентами простейших задач аналитической геометрии.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части Блока 1 основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое и компьютерное моделирование».

Ее включение в учебный план с первого семестра первого курса определяется тем фактором, что с курса высшей алгебры и аналитической геометрии начинается математическое образование по многим другим математическим дисциплинам. Так, знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, дифференциальных уравнений, дискретной математике, математической логике и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках школьной программы.

## **3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины**

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Математическое и компьютерное моделирование» дисциплина «Алгебра и геометрия» направлена на формирование

элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

**общефессиональных (ОПК):**

ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» студент должен:

**Знать:**

- методы решения систем линейных уравнений.
- основные алгебраические структуры и их свойства.
- алгебру матриц и их приложения.
- поле комплексных чисел и их основные свойства.
- векторные и евклидовы пространства. Линейные преобразования этих пространств.
- квадратичные формы и приведения их к нормальному виду.
- определения основных понятий, и логических связей между ними;
- описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений и др.);
- Векторные и евклидовы пространства. Линейные преобразования этих пространств.
- Квадратичные формы и приведения их к каноническому и нормальному виду.
- Знание теорий кривых и поверхностей второго порядка.
- Владеть знаниями по полиномиальным матрицам.
- Усвоение студентами простейших задач аналитической геометрии.

**Уметь:**

- решать системы линейных уравнений;
- вычислять определители;
- проводить операции над матрицами и находить их ранг;
- проводить действия над комплексными числами;
- классифицировать алгебраические структуры;
- исследовать свойства многочленов;
- вычислять базис и размерность линейного пространства;
- проводить операции над линейными подпространствами;
- находить собственные векторы и собственные значения;

- находить канонический вид квадратичных форм.

**Владеть:**

- методами линейной алгебры и аналитической геометрии;
- способами применения специальных математических и других способов познавательной деятельности к объектам алгебры и аналитической геометрии (приемами анализа формулировок задач, теорем).

#### 4. Содержание и структура дисциплины

**Таблица 1. Содержание дисциплины «Алгебра и геометрия», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций**

1 семестр

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5 <sup>1</sup>
1	Множества.	Множества. Операции над множествами. Соответствия. Отношения. Граф и график. Разбиение множества на подмножества. Отношение эквивалентности. Отображения. Виды отображений.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
2	Алгебраические структуры.	Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Кольца. Поля. Характеристика поля. Свойства. Конечные кольца и поля.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
	Комплексные числа.	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма. Операции над комплексными числами. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня $n$ -степени из комплексного числа. Корни из единицы и их свойства.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
4	Перестановки и подстановки. Определители.	Перестановки. Теоремы о транспозициях. Подстановки. Умножение и обращение подстановок. Определители произвольного порядка. Свойства определителей $n$ -порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Методы вычисления определителей $n$ -го порядка.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

5	СЛУ и методы их решения.	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Правило Крамера.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
6	Алгебра матриц.	Матрицы. Операции над матрицами. Свойства. Теорема об определителе произведения матриц. Обратная матрица. Условие обратимости. Формула обратной матрицы. Умножение прямоугольных матриц. Матричный вывод правила Крамера.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
7	Исследование СЛУ.	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Вычисление ранга матрицы. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капели. Однородные системы. Свойства решений.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

## 2 семестр

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5 <sup>1</sup>
1	Многочлены	Действия над многочленами. Свойства. Делимость многочленов с остатком. Свойства делимости (без остатка). Корни многочленов. Связь с делимостью на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства). Следствия из основной теоремы с комплексными и действительными коэффициентами. Теорема Виета.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
2	Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве.	Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
3	Линии второго порядка	Эллипс, гипербола и парабола. Их канонические уравнения и свойства.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

4	Векторная алгебра	Системы координат. Формулы преобразования координат. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Выражения скалярного и векторного произведения векторов через координаты. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
5	Линейное пространство	Определение линейного (многомерного) пространства. Базис и размерность. Координаты вектора. Матрица перехода. Связь координат. Подпространства. Линейная оболочка, ее размер и базис. Сумма и пересечение пространств. Формула Грассмана.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
6	Евклидовы пространства	Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные базисы. Теорема о существовании. Ортонормированные базисы. Свойства. Изоморфизм евклидовых пространств.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
7	Линейные операторы	Линейные операторы, связь с матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Действия над линейными операторами. Формула преобразования координат вектора при линейном преобразовании. Формула изменения матрицы линейного преобразования при переходе к другому базису. Характеристические корни линейного оператора. Собственные векторы, собственные значения. Спектр линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
8	КВП	Инварианты параллельного переноса для КВП. Инварианты поворота осей для КВП. Инварианты общего преобразования для КВП. Применение инвариантов для определения вида КВП. Взаимное расположение прямой и КВП. Определение КВП пятью точками. Определение расположения КВП на плоскости. Центр КВП. Кривые без центра.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т



9	ПВП	Общее уравнение ПВП. Инварианты параллельного переноса, поворота осей и общего преобразования ПВП. Применение инвариантов для определения типа ПВП. Применение инвариантов для приведения общего уравнения ПВП к каноническому виду. Классификация ПВП. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды. Центр поверхности второго порядка.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
10	Билинейные квадратичные формы	Билинейные функции (формулы). Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к главным осям. Специальные виды линейных операторов евклидовых пространств. Ортогональные операторы. Самосопряженные операторы.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
11	Полиномиальные и жордановы матрицы	Полиномиальные матрицы. Эквивалентность. Канонический вид. Единственность канонического вида. Приведение полиномиальной матрицы к каноническому виду с помощью миноров. Критерий эквивалентности полиномиальных матриц. Теорема о подобии матриц. Жорданова форма матрицы. Канонический вид. Подобие жордановых матриц. Нормальная форма жордановых матриц. Теорема о приводимости к нормальной жордановой форме.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

<sup>1</sup> В графе 4 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), домашнего задания (ДЗ) написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т) и т.д.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов)

**Таблица 2. Структура дисциплины «Алгебра и геометрия»**

Вид работы	Трудоемкость часов / зачетных единиц		
	1 семестр	2 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>216</b>

<b>Контактная работа (в часах)</b>	<b>34</b>	<b>54</b>	<b>88</b>
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	17	18	35
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	17	36	53
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	-	-	-
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	-	-	-
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):</b>	<b>47</b>	<b>45</b>	<b>92</b>
Расчетно-графическое задание	-	-	-
Реферат (Р)	-	-	-
Эссе (Э)	-	-	-
Контрольная работа (КР)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов	47	45	92
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	9	36
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>экзамен</b>	<b>зачет</b>	<b>экзамен, зачет</b>

*Таблица 3. Лекционные занятия*

<b>№ п/п</b>	<b>Тема</b>
<b>1 семестр</b>	
1	<i>Множества. Операции над множествами. Соответствия. Отношения. Граф и график. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть операции над множествами. Изучить понятия соответствия и отношения. Рассмотреть свойства отношений. Рассмотреть пример построения графа и графика соответствия и отношения.</i>
2	<i>Разбиение множества на подмножества. Отношение эквивалентности. Отображения. Виды отображений. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием разбиения множества на подмножества. Изучить условия разбиения множества на подмножества. Рассмотреть понятие отношения эквивалентности. Изучить понятие отображения. Рассмотреть виды отображений.</i>
3	<i>Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием бинарной алгебраической операции. Рассмотреть свойства бинарных алгебраических операций. Изучить алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Рассмотреть примеры.</i>
4	<i>Кольца. Поля. Характеристика поля. Свойства. Конечные кольца и поля. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями кольца и поля. Изучить свойства колец и полей. Ознакомить студентов с понятием характеристики поля. Рассмотреть примеры конечных колец и полей.</i>
5	<i>Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма. Операции над комплексными числами. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием комплексного числа. Изучить поле комплексных чисел. Ознакомить студентов с алгебраической формой. Рассмотреть операции над комплексными числами алгебраической форме.</i>

6	<i>Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня <math>n</math>-степени из комплексного числа. Корни из единицы и их свойства. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Вывести формулы Муавра и извлечение корня <math>n</math>-степени из комплексного числа. Изучить понятие корня из единицы и их свойства.</i>
7	<i>Перестановки. Теоремы о транспозициях. Подстановки. Умножение и обращение подстановок. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями перестановки и подстановки. Сформулировать и доказать теоремы о транспозициях. Рассмотреть операции умножения и обращения подстановок.</i>
8	<i>Определители произвольного порядка. Свойства определителей <math>n</math>-порядка. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием определителя произвольного порядка. Сформулировать и доказать свойства определителей <math>n</math>-порядка.</i>
9	<i>Миноры и алгебраические дополнения. Методы вычисления определителей <math>n</math>-го порядка. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями миноры и алгебраические дополнения. Рассмотреть методы вычисления определителей <math>n</math>-го порядка. Сформулировать и доказать теорему Лапласа.</i>
10	<i>Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</i>
11	<i>Системы линейных уравнений крамеровского типа. Правило Крамера. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие систем линейных уравнений крамеровского типа. Вывести правило Крамера.</i>
12	<i>Матрицы. Операции над матрицами. Свойства. Теорема об определителе произведения матриц. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть операции над матрицами и их свойства. Сформулировать и доказать теорему об определителе произведения матриц.</i>
13	<i>Обратная матрица. Условие обратимости. Формула обратной матрицы. Умножение прямоугольных матриц. Матричный вывод правила Крамера. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием обратной матрицы. Рассмотреть условие обратимости. Вывести формулу нахождения обратной матрицы. Рассмотреть умножение прямоугольных матриц. Получить матричный вывод правила Крамера.</i>
14	<i>Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Вычисление ранга матрицы. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием ранга матрицы. Сформулировать и доказать теорему о базисном миноре. Рассмотреть методы вычисления ранга матрицы.</i>
15	<i>Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы. Свойства решений. Цель и задачи изучения темы – исследовать системы линейных уравнений. Сформулировать и доказать теорему Кронекера-Капелли. Рассмотреть однородные системы. Изучить свойства решений и понятие ФСР.</i>
<b>2 семестр</b>	
1	<i>Действия над многочленами. Свойства. Делимость многочленов с остатком. Свойства делимости (без остатка). Корни многочленов. Связь с делимостью на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями многочлены и корни многочленов. Рассмотреть действия над многочленами и их свойства. Изучить делимость многочленов с остатком и свойства делимости (без остатка). Рассмотреть схему Горнера.</i>
2	<i>Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием</i>

	наибольший общий делитель многочленов. Изучить алгоритм Евклида. Рассмотреть взаимно простые многочлены и их свойства.
3	<i>Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства). Следствия из основной теоремы с комплексными и действительными коэффициентами. Теорема Виета. Цель и задачи изучения темы – сформулировать основную теорему алгебры многочленов. Рассмотреть следствия из основной теоремы с комплексными и действительными коэффициентами. Сформулировать и доказать теорему Виета.</i>
4	<i>Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть простейшие задачи аналитической геометрии. Рассмотреть различные виды уравнения прямой на плоскости. Получить формулу для нахождения расстояния от точки до прямой.</i>
5	<i>Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть вопрос о взаимном расположении прямых на плоскости. Получить формулу для нахождения угла между прямыми.</i>
6	<i>Уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть различные виды уравнения плоскости и уравнения прямой в пространстве. Получить формулу для нахождения угла между плоскостями прямой в пространстве. Рассмотреть вопрос о взаимном расположении прямой и плоскости.</i>
7	<i>Эллипс, гипербола и парабола. Их канонические уравнения и свойства. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть определения эллипса, гиперболы и параболы. Получить их канонические уравнения и изучить свойства.</i>
8	<i>Системы координат. Формулы преобразования координат. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Цель и задачи изучения темы – изучить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл.</i>
9	<i>Определение линейного (многомерного) пространства. Подпространства. Базис и размерность. Сумма и пересечение пространств. Формула Грассмана. Матрица перехода. Связь координат. Линейная оболочка, ее размер и базис. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями линейного пространства, подпространства, базиса и размерности. Рассмотреть понятие суммы и пересечения пространств. Доказать формулу Грассмана. Изучить понятие линейной оболочки.</i>
10	<i>Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями евклидова пространства, длины вектора, угла между векторами. Доказать неравенство Коши – Буняковского.</i>
11	<i>Ортогональные базисы. Теорема о существовании. Ортонормированные базисы. Свойства. Изоморфизм евклидовых пространств. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями ортогональные и ортонормированные базисы. Сформулировать и доказать теорему о существовании ортогонального базиса. Рассмотреть свойства ортонормированных базисов. Изучить изоморфизм евклидовых пространств.</i>
12	<i>Линейные операторы, связь с матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Действия над линейными операторами. Цель и задачи изучения темы – изучить линейные операторы, их связь с матрицами. Рассмотреть понятия ранга и дефекта линейного оператора. Рассмотреть действия над линейными операторами.</i>
13	<i>Формула преобразования координат вектора при линейном преобразовании. Формула изменения матрицы линейного преобразования при переходе к другому базису. Цель и задачи изучения темы – получить формулы преобразования координат вектора при линейном преобразовании и изменения матрицы линейного</i>

	преобразования при переходе к другому базису.
14	<i>Характеристические корни линейного оператора. Собственные векторы, собственные значения. Спектр линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора. Цель и задачи изучения темы – изучить понятия характеристические корни линейного оператора, собственные векторы и собственные значения. Рассмотреть понятие спектра линейного оператора и вопрос о диагонализируемости линейного оператора.</i>
15	<i>Инварианты параллельного переноса для КВП. Инварианты поворота осей для КВП. Инварианты общего преобразования для КВП. Применение инвариантов для определения вида КВП. Взаимное расположение прямой и КВП. Определение КВП пятью точками. Определение расположения КВП на плоскости. Центр КВП. Кривые без центра. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть общее уравнение КВП, инварианты преобразования координат для КВП. Изучить применение инвариантов для определения вида КВП. Рассмотреть вопрос о взаимном расположении прямой и КВП. Определить КВП пятью точками. Получить формулу для нахождения центра КВП.</i>
16	<i>Общее уравнение ПВП. Инварианты параллельного переноса, поворота осей и общего преобразования ПВП. Применение инвариантов для определения типа ПВП. Применение инвариантов для приведения общего уравнения ПВП к каноническому виду. Классификация ПВП. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды. Центр поверхности второго порядка. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть общее уравнение ПВП, инварианты преобразования координат для ПВП. Изучить применение инвариантов для определения типа ПВП. Рассмотреть применение инвариантов для приведения общего уравнения ПВП к каноническому виду. Изучить классификацию ПВП.</i>
17	<i>Билинейные функции (формулы). Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Цель и задачи изучения темы – изучить понятия билинейные формулы и квадратичные формы. Сформулировать и доказать теорему о ранге квадратичной формы. Изучить метод Лагранжа (метод приведения квадратичной формы к каноническому виду).</i>
18	<i>Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть вопрос о приведении квадратичной формы к нормальному виду. Сформулировать и доказать закон инерции. Рассмотреть понятие положительно определенные квадратичные формы. Сформулировать и доказать критерий Сильвестра.</i>
19	<i>Приведение квадратичной формы к главным осям. Специальные виды линейных операторов евклидовых пространств. Ортогональные операторы. Самосопряженные операторы. Цель и задачи изучения темы – рассмотреть вопрос о приведении квадратичной формы к главным осям. Изучить специальные виды линейных операторов евклидовых пространств.</i>
20	<i>Полиномиальные матрицы. Эквивалентность. Канонический вид. Единственность канонического вида. Приведение полиномиальной матрицы к каноническому виду с помощью миноров. Критерий эквивалентности полиномиальных матриц. Теорема о подобии матриц. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие полиномиальные матрицы. Рассмотреть вопрос о приведении полиномиальной матрицы к каноническому виду. Сформулировать и доказать теорему о подобии матриц.</i>

21	<i>Жорданова форма матрицы. Канонический вид. Подобие жордановых матриц. Нормальная форма жордановых матриц. Теорема о приводимости к нормальной жордановой форме. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие жорданова форма матрицы. Сформулировать и доказать теорему о приводимости к нормальной жордановой форме.</i>
----	---

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Тема
<b>1 семестр</b>	
1	Множества. Операции над множествами. Соответствия. Отношения. Граф и график.
2	Разбиение множества на подмножества. Отношение эквивалентности. Отображения. Виды отображений.
3	Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией.
4	Кольца. Поля. Характеристика поля. Свойства. Конечные кольца и поля.
5	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма. Операции над комплексными числами.
6	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня $n$ -степени из комплексного числа. Корни из единицы и их свойства.
7	Перестановки. Теоремы о транспозициях. Подстановки. Умножение и обращение подстановок.
8	Определители произвольного порядка. Свойства определителей $n$ -порядка.
9	Миноры и алгебраические дополнения. Методы вычисления определителей $n$ -го порядка.
10	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
11	Системы линейных уравнений крамеровского типа. Правило Крамера.
12	Матрицы. Операции над матрицами. Свойства. Теорема об определителе произведения матриц.
13	Обратная матрица. Условие обратимости. Формула обратной матрицы. Умножение прямоугольных матриц. Матричный вывод правила Крамера.
14	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Вычисление ранга матрицы.
15	Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы. Свойства решений.
<b>2 семестр</b>	
1	Действия над многочленами. Свойства. Делимость многочленов с остатком. Свойства делимости (без остатка). Корни многочленов. Связь с делимостью на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни.
2	Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены.
3	Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства). Следствия из основной теоремы с комплексными и действительными коэффициентами. Теорема Виета.
4	Простейшие задачи аналитической геометрии. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

5	Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми.
6	Уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.
7	Эллипс, гипербола и парабола. Их канонические уравнения и свойства.
8	Системы координат. Формулы преобразования координат. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.
9	Определение линейного (многомерного) пространства. Подпространства. Базис и размерность. Сумма и пересечение пространств. Формула Грассмана. Матрица перехода. Связь координат. Линейная оболочка, ее размер и базис.
10	Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского.
11	Ортогональные базисы. Теорема о существовании. Ортонормированные базисы. Свойства. Изоморфизм евклидовых пространств.
12	Линейные операторы, связь с матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Действия над линейными операторами.
13	Формула преобразования координат вектора при линейном преобразовании. Формула изменения матрицы линейного преобразования при переходе к другому базису.
14	Характеристические корни линейного оператора. Собственные векторы, собственные значения. Спектр линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора.
15	Инварианты параллельного переноса для КВП. Инварианты поворота осей для КВП. Инварианты общего преобразования для КВП. Применение инвариантов для определения вида КВП. Взаимное расположение прямой и КВП. Определение КВП пятью точками. Определение расположения КВП на плоскости. Центр КВП. Кривые без центра.
16	Общее уравнение ПВП. Инварианты параллельного переноса, поворота осей и общего преобразования ПВП. Применение инвариантов для определения типа ПВП. Применение инвариантов для приведения общего уравнения ПВП к каноническому виду. Классификация ПВП. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды. Центр поверхности второго порядка.
17	Билинейные функции (формулы). Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа.
18	Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
19	Приведение квадратичной формы к главным осям. Специальные виды линейных операторов евклидовых пространств. Ортогональные операторы. Самосопряженные операторы.
20	Полиномиальные матрицы. Эквивалентность. Канонический вид. Единственность канонического вида. Приведение полиномиальной матрицы к каноническому виду с помощью миноров. Критерий эквивалентности полиномиальных матриц. Теорема о подобии матриц.
21	Жорданова форма матрицы. Канонический вид. Подобие жордановых матриц. Нормальная форма жордановых матриц. Теорема о приводимости к нормальной жордановой форме.

**Таблица 5. Лабораторные работы**

№ п/п	Тема
1.	Лабораторные работы не предусмотрены
2.	

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплин**

№ п/п	Тема
<b>1 семестр</b>	
1	Множества. Отношения. Отображения. Виды отображений.
2	Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией.
3	Поле комплексных чисел.
4	Перестановки. Подстановки. Определители произвольного порядка. Свойства определителей $n$ - порядка. Методы вычисления определителей $n$ -го порядка.
5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Правило Крамера.
6	Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Матричный вывод правила Крамера.
7	Исследование систем линейных уравнений.
<b>2 семестр</b>	
1	Действия над многочленами. Делимость многочленов с остатком.
2	Корни многочленов. Кратные корни.
3	Наибольший общий делитель многочленов.
4	Основная теорема алгебры многочленов Теорема Виета.
5	Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
6	Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми.
7	Уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
8	Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.
9	Эллипс, гипербола и параболы. Их канонические уравнения и свойства.
10	Системы координат. Формулы преобразования координат. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.
11	Определение линейного (многомерного) пространства. Подпространства Базис и размерность. Сумма и пересечение пространств. Формула Грассмана. Матрица перехода. Связь координат. Линейная оболочка, ее размер и базис.
12	Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского.
13	Ортогональные базисы. Теорема о существовании. Ортонормированные базисы. Свойства. Изоморфизм евклидовых пространств.
14	Полиномиальные матрицы. Жорданова форма матрицы.



## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Алгебра и геометрия» (контролируемые компетенциями ОПК-1):**

##### ***1 семестр***

##### **Тема 1. Множества.**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Соответствия. Отношения. Граф и график.
3. Разбиение множества на подмножествами.
4. Отношение эквивалентности.
5. Отображения. Виды отображений.

##### **Тема 2. Алгебраические структуры.**

6. Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией.
7. Кольца. Поля. Характеристика поля. Свойства.
8. Конечные кольца и поля.

##### **Тема 3. Комплексные числа.**

9. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма. Операции над комплексными числами.

10. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. 3. Формула Муавра.

11. Извлечение корня  $n$ - степени из комплексного числа.

12. Корни из единицы и их свойства.

#### **Тема 4. Перестановки и подстановки. Определители.**

13. Перестановки. Теоремы о транспозициях.

14. Подстановки. Умножение и обращение подстановок.

15. Определители произвольного порядка. Свойства определителей  $n$ - порядка.

16. Миноры и алгебраические дополнения

17. Методы вычисления определителей  $n$ -го порядка.

#### **Тема 5. СЛУ и методы их решения.**

18. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

19. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Правило Крамера.

#### **Тема 6. Алгебра матриц.**

20. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства.

21. Теорема об определителе произведения матриц.

22. Обратная матрица. Условие обратимости. Формула обратной матрицы.

23. Умножение прямоугольных матриц. Матричный вывод правила Крамера.

#### **Тема 7. Исследование СЛУ.**

24. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

25. Методы вычисления ранга матрицы.

26. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капели.

27. Однородные системы. Свойства решений.

### ***2 семестр***

#### **Тема 8. Многочлены.**

28. Действия над многочленами. Свойства.

29. Делимость многочленов с остатком. Свойства делимости (без остатка).

30. Корни многочленов. Связь с делимостью на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни.

31. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида.

32. Взаимно простые многочлены. Свойства.

33. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства). Следствия из основной теоремы с комплексными и действительными коэффициентами.

34. Теорема Виета.

### **Тема 9. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость в пространстве.**

35. Простейшие задачи аналитической геометрии.

36. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Отклонение точки от прямой.

37. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми на плоскости.

38. Уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости.

39. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

40. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

### **Тема 10. Линии второго порядка**

41. Эллипс и гипербола. Их канонические уравнения и свойства.

42. Парабола. Ее каноническое уравнение и свойства.

### **Тема 11. Векторная алгебра**

43. Системы координат. Формулы преобразования координат.

44. Скалярное произведение векторов.

45. Векторное произведение векторов. Выражения скалярного и векторного произведения векторов через координаты.

46. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл.

### **Тема 12. Линейное пространство.**

47. Определение линейного (многомерного) пространства.

48. Подпространства Базис и размерность. Сумма и пересечение пространств. Формула Грассмана.

49. Матрица перехода. Связь координат.

50. Линейная оболочка, ее размер и базис.

### **Тема 13. Евклидовы пространства.**

51. Евклидовы пространства.

52. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского.

53. Ортогональные базисы. Теорема о существовании. Ортонормированные базисы. Свойства.

54. Изоморфизм евклидовых пространств.

### **Тема 14. Линейные операторы**

55. Линейные операторы, связь с матрицами. Действия над линейными операторами.

- 56. Ранг и дефект линейного оператора.
- 57. Формула преобразования координат вектора при линейном преобразовании.
- 58. Формула изменения матрицы линейного преобразования при переходе к другому базису.
- 59. Характеристические корни линейного оператора. Собственные векторы, собственные значения.

60. Спектр линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора.

#### **Тема 15. Кривые второго порядка (КВП).**

- 61. Инварианты параллельного переноса для КВП. Инварианты поворота осей для КВП. Инварианты общего преобразования для КВП.
- 62. Применение инвариантов для определения вида КВП.
- 63. Взаимное расположение прямой и КВП. Определение КВП пятью точками.
- 64. Определение расположения КВП на плоскости. Центр КВП. Кривые без центра.

#### **Тема 16. Поверхности второго порядка (ПВП).**

- 65. Общее уравнение ПВП. Центральные ПВП. Поверхности без центра. Инварианты параллельного переноса, поворота осей и общего преобразования ПВП. Применение инвариантов для определения типа ПВП.
- 66. Применение инвариантов для приведения общего уравнения ПВП к каноническому виду.
- 67. Классификация ПВП. Эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды.
- 68. Центр поверхности второго порядка.

#### **Тема 17. Билинейные и квадратичные формы**

- 69. Билинейные функции (формулы). Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы.
- 70. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа.
- 71. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции.
- 72. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
- 73. Приведение квадратичной формы к главным осям.
- 74. Специальные виды линейных операторов евклидовых пространств. Ортогональные операторы. Самосопряженные операторы.

#### **Тема 18. Полиномиальные и жордановы матрицы**

- 75. Полиномиальные матрицы. Эквивалентность. Канонический вид. Единственность канонического вида.
- 76. Критерий эквивалентности полиномиальных матриц. Теорема о подобии матриц.

77. Жорданова форма матрицы. Канонический вид. Подобие жордановых матриц.
78. Нормальная форма жордановых матриц. Теорема о приводимости к нормальной жордановой форме.

### ***Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Алгебра и геометрия». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:***

**1** балл, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**0,5** балла, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основ-ных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

**0** баллов, ставится, если обучающийся показывает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «1», «0,5», «0» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

### ***5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенциями ОПК-1)***

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Алгебра и геометрия».

### ***Задачи.***

#### **Тема. Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными операциями.**

1. Какую алгебраическую структуру образует множество натуральных чисел относительно операции сложения?
2. Какую алгебраическую структуру образует множество целых относительно двух операции сложения и умножения  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ?
3. Какие из арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление) являются бинарными операциями:
  - а) на множестве  $\{1, 0, -1\}$ ;
  - б) на множестве  $\mathbb{N}$ ;
  - в) на множестве  $\mathbb{Z}$ ?
4. Является ли бинарной операцией:
  - а) умножение на множестве иррациональных чисел;
  - б) сложение на множестве четных чисел;
  - в) сложение на множестве нечетных чисел;
  - г) нахождение десятичных логарифмов на множестве;
  - д) нахождение среднего геометрического двух чисел на множестве;
5. Являются ли действие, выполняемое по формуле  $a \circ b = (a + b)^2$  бинарной операцией на множестве  $\mathbb{Q}$ , и если являются, то почему?
6. Являются ли алгебраической системой множество чисел вида относительно: а) сложения; б) вычитания; в) умножения?
7. Является ли алгебраической системой множество радиусов-векторов, исходящих из начала декартовой системы координат и расположенных в первой четверти координатной плоскости, с операцией: а) сложение векторов; б) вычитание векторов?
8. Выяснить, является ли кольцо множество целых чисел относительно сложения и умножения чисел.
9. Выяснить, является ли поле множество рациональных чисел относительно сложения и умножения чисел.
10. Выяснить, является ли поле множество действительных чисел относительно сложения и умножения чисел.

#### ***Методические рекомендации по решению задач***

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: бинарная алгебраическая операция, группоид, полугруппа, моноид, группа, абелева

группа, кольцо, поле, делители нуля в кольце, характеристика поля и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Теория матриц. Перестановки и подстановки.

1. Найти значение матричного многочлена

$$f(A): f(x) = 3x^2 + 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить

3. Найти произведение матриц  $ABC$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

5. Найти подстановку  $X$  из равенства  $AXB = C$ , где

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Определить число инверсий в перестановке 1, 9, 6, 3, 2, 5, 4, 7, 8.

7. Найти обратную для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

8. Определить четность подстановки  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ .

9. Найти обратную для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

10. Вычислить  $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^5$ .

*Методические рекомендации по решению задач*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: перестановка, инверсия, транспозиция, подстановка, четность подстановки, умножения подстановок, свойства умножения, матрицы и операции над ними, свойства операций и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Системы линейных уравнений (СЛУ) и методы их решения.

1. Решить системы правилу Крамера 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

$$2. \text{ Решить систему методом Гаусса } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

$$3. \text{ Является ли данная система } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases} \text{ системой крамеровского типа?}$$

$$4. \text{ При каком значении } a \text{ система } \begin{cases} 2x + ay = -2, \\ x - 3y = -2 \end{cases} \text{ не решается по правилу Крамера?}$$

$$5. \text{ Найти решение системы } \begin{cases} 3x + y = 8, \\ 2x + 4y = 10. \end{cases}$$

$$6. \text{ Найти решение системы } \begin{cases} 2x + 5y = 1, \\ 3x + 7y = 2. \end{cases}$$

$$7. \text{ Решить системы методом Гаусса } \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$8. \text{ Решить системы методом Гаусса } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

$$9. \text{ При каком значении } a \text{ система } \begin{cases} ax + 4y = 2, \\ 9x + ay = 3 \end{cases} \text{ не решается по правилу Крамера?}$$

$$10. \text{ Решить системы правилом Крамера } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: СЛУ, классификация систем, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы, система крамеровского типа, формула Крамера, метод Гаусса и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 4.

**Тема. Теория определителей.**

$$1. \text{ Решить матричное уравнение } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$2. \text{ Вычислить определитель } \begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}.$$



3. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} x & a & b & 0 & c \\ 0 & y & 0 & 0 & d \\ 0 & e & z & 0 & f \\ g & h & k & u & l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{vmatrix}$ .
4. Выбрать значения  $i$  и  $k$  так, чтобы произведение  $a_{62}a_{i5}a_{33}a_{k4}a_{46}a_{21}$  входило в определитель 6-го порядка со знаком минус.
5. Вычислить определитель 3-го порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ b & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ .
6. Найти алгебраическое дополнение к элементу  $a_{12}$  в определителе  $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ b & 5 & c \end{vmatrix}$ .
7. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} a & 3 & 0 & 5 \\ 0 & b & 0 & 2 \\ 1 & 2 & c & -3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$ .
8. Выбрать значения  $i$  и  $k$  так, чтобы произведение  $a_{62}a_{i4}a_{33}a_{k5}a_{41}a_{26}$  входило в определитель 6-го порядка со знаком плюс.
9. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .
10. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

#### Методические рекомендации по решению задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: определитель, методы вычисления определителя, минор к элементу, минор  $k$ -го порядка, алгебраическое дополнение, дополнительный минор, обратная матрица, вырожденная и невырожденная матрица, базисный минор, условие существования обратной матрицы и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

#### Тема. Линейная зависимость. Исследование СЛУ.

1. При каких значениях  $\lambda$  матрица  $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$  имеет ранг равный 1.

2. Исследовать совместность системы: 
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12. \end{cases}$$

3. Найти ФСР для системы: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы с помощью элементарных преобразований: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}.$$

5. Найти ранг матрицы методом окаймляющих

миноров:

6. Найти число решений ФСР для системы: 
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Исследовать совместность системы: 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 - 3x_2 + 9x_3 = -9, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

8. Найти ранг матрицы методом окаймляющих

миноров:

9. Чему равен ранг матрицы 
$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$
 при различных значениях  $\lambda$  ?

10. Исследовать совместность и найти общее и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: линейная зависимость строк, свойства линейной зависимости, ранг матрицы, методы вычисления ранга, исследования систем, условие совместности СЛУ, однородная система, свойства решения однородных систем, фундаментальная система решения (ФСР) и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Векторная алгебра.

1. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны; вектор  $\vec{c}$  образует с ними углы, равные  $\frac{\pi}{3}$ .

Зная, что  $|\vec{a}| = 3e\delta$ ,  $|\vec{b}| = 5e\delta$ ,  $|\vec{c}| = 8e\delta$ , вычислить  $(3\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{b} + 3\vec{c})$ .

2. Дано:  $|\vec{a}| = 1$  и  $|\vec{b}| = 2$   $\varphi = 2\pi/3$ . Найти  $|\vec{a}, \vec{b}|$ ,  $|\vec{a} + 2\vec{b}, -\vec{a} + 3\vec{b}|$ .

3. Найти координаты вектора  $x = (2, 3)$  в заданном базисе  $e_1, e_2$ , если  $e_1 = (1, 1)$ ,  $e_2 = (1, 2)$

4. Разложить вектор  $\vec{a} = (5, 2, -1)$  по единичным векторам.

5. Векторы  $a$  и  $b$  образуют угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Зная, что  $|a| = 6$ ,  $|b| = 5$  вычислить  $[3a - b, a - 2b]$ .

6. Даны два вектора  $\vec{a} = (3; -2; 6)$  и  $\vec{b} = (-2; 1; 0)$ . Определить проекции на координатные оси следующих векторов: 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ , 2)  $\vec{a} - \vec{b}$ .

7. Даны точки  $A(-1; 5; -10)$ ,  $B(5; -7; 8)$ ,  $C(2; 2; -7)$ ,  $D(5; -4; 2)$ . Проверить, что векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  коллинеарны, установить, какой из них длиннее другого и во сколько раз, как они направлены: в одну сторону и в противоположные стороны.

8. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (8, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, -2, 1)$ .

9. Проверить компланарны ли данные векторы:

а)  $\vec{a} = (1, 2, -2)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 1)$ ,  $\vec{c} = (5, -2, -1)$ ;

б)  $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i}$ .

10. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $45^\circ$ . Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ .

#### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: векторы и операции над ними, равные вектора, коллинеарные и компланарные вектора, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и их свойства, разложение вектора по базису и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 11.

### Тема. Линейное пространство и линейное преобразование векторных пространств.

1. Найти размерность и базис линейного подпространства, натянутого на систему векторов

$$a_1 = (1,1,1), a_2 = (1,1,2), a_3 = (1,2,3)$$

2. Найти координаты вектора  $x=(6,12)$  в заданном базисе  $e_1, e_2$ , если  $e_1 = (2,1), e_2 = (3,2)$ .

3. В базисе  $e_1, e_2, e_3$  3-х мерного линейного пространства линейное преобразование  $\varphi$

задается матрицей  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти  $a\varphi$ , если  $\bar{a} = 2e_1 + e_2 - e_3$ .

4. Найти матрицу перехода от базиса  $\bar{e}_1 = (1,0,0), \bar{e}_2 = (1,-1,0), \bar{e}_3 = (-1,1,-1)$  к базису

$$\bar{e}_1' = (1,2,-1), \bar{e}_2' = (1,-1,0), \bar{e}_3' = (1,0,0)$$

5. Пусть  $V$ - пространство, натянутое на систему векторов

$$a_1 = (1,0,0,-1), a_2 = (2,1,1,0), a_3 = (1,1,1,1), a_4 = (1,2,3,4), a_5 = (0,1,2, \lambda)$$

При каком значении  $\lambda$  подпространство  $V$  имеет размерность  $d=3$ .

6. Найти размерность суммы и размерность пересечения подпространства  $L_1$ , натянутого

на векторы  $a_1 = (1,2,0,1), a_2 = (1,1,1,0)$  и  $L_2$ , натянутого на векторы

$$b_1 = (1,0,1,0), b_2 = (1,3,0,1)$$

7. Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе

$$\text{матрицей } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Линейное преобразование задано в некотором базисе матрицей  $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти

собственный вектор, если собственное значение  $\lambda = -1$ .

9. Определить ортогональный вектор для вектора  $(1,-2,2,-3)$ .

10. Применяя процесс ортогонализации построить ортогональный базис подпространства,

натянутого на систему векторов  $a_1 = (2,1,3,-1), a_2 = (1,1,-6,0)$ .

11. Найти собственные значения линейного преобразования  $\varphi$  заданного в некотором

$$\text{базисе матрицей } A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Найти вектор, дополняющий систему  $\bar{a} = (2/3, 1/3, 2/3), \bar{b} = (1/3, 2/3, -2/3)$  до ортогонального базиса.

13. При каких значениях  $x$  и  $y$  векторы  $\bar{a} = (1/\sqrt{2}, 0, -1/\sqrt{2})$  и  $b = (1/3, x, y)$  ортонормированны?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: линейное пространство и линейный оператор, ортогональный и ортонормированный базис, евклидово пространство, матрица линейного преобразования, ортогональные векторы, собственные векторы и собственные значения линейного преобразования и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

**Тема. Квадратичные формы.**

1. Найти характеристические корни квадратичной формы  $f = 4x_1x_2$ .

2. Найти нормальный вид в области вещественных чисел квадратичной формы:

$$f = x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

3. Найти ранг квадратичной формы  $f = x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 8x_2x_3$ .

4. Какое преобразование приводит квадратичную форму  $f = x_1x_3 - x_2^2$  к нормальному виду  $f = y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$ .

5. Дана квадратичная форма  $f = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$ . Определить положительный и отрицательный индексы инерции, а также сигнатуры этой формы.

6. Привести квадратичную форму к главным осям  $f = 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2$ .

7. Привести квадратичную форму к главным осям.

8. Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма.

9. Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма.

10. Выяснить, какие из следующих форм эквивалентны между собой в области вещественных чисел;  $f_2 = y_1y_2 - y_3^2$ ;  $f_3 = z_1z_2 + z_3^2$ .

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: квадратичная форма, нормальный и канонический вид квадратичной формы, ранг квадратичной формы, невырожденное линейное преобразование, положительный и

отрицательный индекс инерции, сигнатура, закон инерции, критерий Сильвестра и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Прямая и плоскость в пространстве.

1. Определить угол между прямыми  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{-2}$  и  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-2}$
2. Найти нормальное уравнение плоскости  $6x-7y+6z-33=0$ .
3. Вычислить расстояние между точками  $A(-2; -3)$  и  $B(6; 3)$ .
4. Найти координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $AM:MB=3:2$ , если  $A(-2; 1)$  и  $B(3; 6)$ .
5. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого являются точки  $A(2; 0)$ ,  $B(5; 3)$  и  $C(2; 6)$ .
6. Найти расстояние от точки  $A(4; 3; -2)$  до плоскости  $3x-y+5z+1=0$ .
7. Найти угловой коэффициент  $k$  и отрезок  $b$ , отсекаемый по оси  $Oy$  прямой  $2x-3y=6$ .
8. Составить уравнения прямой, проходящей через точку  $A(-2; 5)$  перпендикулярно прямой  $2x-y=0$ .
9. Вычислить угол между прямыми  $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$ .
10. Составить параметрические уравнения прямой  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{-2}$ .

#### *Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: прямая на плоскости и в пространстве, различные уравнения прямой на плоскости и в пространстве, плоскость в пространстве, неполные уравнения прямой и плоскости, угол между плоскостями, угол между прямыми на плоскости и в пространстве, расстояния от точки до плоскости и до прямой и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Кривые и поверхности второго порядка

1. Найти инвариант  $J_2$  для  $x^2+2xy-y^2+8x+4y-8=0$ .
2. Найти характеристические корни, если  $J_1=10$ ,  $J_2=9$ .
3. Определить тип ПВП  $x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xz + 8yz + 4x - 9y + 2 = 0$ .
4. Составить характеристическое уравнение, если  $J_1=5$ ,  $J_2=-3$ ,  $J_3=-4$ .

5. Поверхность задана уравнением  $5x^2 - 3z^2 + 6xy - 2y + 5 = 0$ . Вычислить  $J_4$ .
6. Эксцентриситет  $e$  кривой 2-го порядка  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  равен.
7. В параболе  $(y+3)^2 = 1/4(x-5)^2$  найти величину параметра  $p$  и координаты вершин.
8. Определить тип КВП и привести к каноническому виду уравнение КВП:  
 $2x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$ .
9. Пользуясь инвариантами, упростить уравнение следующей параболы  
 $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$ .
10. Упростить уравнения следующей поверхности  
 $6x^2 - 2y^2 + 6z^2 + 4zx + 8x - 4y - 8z + 1 = 0$ .

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: эллипс, гипербола, парабола, эксцентриситет, фокус, асимптоты гиперболы, директрисы эллипса, поверхности второго порядка, классификация ПВП и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

### Тема. Полиномиальные и жордановы матрицы

- Привести к каноническому виду  $\lambda$ -матрицу:  $A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^2 - 1 & \lambda + 1 \\ \lambda + 1 & \lambda^2 + 2\lambda + 1 \end{pmatrix}$ .
- Привести матрицу  $A$  к жордановой нормальной форме:  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
- Привести к каноническому виду  $\lambda$ -матрицу:  $A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ .
- Привести к каноническому виду  $\lambda$ -матрицу:  $A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda - 2 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda - 2 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{pmatrix}$ .
- Привести к каноническому виду  $\lambda$ -матрицу:  $A(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 - \lambda & \lambda^2 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -\lambda \\ 1 + \lambda^2 & \lambda^2 & -\lambda^2 \end{pmatrix}$ .
- Привести матрицу  $A$  к жордановой нормальной форме:  $A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ .
- Привести матрицу  $A$  к жордановой нормальной форме:  $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$ .
- Выяснить, являются ли подобными между собой следующие матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 2 & 6 & -10 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 20 & -34 \\ 6 & 32 & -51 \\ 4 & 20 & -32 \end{pmatrix}.$$

9. Найти элементарные делители  $\lambda$  – матрицы:  $A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^2 - 1 & \lambda + 1 \\ \lambda + 1 & \lambda^2 + 2\lambda + 1 \end{pmatrix}.$

10. Привести матрицу  $A$  к жордановой нормальной форме:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: полиномиальная матрица, жорданова матрица, жорданова клетка и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях.

## 5.2. *Оценочные материалы для рубежного контроля*

*Рубежный контроль* осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

### 5.2.1. *Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенциями ОПК-1)*

#### *Типовые варианты контрольных работ*

#### *1 семестр*

#### *Вариант 1.*

1. Определить четность перестановки: 1, 3, 8, 6, 2, 4, 7, 5.

2. Найти подстановку  $X$  из равенства



если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Определить четность подстановки  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$

**Вариант 2.**

1. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & -3 & 0 \end{vmatrix}.$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса:  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -11 \end{cases}.$

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера:  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -11 \end{cases}.$

**Вариант 3.**

1. Вычислить произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$

2. Найти обратную для матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

**Вариант 4.**

1. Найти ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 4 & 11 \end{pmatrix}.$

2. Исследовать совместность системы:  $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 1, \\ 6x_1 + 8x_2 - 17x_3 = 17. \end{cases}$

3. Найти ФСР для системы:  $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$

**Вариант 5.**

1. Решить систему уравнений матричным способом:  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -5, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -11. \end{cases}$

2. Чему равен ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$  при различных значениях  $\lambda$  ?
3. Исследовать совместность и найти общее и одно частное решение системы уравнений:
- $$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

## 2 семестр

### Вариант 1.

1. Разложить вектор  $\vec{a} = 8\vec{i} + 10\vec{j}$  по базису  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ , если

$$\vec{e}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{e}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{e}_3 = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

2. Даны два вектора  $\vec{a} = (3, -2, 6)$  и  $\vec{b} = (-2, 1, 0)$ . Определить проекции на координатные оси следующих векторов: а)  $\vec{a} + \vec{b}$ , б)  $\vec{a} - \vec{b}$
3. Даны точки  $A(-1, 5, -10)$ ,  $B(5, -7, 8)$ ,  $C(2, 2, -7)$ ,  $D(5, -4, 2)$ . Проверить что векторы  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  коллинеарны, установить, какой из них длинее другого, и во сколько раз, как они направлены?

### Вариант 2.

1. Определить угол между двумя прямыми  $(l_1)$  и  $(l_2)$ , если
- $$(l_1): 2x + 5y - 3 = 0 \quad (l_2): 5x - 2y - 6 = 0$$
2. Вычислить величину отклонения и расстояние от точки  $A(-2, -4, 3)$  до плоскости

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(5, 4, 3)$  и отсекающей равные отрезки на осях координат.
4. Найти центр и радиус окружности:  $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 54 = 0$

### Вариант 3.

1. Найти эксцентриситет и директрисы эллипса:

2. Найти эксцентриситет и директрисы гиперболы:

3. Найти координаты вершин параболы и величину параметра  $p$ , если .

4. Какая поверхность задана уравнением:

5. По какой линии плоскость  $x + y + z - 3 = 0$  пересекает двуполостный гиперболоид  $x^2 + y^2 - z^2 = -4$  ?

#### **Вариант 4.**

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $OZ$  и через точку  $M(-3;1;-2)$ .

2. Вычислить расстояние точки  $A(3;1;-1)$  от плоскости  $22x + 4y - 20z - 45 = 0$ .

3. Вычислить угол между плоскостями  $4x - 5y + 3 = 0$  и  $x - 4y - z + 9 = 0$ .

4. Привести к каноническому виду уравнения прямой  $\begin{cases} 2x - 3y - 3z - 9 = 0, \\ x - 2y + z + 3 = 0. \end{cases}$

5. Найти точку, симметричную с точкой  $B(4;3;10)$  относительно прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}.$$

#### **Вариант 5.**

1. Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма.

2. Найти элементарные делители  $\lambda$  – матрицы:

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda - 2 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda - 2 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицу  $A$  к жордановой нормальной форме:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

#### **Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)**

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

5-6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3-4 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более

менее 3 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

*Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС -*

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

1. Определить число инверсий в перестановке 1,9,6,3,2,5,4,7,8  
 -: 15                      -: 12                      +: 13                      -: 14
2. Число различных перестановок длины 6 равно ...  
 -: 750                      +: 720                      -: 360                      -: 700
3. Декремент подстановки  $\begin{pmatrix} 137984652 \\ 231487569 \end{pmatrix}$  равен ...  
 -: 4                      -: 2                      +: 5                      -: 3
4. Если в определителе строки и столбцы поменять местами, то определитель:  
 -: поменяет знак  
 -: станет равным нулю  
 +: не изменится  
 -: увеличится на постоянное число
5. Вычислить  $\begin{vmatrix} 12 & 30 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$   
 -: 60                      +: - 60                      -: 180                      -: 120
6. Вычислить  $3 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$   
 +: 11                      -: - 17                      -: - 23                      -: 23
7. Произведение определителей  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 8 \end{vmatrix} \cdot (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$  равно:  
 -: 15                      -: 14                      -: 32                      +: - 16
8. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$   
 -: - 8                      -: - 7                      -: 20                      +: -19

9. Определитель 4-го порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$  равен:

$\therefore 14$ 
 $\therefore 15$ 
 $\therefore 0$ 
 $\therefore 1$

10. Сколько миноров 2-го порядка содержит определитель 3-го порядка?

$\therefore 3$ 
 $\therefore 6$ 
 $\therefore 16$ 
 $\therefore 9$

11. Алгебраическим дополнением в определителе  $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ b & 5 & c \end{vmatrix}$  к элементу  $a_{12}$  будет

$\therefore -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b & c \end{vmatrix};$ 
 $\therefore \begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix};$ 
 $\therefore \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & c \end{vmatrix};$ 
 $\therefore \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ b & 5 \end{vmatrix}.$

12. Из перечисленных матриц  $A_{2 \times 5}, B_{6 \times 7}, C_{5 \times 4}, D_{3 \times 4}, K_{6 \times 4}, N_{3 \times 7}$  можно перемножить между собой

$\therefore D_{3 \times 4} \text{ и } K_{6 \times 4}$ 
 $\therefore B_{6 \times 7} \text{ и } N_{3 \times 7}$

$\therefore B_{6 \times 7} \text{ и } K_{6 \times 4}$ 
 $\therefore A_{2 \times 5} \text{ и } C_{5 \times 4}$

13. Рангом матрицы называется ...

$\therefore$  число линейно независимых строк

$\therefore$  число линейно независимых векторов

$\therefore$  максимальное число линейно независимых строк (столбцов)

$\therefore$  ее порядок

14. Произведение матриц  $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  равно:

$\therefore \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \end{pmatrix}$ 
 $\therefore (13 \ 7)$

$\therefore (7 \ 13)$ 
 $\therefore \begin{pmatrix} -7 & -13 \end{pmatrix}$

15. Матрица  $A^*$  (присоединенная) к матрице  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  имеет вид:

$\therefore \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $\therefore \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 
 $\therefore \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

16. Матрица  $A^{-1}$  обратная к заданной матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  имеет вид:

$\therefore \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ 
 $\therefore 5 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

$\therefore \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ 
 $\therefore 5 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

17. Координаты точки  $M(x, y)$ , делящей отрезок  $M_1M_2$  в отношении  $\lambda$  определяются по формулам

$$\therefore x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\therefore x = \frac{x_1 + x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{1 + \lambda}$$

$$+ : x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$$

$$\therefore x = \frac{x_1 + y_1}{1 + \lambda x_2}, \quad y = \frac{x_2 + y_2}{1 + \lambda x_1}$$

**18.** Уравнение вида  $Ax + By = 0$  определяет прямую

-: параллельную оси  $Ox$

-: параллельную оси  $Oy$

+: проходящую через  $O(0,0)$

-: в отрезках

**19.** Прямая задана уравнением  $Ax + C = 0$ , значит она

-: параллельна оси  $Ox$

-: проходит через ось  $Ox$

+: параллельна оси  $Oy$

-: проходит через ось  $Oy$

**20.** Отметьте правильный ответ

Прямая задана уравнением  $Ax = 0$ , значит она

-: параллельна оси  $Ox$

-: совпадает с осью  $Ox$

-: параллельна оси  $Oy$

+: совпадает с осью  $Oy$

**21.** В уравнении  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  числа  $a, b$  определяют:

-: координаты вектора нормали

+: отрезки, отсекаемые прямой на осях координат

-: координаты точки, принадлежащей этой прямой

-: направляющие косинусы перпендикуляра к этой прямой

**22.** Если даны координаты трех вершин треугольника  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  и  $C(x_3, y_3)$ , то его площадь можно вычислить по формуле

$$\therefore S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ y_1 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\therefore S = \pm \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$+ : S = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & 1 & y_1 \\ x_2 & 1 & y_2 \\ x_3 & 1 & y_3 \end{vmatrix}$$

**23.** Уравнение вида  $\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}$  является

-: уравнением прямой линии с угловым коэффициентом

-: общим уравнением прямой линии

+: каноническим уравнением прямой линии

-: параметрическим уравнением прямой линии

**24.** В уравнения прямой линии  $\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}$  вектор  $q(m, n)$  является

-: вектором нормали

-: единичным вектором

+: вектором, параллельным прямой линии

-: ортом

**25.** Уравнение  $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$  называется

-: общим уравнением прямой линии

-: каноническим уравнением прямой линии

- : параметрическим уравнением прямой линии
- +: нормальным видом уравнения прямой линии

26. Нормирующий множитель имеет знак

- : всегда положительный
- : равный знаку свободного члена общего уравнения прямой
- : всегда отрицательный
- +: противоположный знаку свободного члена общего уравнения прямой

27. Пучком прямых называется совокупность прямых

- : параллельных данной прямой
- : проходящих через две данные точки
- : перпендикулярных данной прямой
- +: проходящие через данную точку

28. Прямые  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$  перпендикулярны при выполнении условия

$$-: \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \quad +: A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \quad -: A_1A_2 - B_1B_2 = 0 \quad -: \frac{A_1}{B_1} = \frac{B_2}{A_2}$$

29. Тангенс угла между прямыми  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$  вычисляется по формуле

$$+: \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2} \quad -: \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{A_1B_2 - A_2B_1}$$

$$-: \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1B_1 - A_2B_2}{A_1A_2 + B_1B_2} \quad -: \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1B_1 - A_2B_2}{A_1A_2 - B_1B_2}$$

30. Тангенс угла между прямыми  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$  вычисляется так:

$$-: \operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 + k_2}{1 - k_1 \cdot k_2} \quad -: \operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 + k_2}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

$$+: \operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} \quad -: \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$$

31. Прямые  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  и  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$  параллельны при

$$+: \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \quad -: A_1A_2 + B_1B_2 = 0$$

$$-: A_1A_2 - B_1B_2 = 0 \quad -: \frac{A_1}{B_2} = \frac{A_2}{B_1}$$

32. Отметьте правильный ответ

Правило Крамера применимо к СЛУ, если ...

- : число неизвестных не равно числу уравнений
- : определитель системы равен 0
- +: число неизвестных равно числу уравнений
- : определитель системы равен 1

17. Отметьте правильный ответ

Необходимое и достаточное условие совместности СЛУ:

- +: ранг матрицы был равен рангу расширенной матрицы  $r(A) = r(\bar{A})$
- :  $r(A) = r(\bar{A}) + 1$
- :  $r(A) = n$
- :  $r(A) = r(\bar{A}) = 1$

### ***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 89 – 100% от общего объема заданных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 – 88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 – 69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30 – 49% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 – 29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

### ***5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации***

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Алгебра и геометрия» в виде проведения зачета или экзамена.

Для получения экзамена в 1 семестре студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к экзамену студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На экзамене он может повысить сумму баллов от 61 и выше (до 100), необходимых для получения экзамена.

Для получения зачёта во 2 семестре студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к зачёту студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На зачёте он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачёта. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал 61 и более баллов, то ему может выставляться зачёт без сдачи.

### ***Вопросы, выносимые на экзамен 1 семестр***

1. Множества. Операции над множествами. Соответствия и отношения.
2. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
3. Преобразование строк (столбцов). Определителя, сохраняющие определитель.
4. Определители произвольного порядка. Транспонирование и его свойства.



5. Кольцо. Простейшие свойства. Примеры.
6. Разложение подстановки в циклы. Понятие о декременте. Четные и нечетные подстановки.
7. Группа. Подгруппы в группе. Примеры.
8. Подстановки. Умножение подстановок. Свойства.
9. Алгебраические системы с одной бинарной операцией.
10. Транспозиция в перестановках. Теорема о транспозициях.
11. Действия над многочленами. Свойства. Делимость многочленов.
12. Перестановки. Четные и нечетные перестановки.
13. Методы вычисления ранга матрицы.
14. Умножение прямоугольных матриц, матричный вывод правила Крамера.
15. Обратная матрица. Условие существования.
16. Теорема об определителе произведения матрицы.
17. Действия над матрицами. Кольцо квадратных матриц.
18. Система однородных линейных уравнений, свойства решений.
19. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
20. Арифметическое пространство. Линейная зависимость векторов. Свойства. Ранг и база системы векторов.
21. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
22. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
23. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Правило Крамера.
24. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы, их существование, свойства.
25. Миноры и алгебраические дополнения в простом и обобщенном смысле.
26. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме.
27. Вычисление определителя методом приведения к нулю элементов строки (столбца).
28. Геометрическая интерпретация, тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
29. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
30. Поле комплексных чисел. Необходимость введения. Алгебраическая запись. Сопряженные комплексные числа. Свойства.
31. Метод вычисления определителя, основанный на теореме Лапласа.
32. Размерность и базис пр-ва. Фундаментальная система решений однородной системы.

### ***Вопросы, выносимые на экзамен 2 семестр***

1. Корни многочленов, связь с делимостью на двучлен. Кратные корни. Теорема Виета.
2. Основная теорема теории многочленов. Следствие.
3. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида.
4. Схема Горнера. Теорема Безу.
5. Делимость многочленов без остатка. Свойства.
6. Делимость многочленов с остатком.
7. Кольцо многочленов  $P[x]$ . Свойства.
8. Схема Горнера. НОД. Алгоритм Евклида.
9. Эллипс. Каноническое уравнение. Свойства Эллипса.
10. Гипербола. Каноническое уравнение. Свойства.
11. Парабола. Каноническое уравнение. Свойства.
12. Уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
13. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
14. Уравнение плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
15. Уравнение прямой в пространстве.
16. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

17. Системы координат. Формулы преобразования координат.
18. Линейные операции над векторами. Свойство.
19. Скалярное произведение векторов.
20. Векторное произведение векторов.
21. Выражение скалярного и векторного произведения векторов через координаты.
22. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл.
23. Линейное (векторное) пространство. Базис и размерность пространств.
24. Матрица перехода, связь координат.
25. Подпространства. Линейная оболочка, ее размер и базис.
26. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана.
27. Евклидовы пространства. Определение. Свойство.
28. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского.
29. Ортогональные базисы. Теорема существования.
30. Ортонормированные базисы. Свойства.
31. Изоморфизм евклидовых пространств.
32. Линейные преобразования, связь с матрицами. Ранг линейного преобразования.
33. Действия над линейными преобразованиями.
34. Изменение координат при линейном преобразовании. Изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса.
35. Собственные векторы и собственные значения.
36. Общее уравнение КВП. Приведение общего уравнения КВП к каноническому виду.
37. Применение инвариантов для определения вида КВП.
38. Применение инвариантов для определения типа ПВП.
39. Инварианты общего преобразования. ПВП.
40. Применение инвариантов для приведения общего уравнения КВП к каноническому виду.
41. Инварианты параллельного переноса для ПВП. Инварианты поворота осей для ПВП.
42. Классификация КВП.
43. Классификация ПВП.
44. Эллипсоиды. Свойства.
45. Параболоиды. Свойства.
46. Гиперболоиды. Свойства.
47. Центр поверхности второго порядка.
48. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
49. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида. Свойства.
50. Общее уравнение ПВП. Центральные ПВП.
51. Определение КВП пятью точками. Центр КВП
52. Применение инвариантов для определения типа ПВП.
53. Инварианты поворота осей и общего преобразования ПВП.
54. Квадратичные формы. Теорема о ранге квадратичной формы.
55. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа.
56. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Эквивалентные квадратичные формы.
57. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
58. Приведение квадратичной формы к главным осям.
59. Ортогональные преобразования евклидовых пространств.
60. Ортогональные матрицы и их свойства.
61. Задание линейного преобразования диагональной матрицей. Теорема.
62. Характеристические матрицы. Характеристические корни.
63. Собственные векторы. Собственные значения.
64. Полиномиальные матрицы. Элементарные преобразования

65. Эквивалентность  $\lambda$ -матриц. Канонический вид.
66. Единственность канонического вида  $\lambda$ -матриц.
67. Критерий эквивалентности  $\lambda$ -матриц. Критерий эквивалентности полиномиальных матриц. Унимодулярные матрицы и их эквивалентность единичной матрице.
68. Жорданова форма матрицы. Канонический вид.

### ***Шкала оценивания планируемых результатов обучения в 1 семестре***

**«отлично»** 91-100 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

**«хорошо»** 81-90 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

**«удовлетворительно»** 61-80 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

**«неудовлетворительно»** 36-60 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

### ***Шкала оценивания планируемых результатов обучения во 2 семестре***

**Незачтено (36–60)** - Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.

**Зачтено (61–70)** - Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба

вопроса. Студенту, имеющему 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

## 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Алгебра и геометрия» в 1 семестре является экзамен, во 2 - зачет.

### *Распределение баллов текущего и рубежного контроля*

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма в баллах	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	10	3	3	4
2.	Текущий контроль:	до 30	до 10	до 10	до 10
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	0 -15	0 - 5	0 -5	0 - 5
3.	Рубежный контроль	до 30	до 10	до 10	до 10
	<i>тестирование</i>	0- 12	0- 4	0- 4.	0- 4.
	<i>коллоквиум</i>	0 - 18	0 - 6	0 -6	0 - 6
4	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70	до 23	до 23	до 24

*Целью промежуточных аттестаций* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ОПК-1 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения	Индикаторы достижения компетенции (для	Основные показатели оценки	Вид оценочного материала,
---------------------	--	----------------------------	---------------------------

(компетенции)	планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	результатов обучения	обеспечивающий формирование компетенций
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Способен применять базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	<b>ОПК-1.1.</b> 3-1. Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат, связанный с прикладной математикой и информатикой <b>ОПК-1.1.</b> У-1. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач <b>ОПК-1.1.</b> В-1. Владеет навыками решения задач в профессиональной деятельности на основе фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных	Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1 №№ 5-19, 30-41 и др.); типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3., №№ 1-19, 25-28 и др.); Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1, задания к варианту 3-4); типовые тестовые задания (раздел 5.2.2, №№ 1-8, 9-15 и др.); типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3., №№ 20-32, 51-60 и др.)
	<b>ОПК-1.2.</b> Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	<b>ОПК-1.2.</b> 3-1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук <b>ОПК-1.2.</b> У-1. Умеет	

		использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. <b>ОПК-1.2.</b> В-1. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний наук	
--	--	--	--

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт по образовательным программам ВО (ФГОС 3++) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата). Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. №9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937);
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)
4. Программа «Цифровая экономика», утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. №1632-р.
5. Указ Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. №203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы».

### 7.2. Основная литература

1. Михалев А.А. Алгебра матриц и линейные пространства [Электронный ресурс]/ Михалев А.А., Михалев А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-

- Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 145 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52180.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Ледовская Е.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач [Электронный ресурс]: практикум/ Ледовская Е.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2017.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/76710.html>.— ЭБС «IPRbooks»3.
  3. Шерстов С.В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Матрицы и системы уравнений [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Шерстов С.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2015.— 17 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/64171.html>.— ЭБС «IPRbooks
  4. Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гусак А.А.— Электрон. текстовые данные.— Минск: ТетраСистемс, 2011.— 265 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28035.html>.— ЭБС «IPRbooks»

### ***7.3. Дополнительная литература***

1. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Елькин А.Г.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2018.— 95 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Бобылева Т.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Бобылева Т.Н., Кирьянова Л.В., Титова Т.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: МИСИ-МГСУ, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018.— 144 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80626.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Емельянова Т.В., Кольчатов А.М.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 184 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74559.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Ахметгалиева В.Р. Математика. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ахметгалиева В.Р., Галяутдинова Л.Р., Галяутдинов М.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2017.— 60 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65863.html>.— ЭБС «IPRbooks»

### ***7.4. Периодические издания***

1. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.

2. Известия РАН. Серия математическая
3. Успехи математических наук.

### **7.5. Интернет – ресурсы**

При изучении дисциплины «Алгебра и геометрия» студентам полезно пользоваться следующими Интернет – ресурсами:

*–общие информационные, справочные и поисковые:*

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
3. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>
4. Электронно-библиотечная система «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ. **Перечень актуальных электронных информационных баз данных,**

**к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ  
(2022-2023 уч. год)**

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации- владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ»	Полный доступ
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ,



		об их цитировании из более 4500 российских журналов.			имеющихся в РИНЦ
3.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelibrary.ru">http://www.medcollegelibrary.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07-2022</b> От 26.09.2022 Активен до 30.09.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке) »	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва) <b>Договор №701КС/02-2022</b> от 13.04.2022 Активен до 19.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №6ЕП/223</b> от 15.02.2022 Активен до 28.02.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека» <b>Договор №101/НЭБ/166</b> 6-п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудио изданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) <b>Договор №9200/22П</b> от 08.04.2022 Активен до 02.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

8.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №192/ЕП-223</b> От 29.10.2021 Активен до 31.10.2022 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
10.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) <b>Соглашение от 15.11.2016г.</b> Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

#### ***7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы***

Учебная работа по дисциплине «Алгебра и геометрия» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Алгебра и геометрия» для обучающихся***

Цель курса «Алгебра и геометрия» - подготовка обучающихся, обладающих знаниями в теории определителей, алгебре матриц, теории многочленов, теории кривых и поверхностей.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в

свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа (по В.И. Далою «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;

- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;
4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания

предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

#### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из

них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:
  - медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
  - выделить ключевые слова в тексте;
  - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену***

Экзамен 1 семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета



относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

#### **Методические рекомендации для подготовки к зачету**

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся во 2 семестре по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень

усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов. В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания. Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа: - самостоятельная работа в течение семестра; - непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса; - подготовка к ответу на зачетные вопросы. При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу. На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме. При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено».

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

***зарубежное лицензионное программное обеспечение:***

<b>№</b>	<b>Производитель</b>	<b>Наименование</b>	<b>Лицензии</b>	<b>№ договора на 2020 год</b>	<b>№ договора на 2021 год</b>
1.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
2.	MSAcademicEES	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223

№	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
3.	MSAcademicEES	Core CALClient Access License ALNG LicSAPk MVL DvcCAL A Faculty EES	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
4.	MSAcademicEES	WINEDUperDVC ALNG UpgrdSAPk MVL A Faculty EES (Корпоративная подписка на продукты Windows операционная система и офис)	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №10/ЭА-223
5.	StatSoft	Statistica Ultimate Academic for Windows 13 Russian/13 English на 500 пользователей Локальная версия (Named User) Годовая лицензия	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
6.	Mathlab/Simulink	ТАН-25	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР №80/ЕЛ-223
7.	Embarcadero	RAD Studio Architect <b>Concurrent</b> AcademicEdition 1 Year Term License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
8.	AdobeCreativeCloud	Adobe Creative Cloud for Teams – All Apps. Лицензии Education Device license для образовательных организаций	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
9.	Sketchup	SketchUp Pro 2020 - License for Education -- LAB for 1 year.	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
10.	PTC	Mathcad Education - University Edition Subscription (50 pack)	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
11.	Corel	CorelDRAW Graphics Suite	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
12.	ABBYY	ABBYY FineReader	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

*Зарубежное программное обеспечение (свободно распространяемое)*

№	Производитель	Наименование	Лицензии
1.		Web Browser - Firefox	Бесплатно
2.		AtomEditor	Бесплатно
3.		Python	Бесплатно

№	Производитель	Наименование	Лицензии
4.	IBM	Eclipse	Бесплатно
5.	Фирма Sun Microsystems	Apache OpenOffice	Бесплатно

***Российское лицензионное программное обеспечение:***

№	Производитель	Наименование	Лицензии	№ договора на 2020 год	№ договора на 2021 год
1.	Kaspersky	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal License	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223
2.	DrWeb	Dr.Web Desktop Security Suite Комплексная защита + Центр управления на 12 мес., 200 ПК, продление	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	-
3.		Антиплагиат ВУЗ	лицензия	ДОГОВОР №20/ЭА-223	ДОГОВОР № 15/ЭА-223

***Российское программное обеспечение (свободно распространяемое)***

№	Производитель	Наименование	Комментарии	Сроки лицензии
1.	StarForce Technologies, Россия, Москва	Foxit PDF Reader	для просмотра электронных документов в стандарте PDF	Бесплатно
2.	Россия	7zip	архиватор	Бесплатно

***8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья***

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)
  - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие

средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;
- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 9. Лист изменений (дополнений)

в рабочую программу по дисциплине «Алгебра и геометрия» направления подготовки  
01.03.02 – Прикладная математика и информатика  
профиль «Математическое и компьютерное моделирование» на 2022-2023 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры  
алгебры и дифференциальных уравнений  
протокол № 1 от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Зав. кафедрой А и ДУ \_\_\_\_\_/Нирова М.С.