

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный  
университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы Ф.Х. Кудоева  
« 30 » мая 2023г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института  
А.Х. Шапсигов  
« 30 » мая 2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
«МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ»**

**01.03.02 - Прикладная математика и информатика**  
(код и наименование направления подготовки)

**«Математическое моделирование и вычислительная математика»**  
(наименование профиля подготовки)

**Бакалавр**  
Квалификация (степень) выпускника

**Очная**  
Форма обучения

Нальчик - 2023

Рабочая программа дисциплины «Методы построения однородных разностных схем» / сост. Ф.М. Нахушева – Нальчик: КБГУ, 2023, – 54 с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика» VIII семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» марта 2015 г. № 228 (зарегистрировано в Минюсте России 14.04.2015 г. №36844).

## Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	6
3. Требования к результатам освоения дисциплины .....	6
4. Содержание и структура дисциплины .....	10
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....	14
5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.....	15
5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля .....	32
5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.....	41
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности .....	43
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	46
7.1. Нормативно-законодательные акты.....	46
7.2. Основная литература .....	46
7.3. Дополнительная литература.....	46
7.4. Периодические издания.....	46
7.5. Интернет-ресурсы.....	46
7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам .....	47
7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы .....	50
7.8. Программное обеспечение современных информационно-коммуникационных технологий.....	55
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.1. Требования к материально-техническому обеспечению .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9. Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	55

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Методы построения однородных разностных схем» является дисциплиной по выбору по подготовке выпускников направления 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика» и входит в проблематику, связанную с решением численными методами дифференциальных уравнений (обыкновенных, в частных производных, многомерных) и их исследованием современными средствами. Будут изложены различные методы построения разностных схем, приемы построения аппроксимирующих схем.

**Цель** освоения дисциплины:

- подготовка выпускника, владеющего основными методами построения однородных разностных схем (ОРС);
- формирование системы теоретических, методических знаний и практических навыков построения однородных разностных схем для прикладных задач математической физики, оптимального подбора метода для конкретной практической задачи;
- показать, что при формулировке разностной задачи, помимо аппроксимации дифференциального уравнения, необходимо описать в разностном виде дополнительные условия (краевые и начальные), обеспечивающие выделение единственного решения из всей совокупности возможных решений;
- показать, что при решении задачи приближенным методом надо иметь предварительное суждение о том, с какой точностью можно приблизить точное решение задачи;
- показать, что вопрос о связи порядка точности с порядком аппроксимации сводится к вопросу о характере зависимости решения разностной задачи от правой части;
- показать, что устойчивость есть внутреннее свойство разностной краевой задачи и оно формулируется независимо от какой-либо связи с дифференциальной краевой задачей (в частности от аппроксимации и сходимости), однако, если разностная краевая задача аппроксимирует на решении дифференциальную задачу и устойчива, то имеет место сходимость и при этом порядок скорости сходимости относительно шага сетки совпадает с порядком аппроксимации;
- показать, что понятия сходимости, аппроксимации и устойчивости имеют смысл, если тем или иным способом введены нормы в пространствах, которым принадлежат решение и правая часть схемы;
- показать, что обычно принято выбирать норму так, чтобы при стремлении шага к нулю она переходила в ту или иную норму заданных на всем отрезке функций, в которой удастся доказать сходимость изучаемой конкретной разностной схемы;
- показать основные приемы построения аппроксимирующих схем: замена производных разностными отношениями; метод неопределенных коэффициентов (более общий способ построения разностных схем, состоящий в том, что приближается не каждая производная в отдельности, а сразу весь дифференциальный оператор) с использованием трехточечного и четырехточечного шаблона с аппроксимацией первого порядка по шагу  $h$ , а также с использованием четырехточечного шаблона с аппроксимацией второго порядка по  $h$ ;
- показать, что в методе неопределенных коэффициентов можно подобрать коэффициенты таким образом, чтобы получить нужный порядок аппроксимации;
- показать, что метод неопределенных коэффициентов применим и в случае уравнений с переменными коэффициентами, и в случае нелинейных задач, и в случае схем с переменным шагом (т.е. неравномерной сетки);
- показать, что методом неопределенных коэффициентов можно убедиться в единственности формул с использованием трех узлов (с точностью до несущественного произвола есть только один набор коэффициентов, при котором имеет место точность первого порядка);

– рассмотреть два существующих весьма важных приема построения разностных схем: *первый* – основан на использовании записи дифференциального уравнения, для которого строится разностная схема, в форме интегрального закона сохранения и получаются дивергентные схемы (необходимость в использовании такого приема возникает при расчете обобщенных решений, не обладающих достаточным числом производных или даже вообще разрывных); *второй* – метод конечных элементов основан на использовании той или иной вариационной постановки дифференциальной краевой задачи, решение которой надо вычислить (здесь получаются вариационно-разностные схемы или проекционно-разностные), что позволяет строить разностные схемы на нерегулярных сетках, более мелких там, где решение меняется более быстро;

– рассмотреть приемы конструирования граничных условий при построении разностных схем на примере различных уравнений – переноса, теплопроводности с постоянными и переменными коэффициентами, нелинейной задачи о теплопроводности;

– показать необходимость сохранения свойства физического процесса при переходе от непрерывной среды к дискретной модели, что необходимо, чтобы разностные схемы отражали в пространстве сеточных функций основные свойства дифференциальных уравнений (самосопряженность и знакоопределенность оператора, выполнение определенных априорных оценок);

– рассмотреть интегро-итерполяционный метод получения разностных схем заданного качества (два способа – с использованием уравнения баланса и квадратурных формул, а также основанный на двукратном интегрировании дифференциального уравнения);

– рассмотреть вариационно-разностные методы (Ритца и Бубнова – Галёркина, а также свойства оператора уравнения, которые должны иметь место для применения того или иного метода);

– рассмотреть метод сумматорных тождеств (метод аппроксимации интегрального тождества);

– рассмотреть метод аппроксимации квадратичного функционала;

– показать, что методы расщепления многомерных задач математической физики основаны на идее расщепления сложных операторов на простейшие, в результате чего интегрирование исходного уравнения сводится к последовательному интегрированию уравнений более простой структуры; что при этом схемы должны удовлетворять условиям аппроксимации и устойчивости только в окончательном итоге – что дает возможность гибкого построения схем для основных уравнений математической физики;

– рассмотреть метод переменных направлений (продольно-поперечную схему) – схему Кранка – Николсона и схему Писмена – Рэкфорда с рассмотрением вопросов их устойчивости и сходимости;

– рассмотреть метод стабилизирующей поправки;

– рассмотреть схемы с факторизованным оператором (экономичные факторизованные схемы) – построение, аппроксимацию граничных условий, доказательство устойчивости;

– рассмотреть метод суммарной аппроксимации (возможности применения, осуществление перехода со слоя на слой, погрешность аппроксимации аддитивной схемы, расширение понятия аппроксимации, сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач);

– рассмотреть локально-одномерную схему (ЛОС) для уравнения теплопроводности в произвольной области (аппроксимация в регулярных и нерегулярных узлах, погрешность аппроксимации ЛОС, устойчивость, равномерная сходимость);

– научить овладению практическими навыками построения разностных схем.

В результате освоения данной дисциплины обеспечивается достижение целей основной образовательной программы по направлению «Прикладная математика и информатика». Приобретенные знания, умения и навыки позволяют подготовить выпускника к научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики, к производственно-

технологической деятельности в области создания современных систем для решения прикладных задач.

**Задачи освоения дисциплины:** выработка у студентов навыков использования различных приемов и методов построения однородных разностных схем для численного решения задач математической физики.

В результате изучения дисциплины студенты должны научиться применять конкретные приемы и методы построения разностных схем при численном решении задач математической физики. Они должны свободно ориентироваться во всех излагаемых методах построения разностных схем:

- метод неопределенных коэффициентов;
- интегро-интерполяционный метод;
- вариационно-разностные методы (Ритца и Бубнова – Галёркина);
- метод сумматорных тождеств (метод аппроксимации интегрального тождества);
- метод аппроксимации квадратичного функционала;
- метод переменных направлений (схемы Кранка – Николсона и Писмена – Рэкфорда);
- экономичные факторизованные схемы;
- метод суммарной аппроксимации (локально-одномерные схемы).

В результате изучения дисциплины студенты должны свободно ориентироваться в различных методах построения разностных схем и научиться строить однородные разностные схемы для различных задач математической физики. Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию точного научного мышления, повышению программистской и исследовательской культуры для решения конкретных практических задач, возникающих в реальном мире.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Методы построения однородных разностных схем» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика».

Дисциплина «Методы построения однородных разностных схем» логически и содержательно-методически взаимосвязана с такими дисциплинами ОПОП ВО, как «Линейная алгебра», «Численные методы», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Уравнения в частных производных», «Разностные методы решения задач математической физики», «Вариационные методы математической физики» и базируется на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения этих дисциплин.

Дисциплина позволит расширить теоретическую подготовку бакалавра, получить практические навыки по применению методов построения однородных разностных схем для решения прикладных задач.

Освоение основных положений данной дисциплины необходимо для прохождения преддипломной практики и написания выпускной квалификационной работы (бакалаврской работы).

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины**

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Математическое моделирование и вычислительная математика» дисциплина «Методы построения однородных разностных схем» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата):

**общефессиональных компетенций (ОПК) по видам профессиональной деятельности:**

**профессиональных (ПКС):**

Коды	Содержание компетенций
ПКС-2.1	Способен владеть методами, технологиями и инструментами разработки программного обеспечения
ПКС-2.2	Способен работать с современными системами программирования, проектировать программное обеспечение

В результате изучения дисциплины «Методы построения однородных разностных схем» студент должен:

**знать:**

- что при формулировке разностной задачи, помимо аппроксимации дифференциального уравнения, необходимо описать в разностном виде дополнительные условия (краевые и начальные), обеспечивающие выделение единственного решения из всей совокупности возможных решений;

- что при решении задачи приближенным методом надо иметь предварительное суждение о том, с какой точностью можно приблизить точное решение задачи;

- что вопрос о связи порядка точности с порядком аппроксимации сводится к вопросу о характере зависимости решения разностной задачи от правой части;

- что устойчивость есть внутреннее свойство разностной краевой задачи и оно формулируется независимо от какой-либо связи с дифференциальной краевой задачей (в частности от аппроксимации и сходимости), однако, если разностная краевая задача аппроксимирует на решении дифференциальную задачу и устойчива, то имеет место сходимость и при этом порядок относительно шага сетки скорости сходимости совпадает с порядком аппроксимации;

- что понятия сходимости, аппроксимации и устойчивости имеют смысл, если тем или иным способом введены нормы в пространствах, которым принадлежат решение и правая часть схемы;

- что обычно принято выбирать норму так, чтобы при стремлении шага к нулю она переходила в ту или иную норму заданных на всем отрезке функций, в которой удастся доказать сходимость изучаемой конкретной разностной схемы.

- основные приемы построения аппроксимирующих схем (замена производных разностными отношениями);

- метод неопределенных коэффициентов – более общий способ построения разностных схем, состоящий в приближении не каждой производной в отдельности, а сразу всего дифференциального оператора с использованием трехточечного и четырехточечного шаблона с аппроксимацией первого порядка по шагу  $h$ , а также с использованием четырехточечного шаблона с аппроксимацией второго порядка по  $h$ ;

- что в методе неопределенных коэффициентов можно подобрать коэффициенты таким образом, чтобы получить нужный порядок аппроксимации;

- что метод неопределенных коэффициентов применим и в случае с переменными коэффициентами, в случае нелинейных задач, в случае схем с переменным шагом (в случае неравномерной сетки);

- что методом неопределенных коэффициентов можно убедиться в единственности формул с использованием трех узлов (с точностью до несущественного произвола есть только один набор коэффициентов, при котором имеет место точность первого порядка);

- два существующих весьма важных приема построения разностных схем: *первый* – основан на использовании записи дифференциального уравнения, для которого строится

разностная схема, в форме интегрального закона сохранения и получаются дивергентные схемы и, что необходимость в использовании такого приема возникает при расчете обобщенных решений, не обладающих достаточным числом производных или даже вообще разрывных; *второй* – метод конечных элементов, основанный на использовании той или иной вариационной постановки дифференциальной краевой задачи, решение которой надо вычислить и, что в этом случае получаются вариационно-разностные схемы (или проекционно-разностные), что такой прием позволяет строить разностные схемы на нерегулярных сетках, более мелких там, где решение меняется более быстро;

- приемы конструирования граничных условий при построении разностных схем на примере различных уравнений – переноса, теплопроводности с постоянными и переменными коэффициентами, нелинейной задачи о теплопроводности;

- методы построения однородных разностных схем (ОРС);

- что необходимо сохранять свойства физического процесса при переходе от непрерывной среды к дискретной модели, что необходимо, чтобы разностные схемы отражали в пространстве сеточных функций основные свойства дифференциальных уравнений (самосопряженность и знакоопределенность оператора, выполнение определенных априорных оценок);

- интегро-итерполяционный метод получения разностных схем заданного качества (два способа – с использованием уравнения баланса и квадратурных формул, а также основанный на двукратном интегрировании дифференциального уравнения);

- вариационно-разностные методы (Ритца и Бубнова – Галёркина – свойства оператора уравнения, которые должны иметь место для применения того или иного метода);

- метод сумматорных тождеств (метод аппроксимации интегрального тождества);

- метод аппроксимации квадратичного функционала;

- что методы расщепления многомерных задач математической физики основаны на идее расщепления сложных операторов на простейшие операторы;

- что в методах расщепления интегрирование исходного уравнения сводится к последовательному интегрированию уравнений более простой структуры; что при этом схемы должны удовлетворять условиям аппроксимации и устойчивости только в окончательном итоге – что дает возможность гибкого построения схем для основных уравнений математической физики;

- метод переменных направлений (продольно-поперечную схему) – схему Кранка – Николсона и схему Писмена – Рэкфорда с рассмотрением вопросов их устойчивости и сходимости;

- метод стабилизирующей поправки;

- схемы с факторизованным оператором (экономичные факторизованные схемы) – построение, аппроксимацию граничных условий, доказательство устойчивости;

- метод суммарной аппроксимации (возможности применения, осуществление перехода со слоя на слой, погрешность аппроксимации аддитивной схемы, расширение понятия аппроксимации, сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач);

- локально-одномерную схему (ЛОС) для уравнения теплопроводности в произвольной области (аппроксимация в регулярных и нерегулярных узлах, погрешность аппроксимации ЛОС, устойчивость, равномерная сходимость);

- область применимости изучаемых методов построения разностных схем;

#### **уметь:**

- описывать в разностном виде дополнительные условия (краевые и начальные), обеспечивающие выделение единственного решения из всей совокупности возможных решений;



– выбирать норму, чтобы при стремлении шага к нулю она переходила в ту или иную норму заданных на всем отрезке функций, в которой удастся доказать сходимость изучаемой конкретной разностной схемы.

– применять основные приемы построения аппроксимирующих схем: замену производных разностными отношениями; метод неопределенных коэффициентов с использованием трехточечного и четырехточечного шаблона с аппроксимацией первого порядка по шагу  $h$ , а также с использованием четырехточечного шаблона с аппроксимацией второго порядка по шагу  $h$ ;

– в методе неопределенных коэффициентов подобрать коэффициенты таким образом, чтобы получить нужный порядок аппроксимации;

– применять метод неопределенных коэффициентов в случае с переменными коэффициентами;

– применять метод неопределенных коэффициентов в случае нелинейных задач;

– применять метод неопределенных коэффициентов в случае схем с переменным шагом (в случае неравномерной сетки);

– методом неопределенных коэффициентов получать единственные формулы решения с использованием трех узлов;

– применять прием построения разностных схем, основанный на использовании записи дифференциального уравнения, для которого строится разностная схема, в форме интегрального закона сохранения и получать дивергентные схемы (при расчете обобщенных решений, не обладающих достаточным числом производных или даже вообще разрывных);

– применять метод конечных элементов, основанный на использовании той или иной вариационной постановки дифференциальной краевой задачи, решение которой надо вычислить;

– с помощью метода конечных элементов строить разностные схемы на нерегулярных сетках, более мелких там, где решение меняется более быстро;

– конструировать граничные условия при построении разностных схем на примере различных уравнений – переноса, теплопроводности с постоянными и переменными коэффициентами, нелинейной задачи о теплопроводности;

– применять методы построения однородных разностных схем (ОРС);

– применять интегро-интерполяционный метод получения разностных схем заданного качества (два способа – с использованием уравнения баланса и квадратурных формул, а также основанный на двукратном интегрировании дифференциального уравнения);

– применять вариационно-разностные методы (Ритца и Бубнова-Галеркина);

– применять метод сумматорных тождеств (метод аппроксимации интегрального тождества);

– применять метод аппроксимации квадратичного функционала;

– применять метод переменных направлений (продольно-поперечную схему), доказывать устойчивость и сходимость полученных схем;

– применять метод стабилизирующей поправки, доказывать устойчивость и сходимость полученных схем;

– применять схемы с факторизованным оператором (экономичные факторизованные схемы), доказывать устойчивость и сходимость полученных разностных схем;

– применять метод суммарной аппроксимации, доказывать устойчивость и сходимость полученных схем;

– строить локально-одномерные схемы (для уравнения теплопроводности в произвольной области, для уравнений с переменными коэффициентами, для квазилинейных уравнений), доказывать устойчивость и равномерную сходимость;

– ориентироваться и оптимально подбирать методы при решении численном решении конкретных практических задач;

**владеть:**

– культурой мышления, основами профессиональной разговорной речи;

- навыками решения практических задач;
- навыками работы с математической литературой;
- навыками решения разностных систем уравнений с трёхдиагональной матрицей с помощью метода прогонки;
- навыками подбора вариационного метода для построения вариационно-разностной схемы для решения конкретной задачи математической физики;
- навыками исследования на устойчивость и сходимость построенных вариационно-разностных схем решения задач.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

**Таблица 1. Содержание дисциплины «Методы построения однородных разностных схем», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций**

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
<b>РАЗДЕЛ I. Введение</b>				
1	Приемы построения разностных схем.	Замена производных разностными отношениями.	ПКС-2	лабораторная работа (ЛР), контрольная работа (К), рубежный контроль (РК)
2	Метод неопределенных коэффициентов.	Подбор коэффициентов с получением нужного порядка аппроксимации. Случай уравнений с переменными коэффициентами, случай нелинейных задач. Схемы с переменным шагом (неравномерная сетка). Применение метода для трёхточечных и четырёхточечных шаблонов. Единственность формул.	ПКС-2	ЛР, К, РК
3	Примеры аппроксимации при построении разностных схем	Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем для различных прикладных задач.	ПКС-2	ЛР, К, РК
<b>РАЗДЕЛ II. Методы построения однородных разностных схем</b>				
4	Интегро-интерполяционный метод	Интегро-интерполяционный метод с использованием уравнения баланса. Интегро-интерполяционный метод с использованием квадратурных формул, основанный на двукратном интегрировании. Алгоритмы реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК

5	Вариационно-разностные методы	Методы Ритца и Бубнова – Галёркина. Необходимые свойства операторов уравнений для применения методов. Алгоритмы реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК
6	Метод сумматорных тождеств	Метод аппроксимации интегрального тождества. Алгоритм реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК
7	Метод аппроксимации квадратичного функционала	Суть метода аппроксимации квадратичного функционала. Алгоритм реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК
РАЗДЕЛ III. Методы расщепления многомерных задач				
8	Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема)	Схемы Кранка – Николсона и Писмена – Рэкфорда. Порядок точности, устойчивость и сходимость схем. Расчетный вид и алгоритм реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК
9	Экономичные факторизованные схемы	Два способа построения двухслойной схемы с факторизованным оператором. Трехслойные факторизованные схемы. Согласование краевых условий. Устойчивость схем. Алгоритмы реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК
10	Метод суммарной аппроксимации	Возможности применения. Погрешность аппроксимации аддитивной схемы. Расширение понятия аппроксимации. Сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач. Локально-одномерная схема (ЛОС) для уравнения теплопроводности в произвольной области (аппроксимация в регулярных и нерегулярных узлах). Погрешность аппроксимации. Устойчивость. Равномерная сходимость. Расчетный вид и алгоритм реализации на ЭВМ.	ПКС-2	ЛР, К, РК

**Таблица 2. Структура дисциплины «Методы построения однородных разностных схем»**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часов	
	VIII семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>48</b>	<b>48</b>
Лекции (Л)	24	24
Практические занятия (ПЗ)	-	-
Семинарские занятия (СЗ)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	24	24
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>69</b>	<b>69</b>
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-
Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	63	63
Контрольная работа (К)	6	6
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	<i>Приемы построения разностных схем.</i> Цель и задачи изучения темы – показать различные варианты замены производных разностными отношениями.
2	<i>Метод неопределенных коэффициентов.</i> Цель и задачи изучения темы – показать возможности подбора коэффициентов с получением нужного порядка аппроксимации для уравнений с переменными коэффициентами и для нелинейных задач в случае равномерной и неравномерной сеток; показать возможности применения для трёхточечных и четырёхточечных шаблонов.
3	<i>Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с различными примерами.
4	<i>Интегро-интерполяционный метод.</i> Цель и задачи изучения темы – раскрыть суть интегро-интерполяционного метода с использованием уравнения баланса и квадратурных формул с помощью двукратного интегрирования.
5	<i>Вариационно-разностные методы.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с методами Ритца и Бубнова – Галёркина и необходимыми свойствами операторов уравнений для применения методов, научить их применять при решении практических задач.
6	<i>Метод сумматорных тождеств.</i> Цель и задачи изучения темы – раскрыть суть метода и научить их применять при решении практических задач.
7	<i>Метод аппроксимации квадратичного функционала.</i>

	<i>Цель и задачи изучения темы</i> – раскрыть суть метода и научить их применять при решении практических задач.
8	<i>Метод переменных направлений.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить со схемами Кранка – Николсона и Писмена – Рэкфорда и научить приводить к расчетному виду и применять их при решении практических задач, строить алгоритмы реализации на ЭВМ.
9	<i>Экономичные факторизованные схемы.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с двумя способами построения двухслойной схемы с факторизованным оператором, построения трехслойной факторизованной схемы, согласовывать краевые условия при построении схем, научить доказывать устойчивость схем, строить алгоритмы реализации на ЭВМ.
10	<i>Метод суммарной аппроксимации.</i> <i>Цель и задачи изучения темы</i> – показать возможности применения метода; научить сводить многомерную задачу к цепочке одномерных задач; ознакомить с локально-одномерными схемами; научить строить схему для уравнения теплопроводности в произвольной области (для регулярных и нерегулярных узлов); научить определять погрешность аппроксимации аддитивной схемы и исследовать её на устойчивость и равномерную сходимость; научить приводить схему к расчетному виду и строить алгоритмы реализации на ЭВМ.

**Таблица 4. Практические занятия** – не предусмотрены

**Таблица 5. Лабораторные работы**

№ п/п	Тема
1.	Приемы построения разностных схем.
2.	Метод неопределенных коэффициентов.
3.	Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем.
4.	Интегро-интерполяционный метод.
5.	Вариационно-разностные методы.
6.	Метод сумматорных тождеств.
7.	Метод аппроксимации квадратичного функционала.
8.	Метод переменных направлений.
9.	Экономичные факторизованные схемы.
10.	Метод суммарной аппроксимации.

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Применение метода неопределенных коэффициентов для получения схемы с переменным шагом (на неравномерной сетке). Применение метода для четырёхточечных шаблонов.
2.	Интегро-интерполяционный метод с использованием квадратурных формул, основанный на двукратном интегрировании.
3.	Определять свойства операторов уравнения, необходимых для применения вариационно-разностных методов Рунге и Бундмана – Галёркина.
4.	Алгоритм реализации на ЭВМ второго способа построения экономичной двухслойной схемы с факторизованным оператором.

5.	Приведение к расчетному виду локально-одномерной схемы для уравнения теплопроводности в произвольной области (в случае регулярных узлов). Построение алгоритма реализации ЛОС на ЭВМ.
----	---

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные материалы предназначены для установления соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Оценочные материалы (ОМ) являются центральным звеном системы оценки качества освоения обучающимися дисциплины. Целью разработки ОМ по дисциплине является оценка знаний, умений, навыков и уровня освоения обучающимися компетенций дисциплины.

ОМ дисциплины является составной частью рабочей программы дисциплины. Это – *оценочные средства, контрольно-измерительные и методические материалы*, предназначенные для определения качества результатов обучения и уровня сформированности комплекций обучающихся в ходе освоения дисциплины.

Оценочные средства формируются на основе ключевых *принципов оценивания*:

- валидность – объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надёжность – при оценивании достижений обучающихся должны использоваться единообразные стандарты и критерии;
- развивающего характера – фиксация персональных достижений обучающихся и предполагаемые мероприятия по улучшению результатов;
- своевременность – поддержание обратной связи с обучающимися при освоении учебных материалов.

Формирование оценочных средств дисциплины проходит следующие *этапы*:

- формируется система показателей, характеризующих состояние и динамику развития компетенций обучающихся и выпускников;
- определяются оценочные средства и процедуры оценивания знаний, умений, навыков, овладения компетенциями обучающихся.

Задания для оценивания умений, навыков и (или) опыта деятельности предусматривают выполнение аттестуемыми действий:

- по обработке информации, выделению ее элементов и выявлению взаимосвязи между ними и т.п.;
- по интерпретации и усвоению информации из разных источников, ее системному структурированию;
- по выявлению значения предмета учебной дисциплины для достижения конкретной цели;
- по решению учебных задач.

На проверку накопленных знаний направлены такие формы контроля, как устный опрос, коллоквиум и компьютерное тестирование. Они проводятся в целях побуждения самостоятельной мыслительной деятельности студентов.

Устный опрос учебной проводится с целью выявления и закрепления полученных знаний и умений, определения уровня подготовленности к изучению новой темы.

Коллоквиум предусматривает развёрнутое изложение по определённому вопросу, основанное на привлечении теоретического материала с целью активизации самостоятельной работы обучающегося по изучению материала. Он позволяет оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом, выявить объем полученных знаний, полученных на занятиях, а также путем самостоятельной работы.

Компьютерное тестирование проводится для закрепления и проверки знаний, умений и навыков с применением технических средств.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида знаний и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий контроль, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

*Контрольные мероприятия по дисциплине* проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

## 5.1. Оценочные материалы для текущего контроля

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных и лабораторных занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Методы построения однородных разностных схем» и включает: ответы на теоретические вопросы на лабораторном занятии, решение практических задач и выполнение заданий на лабораторных занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности и качества выполнения задания.

### 5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Методы построения однородных разностных схем» (контролируемые компетенции ПКС-2)

*Тема: «Приемы построения аппроксимирующих схем»*

1. Где определяется сеточная функция?
2. При выполнении какого условия оператор  $L^h$  локально аппроксимирует оператор  $L$  на функции  $u$  с порядком  $n$ ?
3. При выполнении какого условия оператор  $L^h u = \varphi$  локально аппроксимирует дифференциальную задачу  $Lu = f$  на функции с порядком  $n$  в пространстве  $C$ ?
4. Когда говорят, что разностная схема корректно поставлена?
5. При выполнении какого условия разностная схема устойчива?
6. При каком условии разностная схема неустойчива?
7. Когда говорят, что разностная схема сходится в некоторой норме со скоростью  $O(h^m)$ ?
8. Какое уравнение называют разностным уравнением порядка  $m$ ?
9. Как формально записывается разностное уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению порядка  $m$ ?
10. Какую область рассматривают при построении разностных схем?
11. Каким оператором заменяется дифференциальный оператор при построении разностных схем?
12. К решению какой системы сводится задача о численном решении исходной дифференциальной задачи при построении разностной схемы?
13. Возможно ли при численном решении произвести разностное решение для всех значений аргумента?

14. Как аппроксимируется дифференциальный оператор первого порядка?
15. Что называется погрешностью разностной аппроксимации в точке  $x$ ?
16. Для чего можно использовать разложение погрешности по степеням  $h$ ?
17. Когда говорят, что решение схемы сходится к решению дифференциальной задачи?
18. Когда говорят, что разностная схема обладает  $n$ -ым порядком аппроксимации?
19. Что складывается из погрешности аппроксимации правой части и погрешности аппроксимации оператора?
20. В каком случае говорят, что порядок точности совпадает с порядком аппроксимации?
21. Совпадает ли порядок точности с порядком аппроксимации, если схема устойчива?
22. В каком случае говорят, что понятия сходимости, аппроксимации и устойчивости имеют смысл?
23. Как разумно выбирать норму в случае разрывного решения?
24. Влечет ли равномерная сходимость за собою сходимость в среднем?
25. Следует ли из сходимости в среднем равномерная сходимость?
26. Что может произойти в результате неудачного выбора нормы?
27. Как надо выбирать норму, чтобы правильно выявить порядок точности схемы?
28. Можно ли всегда выбрать норму, чтобы имело место аппроксимация и устойчивость, и какой бы была схема в этом случае?
29. Какой схемой аппроксимируется задача Коши для уравнения переноса?
30. Ускоренное измельчение какого шага по сравнению, с каким шагом означает связь  $\tau = rh^2$ ?
31. Может ли одна и та же разностная схема в случае различной связи между  $\tau$  и  $h$  аппроксимировать различные дифференциальные задачи?
32. Как называется разностная схема, аппроксимирующая различные дифференциальные задачи в случае различной связи между  $\tau$  и  $h$ ?
33. Как аппроксимируется задача Коши для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами на четырехточечном шаблоне?
34. При какой связи шага  $\tau$  и  $h$  схема на четырехточечном шаблоне задачи Коши для уравнения теплопроводности имеет второй порядок точности по шагу  $h$ ?

Тема: «Метод неопределенных коэффициентов»

1. Нужно ли по методу неопределенных коэффициентов делать приближение для каждой производной в отдельности?
2. Что допускается в разностном уравнении по методу неопределенных коэффициентов (что считается неизвестным)?
3. Как подбираются коэффициенты в разностном уравнении по методу неопределенных коэффициентов?
4. Какие значения сеточной функции заменяются через какие при определении коэффициентов по методу неопределенных коэффициентов на трехточечном шаблоне?
5. Что является основной целью в методе неопределенных коэффициентов при подборе коэффициентов разностного уравнения?
6. Что необходимо сделать по методу неопределенных коэффициентов в разностном операторе после применения формулы Тейлора?
7. Чему равны коэффициенты трехточечного разностного уравнения, полученного с помощью метода неопределенных коэффициентов для задачи Коши уравнения переноса на трехточечном шаблоне?
8. Как записывается разностное уравнение, аппроксимирующее в задаче Коши уравнение переноса на четырехточечном шаблоне?
9. Какие величины допускаются неопределенными по методу неопределенных коэффициентов при аппроксимации задачи Коши для уравнения переноса на четырехточечном шаблоне?



10. Какое условие должно выполняться при подборе коэффициентов по методу неопределенных коэффициентов при аппроксимации задачи Коши для уравнения переноса на четырехточечном шаблоне?
11. Какие значения сеточной функции заменяются, через какие при определении коэффициентов по методу неопределенных коэффициентов на четырехточечном шаблоне?
12. Чему равны коэффициенты трехточечного разностного уравнения, полученного с помощью метода неопределенных коэффициентов для задачи Коши уравнения переноса на четырехточечном шаблоне?
13. Можно ли построить четырехточечную разностную схему и, с какими коэффициентами, аппроксимирующую задачу Коши для уравнения переноса с точностью  $h^2$ ?
14. Какую четырехточечную схему и, с какими коэффициентами нельзя построить, аппроксимирующую задачу Коши для уравнения переноса с точностью  $h^2$ ?
15. Как можно подобрать коэффициенты для четырехточечной схемы по методу неопределенных коэффициентов для повышения порядка аппроксимации задачи Коши для уравнения переноса до второго порядка по  $h$ ?
16. Какой вид имеет разностный оператор, аппроксимирующий оператор в уравнении переноса на четырехточечном шаблоне с точностью до второго порядка по  $h$ ?
17. Как строится приближение дифференциального оператора в уравнении по методу неопределенных коэффициентов?
18. В каком методе возможно приближение сразу всего дифференциального оператора уравнения?
19. Какое разностное уравнение аппроксимирует уравнение переноса на трехточечном шаблоне?
20. Какое разностное уравнение аппроксимирует уравнение переноса на четырехточечном шаблоне?

*Тема: «Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем»*

1. Какое значение нужно задать для решения разностного уравнения для уравнения переноса на трехточечном шаблоне?
2. Какое значение нужно задать для решения разностного уравнения для уравнения переноса на четырехточечном шаблоне?
3. Какое значение нужно задать для решения явной схемы для уравнения теплопроводности на четырехточечном шаблоне?
4. Какое значение нужно задать для решения неявной схемы для уравнения теплопроводности на четырехточечном шаблоне?
5. Как должны быть заданы значения на первом слое для достижения второго порядка точности при решении уравнения переноса на четырехточечном шаблоне?
6. Какое граничное условие нужно дополнительно сконструировать при решении разностного уравнения переноса на четырехточечном шаблоне для получения второго порядка точности по шагу  $\tau$ ?
7. Какое условие возникает из заданного граничного условия при решении разностного уравнения переноса на четырехточечном шаблоне для получения второго порядка точности по шагу  $\tau$ ?
8. Какие значения нужно задать для решения разностной схемы для уравнения гиперболического типа?

*Тема: «Методы построения однородных разностных схем»*

1. Что называется однородной разностной схемой?
2. Зависит ли вид однородной разностной схемы от выбора конкретной задачи из заданного класса?
3. Зависит ли вид однородной разностной схемы от выбора сетки?
4. Как определяются коэффициенты однородной разностной схемы?

5. Что называются шаблонными функционалами?
6. Что необходимо учитывать при выборе шаблонных функционалов?
7. Важно ли требование аппроксимации при выборе шаблонных функционалов?
8. Важно ли требование разрешимости при выборе шаблонных функционалов?
9. Важно ли требование устойчивости при выборе шаблонных функционалов?
10. Когда говорят, что задано семейство однородных разностных схем?
11. Как по интегро-интерполяционному методу аппроксимируются интегралы и производные, входящие в уравнение баланса?
12. Как еще называют интегро-интерполяционный метод?
13. Какому требованию эквивалентно требование консервативности разностной схемы?
14. Какой является разностная схема, для которой выполняются разностные аналоги физических законов сохранения?
15. От чего зависит экономичность вычислительного алгоритма?
16. К каким ограничениям приводят требования разрешимости и аппроксимации для схемы?
17. В каком случае разностная схема является однородной?
18. Какой порядок точности в классе гладких коэффициентов имеет однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке?
19. Какой вид имеет однородная разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами?
20. По каким формулам определяются коэффициенты консервативной разностной схемы обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами?

*Тема: «Интегро-интерполяционный метод»*

1. На использовании какого уравнения основан интегро-интерполяционный метод?
2. Каковы способы построения однородных разностных схем при помощи интегро-интерполяционного метода?
3. В каких пределах проводится интегрирование исходного уравнения по интегро-интерполяционному методу с использованием уравнения баланса?
4. Как аппроксимируется поток в интегро-интерполяционном методе для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
5. Какая квадратурная формула используется при аппроксимации интеграла в интегро-интерполяционном методе?
6. Какая точность получается при аппроксимации интеграла с использованием формулы трапеции?
7. Какое разностное краевое условие аппроксимирует третье краевое условие для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами с первым порядком точности по шагу?
8. Какое разностное краевое условие аппроксимирует третье краевое условие для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами со вторым порядком точности по шагу?
9. В каких пределах проводятся интегрирование исходного уравнения по интегро-интерполяционному методу, основанному на двукратном интегрировании?
10. Можно ли построить с помощью интегро-интерполяционного метода однородные разностные схемы для стационарных и нестационарных задач?
11. Можно ли построить с помощью интегро-интерполяционного метода однородные разностные схемы для стационарных и нестационарных задач с несколькими пространственными переменными?

*Тема: «Вариационно-разностные методы»*

1. Какой вариационной задаче эквивалентна задача о решении уравнения  $Au=f, f \in H$ ?
2. В каком случае можно применять вариационный метод Ритца для получения разностных схем?

3. Что необходимо вводить и с каким базисом в пространстве  $H$  для применения метода Рунца к построению схем?
4. В чем заключается метод Рунца?
5. В каком виде по методу Рунца представляется приближенное решение?
6. Какой функционал минимизируется по методу Рунца?
7. Чему равны коэффициенты в минимизируемом функционале по методу Рунца?
8. Сколько коэффициентов в функции, являющейся минимизируемым функционалом по методу Рунца?
9. Из какого условия получается система  $n$  уравнений, из которой определяются неизвестные коэффициенты в минимизируемом функционале по методу Рунца?
10. Какая функция рассматривается для получения разностной схемы методом Рунца для решения обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
11. Какие функции берутся в качестве базисных функций в методе Рунца?
12. Какая система уравнений получается по методу Рунца для решения обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
13. Какая однородная разностная схема получается по методу Рунца для решения обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
14. Какой должен быть оператор уравнения  $Au=f$  для применения метода Бундова – Галёркина?
15. В каком виде по методу Бундова – Галёркина представляется приближенное решение?
16. Из какого условия ищутся коэффициенты приближенного решения по методу Бундова – Галёркина?
17. Как задаются базисные функции в методе Бундова – Галёркина?
18. Какая система соответствует условию ортогональности невязки ко всем базисным функциям в методе Бундова – Галёркина?
19. При каких значениях индексов отличны от нуля коэффициенты в системе уравнений, получаемой по методу Бундова – Галёркина?
20. Какая система уравнений получается по методу Бундова – Галёркина для обыкновенного дифференциального уравнения с конвекцией?
21. Какая однородная разностная схема получается по методу Бундова – Галёркина для решения обыкновенного дифференциального уравнения с конвекцией с краевыми условиями первого рода?
22. Можно ли получить по методу Рунца такую же однородную разностную схему, как по методу Бундова – Галёркина для решения обыкновенного дифференциального уравнения с конвекцией с краевыми условиями первого рода?
23. Можно ли применить метод Рунца к первой краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения с конвекцией с краевыми условиями первого рода?
24. Почему невозможно построение методом Рунца разностной схемы для первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с конвекцией?

*Тема: «Метод сумматорных тождеств»*

1. Какое интегральное тождество справедливо для решения третьей краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
2. Какое решение определяется с помощью интегрального тождества по методу сумматорных тождеств?
3. Что аппроксимируется сумматорным тождеством для сеточных функций при построении разностной схемы на равномерной сетке?
4. Как определяются коэффициенты в сумматорном тождестве для третьей краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
5. Какой вид схемы, получаемой с помощью метода сумматорных тождеств для третьей краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?

*Тема: «Метод аппроксимации квадратичного функционала»*

1. Задаче об отыскании минимизирующего элемента какого функционала эквивалента первая краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
2. Какой функционал аппроксимируется по методу аппроксимации квадратичного функционала на равномерной сетке?
3. Как аппроксимируются интегралы по методу аппроксимации квадратичного функционала при решении первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?
4. Какой вид может иметь функционал, зависящий от коэффициента  $k(x)$  в обыкновенном дифференциальном уравнении, по методу аппроксимации квадратичного функционала?
5. Чему может быть равным функционал, зависящий от коэффициента  $k(x)$  в обыкновенном дифференциальном уравнении, по методу аппроксимации квадратичного функционала?
6. Какой функционал от произвольной сеточной функции  $u$  получается по методу аппроксимации квадратичного функционала?
7. Какая однородная разностная схема получается по методу аппроксимации квадратичного функционала для первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами?

*Раздел: «Методы расщепления многомерных задач»*

1. Может ли не аппроксимировать каждая из вспомогательных задач исходную задачу в случае неоднородной аппроксимации?
2. Какова основная идея методов расщепления?
3. В методах расщепления к чему сводится интегрирование исходного уравнения?
4. Каким образом схемы расщепления должны удовлетворять условиям аппроксимации?
5. Что считается основным показателем экономичности вычислительных алгоритмов?
6. Каким оператором аппроксимируется одномерный оператор по  $k$ -ому направлению многомерной пространственной переменной в многомерном параболическом уравнении?
7. При каком условии устойчива явная схема многомерного уравнения параболического типа с постоянными коэффициентами?
8. Что нужно уменьшать для явной схемы многомерного уравнения параболического типа с ростом числа измерений?
9. Что нужно уменьшать для явной схемы многомерного уравнения параболического типа с ростом максимума коэффициента теплопроводности?
10. Как нужно задавать допустимый шаг по времени с ростом числа измерений и ростом коэффициента теплопроводности для явной схемы многомерного уравнения теплопроводности?
11. Целесообразно ли использование явных схем для решения многомерных задач?
12. Какое число действий затрачивается для явной схемы при переходе со слоя на слой?
13. Величиной какого порядка является число действий, затрачиваемое для явной схемы при переходе со слоя на слой?
14. В чем недостатки и преимущества явной и неявной схем решения многомерных задач?
15. Как называются схемы, в которых на узел сетки приходится число действий, не зависящее от количества узлов сетки?
16. Как называются схемы, тождественно удовлетворяющие разностным законам сохранения?
17. Какие схемы называются дивергентными?

*Тема: «Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема)»*

1. Какая разностная схема аппроксимирует матричную однородную схему?
2. Какая схема называется схемой Кранка – Николсона?
3. Для каких интервалов записывается схема Кранка – Николсона?
4. Каким оператором является оператор  $A$  в схеме Кранка – Николсона?

5. Какая схема переменных направлений называется схемой Писмена – Рэкфорда?
6. Разностной аппроксимацией какого оператора является оператор по  $k$ -му направлению в схеме Писмена – Рэкфорда?
7. Каким методом реализуется схема Писмена – Рэкфорда?
8. Как еще называют схему Писмена – Рэкфорда?
9. Какая схема получается при исключении в схеме Писмена – Рэкфорда промежуточного значения функции?
10. Какой порядок точности имеет схема Писмена – Рэкфорда по шагу  $\tau$ ?
11. Какой порядок точности имеет схема Писмена – Рэкфорда по шагу  $h$ ?
12. Для какого трехточечного оператора схема Писмена – Рэкфорда – Дугласа является абсолютно устойчивой?
13. Как ведет себя ошибка по первому направлению в схеме Писмена – Рэкфорда?
14. Как ведет себя ошибка по второму направлению в схеме Писмена – Рэкфорда?
15. Как ведет себя ошибка в схеме Писмена – Рэкфорда на двух полушагах в целом?
16. Для какой параболической задачи непригодна схема метода переменных направлений?
17. Является ли абсолютно устойчивой схема метода переменных направлений в случае трехмерной параболической задачи?
18. Какие схемы более предпочтительны во многих параболических задачах и как их называют?
19. Как представляется сетка для двумерной задачи?
20. Сколько столбцов и сколько строк содержится в двумерной сетке?
21. Какое число действий затрачивается для решения системы уравнений с трёхдиагональной матрицей на двумерной сетке?
22. В чем состоит основная идея экономических методов?
23. Какие задачи решаются последовательно на каждом слое при решении двумерного параболического уравнения сеточной области?
24. Какие одномерные уравнения решаются вдоль строк и вдоль столбцов по схеме переменных направлений?
25. Каким является первое уравнение в схеме Кранка-Николсона по каждому направлению?
26. Каким является второе уравнение в схеме Кранка-Николсона по каждому направлению?
27. Какой вид имеют разностные краевые условия в схеме Кранка-Николсона?
28. Как принято обозначать узел двумерной сетки?
29. Какой вид имеет разностный оператор второй производной по первому направлению пространственной переменной в схеме Кранка-Николсона?
30. Как записывается в расчетном виде первое уравнение в схеме Кранка-Николсона?
31. Как записывается в расчетном виде второе уравнение в схеме Кранка-Николсона?
32. С помощью какого метода реализуется схема Кранка-Николсона (по каждому направлению)?
33. Какое значение нужно исключить при доказательстве устойчивости схемы Кранка-Николсона?
34. Какой вид имеет схема Кранка-Николсона в канонической форме?
35. Общая теория каких схем применяется при исследовании схемы Кранка-Николсона «в целых шагах»?
36. Какую задачу можно решить с помощью схемы Кранка-Николсона?
37. Пространство каких функций рассматривается при доказательстве устойчивости схемы переменных направлений?
38. Как задается скалярное произведение в двумерной сеточной области?
39. Какая запись определяет скалярное произведение в пространстве сеточных функций?
40. Как определяется норма в пространстве сеточных функций при доказательстве устойчивости схемы переменных направлений?
41. Какой вид имеет оператор  $A$  в продольно-поперечной схеме?
42. Какие свойства имеет оператор  $A$  в продольно-поперечной схеме?

43. Как задается норма в энергетическом пространстве оператора  $A$ ?
44. Какое пространство называется энергетическим пространством?
45. Как записывается схема переменных направлений «в целых шагах»?
46. Какой вид имеет оператор  $B$  в канонической форме схемы переменных направлений?
47. Для областей какой формы применяется продольно-поперечная схема?
48. Какими свойствами обладают операторы в схеме переменных направлений?
49. Являются ли перестановочными операторы в схеме переменных направлений?
50. Являются ли самосопряженными операторы в схеме переменных направлений?
51. Являются ли положительными операторы в схеме переменных направлений?
52. Являются ли перестановочными операторы в схеме Кранка-Николсона?
53. Каково условие устойчивости схемы переменных направлений (канонической формы)?
54. Какая априорная оценка имеет место для схемы переменных направлений?
55. Что следует из априорной оценки решения схемы переменных направлений?
56. Относительно каких данных устойчива схема метода переменных направлений?
57. Какую задачу нужно получить для доказательства сходимости схемы?
58. Как записывается задача для погрешности в методе переменных направлений?
59. В каком случае схема для уравнения с переменными положительными коэффициентами эквивалентна двухслойной факторизованной схеме?
60. Как аппроксимируется двумерный оператор с переменными коэффициентами по пространственной переменной?
61. Чему равна погрешность аппроксимации на решении для факторизованной схемы переменных направлений?
62. С какой скоростью сходится схема переменных направлений?
63. При выполнении каких условий сходится схема метода переменных направлений?
64. Какими функциями должны быть коэффициенты уравнения для сходимости схемы переменных направлений для уравнения с переменными коэффициентами?
65. Являются ли операторы для уравнения с переменными коэффициентами положительными?
66. Являются ли операторы для уравнения с переменными коэффициентами положительными?
67. Являются ли операторы для уравнения с переменными коэффициентами самосопряженными?
68. Являются ли операторы для уравнения с переменными коэффициентами перестановочными?
69. При каком условии на шаг по временной переменной имеет место устойчивость схемы для уравнения с переменными коэффициентами?
70. В какой норме получается устойчивость схемы для уравнения с переменными коэффициентами?

*Тема: «Экономичные факторизованные схемы»*

1. Как записывается в каноническом виде двухслойная факторизованная схема?
2. Как можно записать двухслойную схему в индексной форме?
3. При каком условии экономична двухслойная факторизованная схема?
4. При каком условии операторы факторизованной схемы называются экономичными?
5. Какого вида оператор называется факторизованным?
6. В каком случае схема с факторизованным оператором будет называться экономичной?
7. Как можно найти решение факторизованного уравнения?
8. Последовательным решением каких уравнений можно получить решение факторизованной схемы?
9. Что считается решением  $p$ -мерной факторизованной схемы?
10. Как называются схемы с факторизованным оператором?
11. Факторизованной схеме с каким оператором эквивалентна неявная экономичная схема переменных направлений?

12. В факторизованных схемах с какими операторами регуляризаторы являются треугольными?
13. Факторизованным схемам с какими операторами эквивалентна явная переменных направлений?
14. Являются ли сопряженными друг другу регуляризаторы в факторизованных схемах?
15. Являются ли самосопряженными друг другу регуляризаторы в факторизованных схемах?
16. Какой канонический вид имеет схема Кранка-Николсона?
17. Каким образом факторизуется схема Кранка-Николсона?
18. Какая факторизованная схема соответствует двумерному случаю?
19. Какие граничные условия можно задать для промежуточного значения для решения первого уравнения двумерной факторизованной схемы?
20. Какая эквивалентность граничных условий имеет место для двумерной факторизованной схемы?
21. Какой вид имеет второй оператор двумерной факторизованной схемы?
22. Достижению какого порядка точности способствует добавление дополнительного слагаемого при факторизации схемы Кранка-Николсона?
23. Каким образом достигается второго порядка точности по  $\tau$  и  $h$  при факторизации схемы Кранка-Николсона?
24. При каких условиях на операторы возможно достижение второго порядка точности по шагу  $\tau$  и  $h$  при факторизации схемы Кранка-Николсона?
25. Какая сетка соответствует двумерной прямоугольной области?
26. Какая факторизованная схема соответствует первой краевой задаче для двумерного параболического уравнения с постоянными коэффициентами?
27. Как называется метод, используемый для получения схем заданного качества?
28. Как называется оператор  $R$  в двухслойной схеме?
29. Какой оператор является регуляризатором в трехслойной схеме?
30. Как записывается достаточное условие устойчивости двухслойной схемы?
31. Как записывается достаточное условие устойчивости трехслойной схемы?
32. Какой оператор является ответственным за устойчивость в двухслойной схеме?
33. Как записывается достаточное условие устойчивости трехслойной схемы?
34. Каким условием ограничен произвол в выборе регуляризатора в двухслойной схеме?
35. Каким условием ограничен произвол в выборе регуляризатора в трехслойной схеме?
36. Чего нужно добиться для получения устойчивой схемы заданного качества?
37. В каком классе нужно искать схемы заданного качества?
38. В чем удобство записать схемы в канонической форме?
39. Какое изменение регуляризатора в случае двухслойной схемы меняет погрешность аппроксимации на первый по шагу  $\tau$ ?
40. Какое условие гарантирует в случае трехслойных разностных схем получение при регуляризации схем, погрешность которых отличается на величину второго порядка по  $\tau$ ?
41. Какими схемами удобнее пользоваться для получения устойчивых схем второго порядка аппроксимации по  $\tau$ ?
42. В качестве чего выбираются операторы более простой структуры, энергетически эквивалентные оператору  $A$ ?
43. Какому оператору должны быть эквивалентны регуляризаторы?
44. Какими свойствами обладают регуляризаторы двухслойной факторизованной схемы?
45. Обладает ли любое произведение регуляризаторов свойством самосопряженности, неотрицательности и линейности, если ими обладают сами регуляризаторы?
46. Каково условие устойчивости многомерной двухслойной факторизованной схемы?
47. Для каких областей применимы многомерные факторизованные схемы?

48. Каким должен быть оператор  $B+2\tau R$  на верхнем слое для экономичности трехслойной схемы?
49. Как записывается трехслойная каноническая схема в индексной форме?
50. Какое условие необходимо задать для канонической двухслойной схемы?
51. Какое условие необходимо задать для канонической трехслойной схемы?
52. Как записывается алгоритм решения трехслойной факторизованной схемы?
53. Следует ли из устойчивости исходной схемы устойчивость факторизованной схемы?
54. Каковы достаточные условия устойчивости трехслойных факторизованных схем?
55. Какие условия на операторы  $B$  и  $R$  являются достаточными для устойчивости трехслойной схемы по начальным данным при постоянных операторах  $A$  и  $R$ ?
56. какая априорная оценка имеет место для трехслойных схем при выполнении достаточных условий устойчивости?

Тема: «Метод суммарной аппроксимации»

1. На какой случай не допускает обобщения продольно-поперечная схема?
2. Для каких уравнений общего вида не допускает обобщения продольно-поперечная схема?
3. для каких только областей применимы экономичные факторизованные схемы?
4. Для каких уравнений с какими коэффициентами применим метод суммарной аппроксимации?
5. Какой метод решения многомерных задач применим для решения квазилинейных нестационарных уравнений в случае произвольной области любого числа измерений?
6. Какой должна быть граница многомерной области для существования гладкого решения?
7. Как в многомерных задачах заменяется классическое понятие аппроксимации?
8. Какое преимущество замены классического понятия аппроксимации суммарной?
9. К каким схемам приводит замена классического понятия аппроксимации суммарной?
10. Каким образом осуществляется переход со слоя на слой в аддитивных схемах?
11. Как определяется погрешность аппроксимации аддитивной схемы?
12. Какой аппроксимацией обладает аддитивная схема?
13. Каким образом достигается аппроксимация в аддитивных схемах?
14. Должна ли в аддитивных схемах каждая из промежуточных схем цепочки аппроксимировать исходную дифференциальную задачу?
15. В каком смысле может иметь разностная схема аппроксимацию, не имея локальной аппроксимации требуемого порядка?
16. Что является основой для построения экономичных методов?
17. В каком виде записывается многомерное уравнение при построении одномерных уравнений?
18. Какому условию должны удовлетворять правые части цепочки одномерных уравнений при решении многомерной задачи?
19. Каким свойством должны обладать правые части цепочки одномерных уравнений при решении многомерной задачи?
20. Как записывается условие нормировки для правых частей цепочки одномерных уравнений при решении многомерной задачи?
21. Как разбивается при решении многомерной задачи каждый шаг сетки по временной переменной?
22. Какие слои еще вводятся при решении многомерной задачи?
23. Какие уравнения решаются последовательно при решении многомерной задачи?
24. Какие условия задаются при построении аддитивной схемы для многомерного уравнения теплопроводности?
25. Что называется решением в цепочке одномерных схем?
26. Какая разностная схема ставится в соответствие каждому уравнению в цепочке одномерных уравнений?



27. С помощью каких схем осуществляется переход с каждого дробного слоя на слой при решении аддитивных схем?
28. В каком смысле аппроксимирует каждое уравнение в системе разностных уравнений соответствующее уравнение в исходной задаче?
29. В каком случае обладает схема суммарной аппроксимацией?
30. Выполнение каких условий гарантирует суммарная аппроксимация?
31. Как называется оператор, содержащий производные лишь по одной пространственной переменной?
32. Какая схема называется локально-одномерной схемой?
33. К чему в физическом смысле приводит сведение трехмерного процесса к последовательности одномерных процессов?
34. Какое предположение делается при рассмотрении многомерной области сложной формы?
35. Возможность построения какой сетки предполагается при рассмотрении области сложной сетки?
36. Из каких точек состоит множество внутренних узлов многомерной сетки?
37. Как принято обозначать множество граничных узлов многомерной сетки по  $k$ -му направлению?
38. Как принято обозначать множество всех граничных узлов многомерной сетки?
39. Как принято обозначать множество приграничных узлов многомерной сетки по  $k$ -му направлению?
40. Как принято обозначать множество всех приграничных узлов многомерной сетки?
41. Как принято обозначать множество всех приграничных нерегулярных узлов многомерной сетки?
42. Как принято обозначать множество приграничных нерегулярных узлов многомерной сетки по  $k$ -му направлению?
43. Как принято обозначать множество всех регулярных узлов многомерной сетки?
44. Какой вид имеет разностный оператор второй производной по  $k$ -ому направлению в регулярных узлах?
45. Какой вид имеет разностный оператор второй производной по  $k$ -ому направлению в нерегулярных узлах?
46. Каким условием можно ослабить условие нормировки для правых частей цепочки одномерных уравнений при решении многомерной задачи?
47. Каким условием можно ослабить возможность представления в виде суммы одномерных операторов цепочки одномерных уравнений при решении многомерной задачи?
48. Какой порядок аппроксимации имеет разностный в регулярных узлах?
49. Какой порядок аппроксимации имеет разностный оператор второй производной по  $k$ -му направлению в нерегулярных узлах?
50. Каким образом получается цепочка одномерных схем для многомерного уравнения теплопроводности?
51. Как называется цепочка  $p$ -одномерных схем, получаемая аппроксимацией уравнения теплопроводности соответствующего номера?
52. Какая локально-одномерная схема аппроксимирует уравнение теплопроводности номера  $k$ ?
53. Какие граничные условия нужно задавать к локально-одномерной схеме, аппроксимирующей уравнение теплопроводности номера  $k$ ?
54. Какой вид имеет явная локально-одномерная схема?
55. Какой вид имеет чисто неявная локально-одномерная схема?
56. Какой вид имеет неявная локально-одномерная схема?
57. Каким образом можно выражать правую часть и граничное значение в локально-одномерной схеме?

58. Каким образом можно получить значение на верхнем слое через предыдущий слой с помощью локально-одномерной схемы?
59. какой вид имеет оператор второй производной по  $k$  - ому направлению на дробных слоях?
60. Каким методом решается локально-одномерная схема для определения значения функции на дробном слое?
61. Какие значения определяются, решая ЛОС для всех направлений, меняя направления прогонок?
62. какое число операций затрачивается при решении локально-одномерной схемы для всех направлений?
63. Аппроксимирует ли в локально-одномерной схеме каждое в отдельности уравнение номера  $k$  исходное дифференциальное уравнение?
64. Какие величины сравниваются для определения погрешности аппроксимации локально-одномерной схемы?
65. К чему стремится сумма погрешностей аппроксимаций для каждой схемы номера  $k$  локально-одномерной схемы?
66. Что является характеристикой точности локально-одномерной схемы?
67. Как записывается задача для погрешности локально-одномерной схемы?
68. Как получают априорную оценку локально-одномерной схемы в сеточной норме пространства  $C$ ?
69. Какой общий вид должно иметь сеточное уравнение для применения принципа максимума?
70. Как принято обозначать окрестность узла  $P$ , не содержащего самого узла?
71. Для какого сеточного уравнения применяется принцип максимума, и каким условиям должны удовлетворять его коэффициенты?
72. Каким методом доказывается равномерная устойчивость локально-одномерной схемы?
73. Что следует из априорной оценки решения локально-одномерной схемы?
74. Как определяется сеточная норма в пространстве  $C$ ?
75. Как определяется сеточная норма в пространстве  $C$  для граничных узлов?
76. Как определяется сеточная норма в пространстве  $C$  для приграничных узлов?
77. Как определяется сеточная норма в пространстве  $C$  для внутренних узлов?
78. В каком виде представляется решение для доказательства устойчивости локально-одномерной схемы?
79. Какие узлы называются фиктивными?
80. Какая априорная оценка верна для однородных уравнений с неоднородными краевыми условиями?
81. Какая априорная оценка верна для неоднородных уравнений с однородными краевыми условиями?
82. При существовании каких непрерывных производных функции локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности сходится равномерно со скоростью  $O(h^2 + \tau)$ ?
83. Какая оценка верна для погрешности локально-одномерной схемы для уравнения теплопроводности?
84. Каким оператором аппроксимируется оператор в многомерном линейном параболическом уравнении с переменными коэффициентами?
85. Каким образом выбирается коэффициент  $a_\alpha$ , чтобы оператор  $\Lambda_\alpha$  имел второй порядок аппроксимации на регулярном шаблоне?
86. Каким образом выбираются коэффициенты локально-одномерной схемы на регулярном шаблоне для уравнений с переменными коэффициентами?
87. Как аппроксимируется оператор  $L_\alpha u$  в квазилинейном параболическом уравнении?
88. Какие уравнения получаются при построении локально-одномерной схемы для многомерного параболического квазилинейного уравнения?

89. Какими методами решаются нелинейные уравнения, аппроксимирующие многомерное квазилинейное параболическое уравнение?
90. При выполнении каких условий имеет место равномерная сходимость со скоростью  $O(h^2 + \tau)$  локально-одномерной схемы для многомерного квазилинейного параболического уравнения?
91. Можно ли применять локально-одномерные схемы для третьей краевой задачи в прямоугольной области?
92. Для какой краевой задачи уравнения в локально-одномерных схемах пишутся не только во внутренних узлах, но и на соответствующих граничных узлах?
93. С погрешностью какого порядка получается схема с помощью локально-одномерной схемы при решении третьей краевой задачи?
94. С какой скоростью равномерно сходится локально-одномерная схема третьей краевой задачи уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами?

#### **Критерии формирования оценивания по результатам устного опроса**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять изучаемые методы при решении практических задач.

В результате устного опроса знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 7. Шкала оценивания**

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при выполнении лабораторных заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия

### 5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи) (контролируемые компетенции ПКС-2)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой лабораторных занятий по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения (см. таблицу 6) и индивидуальным выполнением заданий к лабораторным занятиям.

#### Задания

**Тема: «Разностные уравнения. Разностная аппроксимация»**

1. Оценить с каким порядком дифференциальная задача:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2u \cos x = \cos x + \sin(2x), \quad x \in [0, 1]$$

аппроксимируется разностной схемой

$$\begin{cases} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h} + a_i \frac{\varphi_{i+1} + \varphi_i}{2} = f(x_i), & x_i = ih, \\ \varphi_0 = 0, \quad i = \overline{0, n-1}, \quad h = \frac{1}{n}, \end{cases}$$

где  $a_i = \cos x_i + \cos x_{i+1}$ ,  $f_i = \frac{1}{2} a_i + \frac{1}{2} (\sin(2x_i) + \sin(2x_{i+1}))$ , взяв в качестве области определения

$$\text{для } f^h: Df^h = \left\{ x_{i+\frac{1}{2}} = ih + \frac{h}{2}, \quad i = \overline{0, n-1} \right\}.$$

2. Для дифференциальной задачи:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + au &= \cos x, \quad x \in [0, \pi], \quad a > 0, \\ u(0) &= 0, \quad u(\pi) = 1 \end{aligned}$$

на трёхточечном шаблоне построить схему четвертого порядка аппроксимации.

3. Показать, что разностная схема

$$\frac{\varphi_i^{j+1} - \varphi_i^j}{\tau} = \frac{\varphi_{i-1}^j - 2\varphi_i^j + \varphi_{i+1}^j}{h^2}$$

локально аппроксимирует дифференциальное уравнение  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  со вторым порядком по  $\tau$  и

четвертым по  $h$ , если  $\frac{\tau}{h^2} = \frac{1}{6}$ .

4. Пусть даны дифференциальное уравнение  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  и разностная схема

$y_t = \sigma \hat{y}_{\bar{x}x} + (1 - \sigma) y_{\bar{x}x}$ ,  $\hat{y} = y^{j+1}$ ,  $y = y^j$ . Найти, при каком значении  $\sigma$  локальный порядок аппроксимации будет вторым по  $\tau$  и четвертым по  $h$ .

5. Построить разностный оператор, локально аппроксимирующий с порядком  $O(h^2 + \tau^2)$  дифференциальный оператор

$$Lu = \frac{\partial u}{\partial t} - a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial u}{\partial x}$$

на пятиточечном шаблоне  $(i, j), (i-1, j), (i+1, j), (i, j-1), (i, j+1)$ .

4. Построить разностную схему порядка  $O(h^2 + \tau^2)$  для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial u}{\partial x}$$

в зависимости от знака  $b$ .

**Тема: «Приёмы построения аппроксимирующих схем»**

1. Для решения задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi(x, t), & -\infty < x < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

воспользоваться сеткой  $x_i = ih$ ,  $t_j = j\tau$ ,  $h = \tau$  и построить разностную схему вида:

$$L_h u^{(h)} = \begin{cases} a^0 u_i^{j+1} + a^1 u_{i+1}^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j, \\ u_i^0 = \psi(ih). \end{cases}$$

Как надо определить коэффициенты  $a^0, a^1, a_0, a_1, \varphi_i$ , чтобы имела аппроксимация порядка  $h^2$ ?

2. Методом неопределённых коэффициентов построить разностные схемы первого и второго порядка аппроксимации (используя трёхточечный шаблон) для задачи

$$\begin{cases} -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x), & 0 < x < 1, \\ u(0) = a, u(1) = b, & u \in C^4. \end{cases}$$

3. Для задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \varphi(x, y, t), & -\infty < x, y < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, y, 0) = \psi(x, y), & -\infty < x, y < \infty \end{cases}$$

воспользоваться сеткой  $x_i = ih$ ,  $y_j = jh$ ,  $t_p = p\tau$  и построить какую-либо аппроксимирующую ее разностную схему.

4. Для задачи о теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & -\infty < x < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < \infty \end{cases}$$

рассмотреть разностную схему

$$\begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \sigma \frac{u_i^{j+1} - 2u_i^j + u_{i+1}^{j+1}}{h^2} + (1 - \sigma) \frac{u_{i-1}^j - 2u_i^j + u_{i+1}^j}{h^2} \\ u_i^0 = \psi(ih), \end{cases}$$

где  $\sigma$  – параметр,  $u_i^j$  – значение искомой функции в точке  $(x_i, t_j) = (ih, j\tau)$  сетки.

– Показать, что при любом  $\sigma$  имеет место аппроксимация на гладком решении  $u(x, t)$  с порядком  $O(\tau + h^2)$ .

– Подобрать  $\sigma$  так, чтобы аппроксимация была порядка  $O(\tau^2 + h^2)$ .

– Связав шаги сетки соотношением  $\tau/h^2 \equiv r = \text{const}$ , подобрать затем  $\sigma$  так, чтобы получить аппроксимацию порядка  $h^4$ .

– При  $\sigma = 0$  подобрать число  $r = \tau/h^2$  так, чтобы аппроксимация имела порядок  $h^4$ .

– Можно ли за счет выбора  $\sigma$  при фиксированном  $r = \tau/h^2$  добиться того, чтобы аппроксимация на любом гладком решении была порядка выше четвертого?

5. Для задачи о теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ a(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} \right], & -\infty < x < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < \infty, \end{cases}$$

пользуясь сеткой  $x_i = ih$ ,  $t_j = j\tau$ , построить аппроксимирующую ее разностную схему.

6. Для нелинейной задачи о теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ a(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right], & -\infty < x < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi(x), & -\infty < x < \infty, \end{cases}$$

пользуясь сеткой  $x_i = ih$ ,  $t_j = j\tau$  построить аппроксимирующую ее явную разностную схему.

Выписать формулы для вычисления  $u^{(h)}$  по этой схеме.

7. Доказать, что при ограниченной сеточной функции  $u^p = \{u_i^p\}$  существует и единственная ограниченная сеточная функция  $u^{p+1} = \{u_i^{p+1}\}$  определяемая разностной схемой:

$$\frac{u_i^{p+1} - u_i^p}{\tau} - \frac{u_{i+1}^{p+1} - u_{i-1}^{p+1}}{2h} = 0, \quad i = 0, \pm 1, \dots$$

8. Доказать, что схема с пересчетом для задачи 4, в которой значения решения  $\{\tilde{u}_i^{p+1/2}\}$  на промежуточном слое определяются по неявной схеме порядка аппроксимации  $O(\tau + h^2)$ :

$$\frac{\tilde{u}_i^{p+1/2} - u_i^p}{\tau/2} - \frac{\tilde{u}_{i+1}^{p+1/2} - 2\tilde{u}_i^{p+1/2} + \tilde{u}_{i-1}^{p+1/2}}{h^2} = 0, \quad i = 0, \pm 1, \dots,$$

а решение  $\{u_i^{p+1}\}$  определяется по схеме:

$$\frac{u_i^{p+1} - u_i^p}{\tau} - \frac{\tilde{u}_{i+1}^{p+1/2} - 2\tilde{u}_i^{p+1/2} + \tilde{u}_{i-1}^{p+1/2}}{h^2} = 0, \quad u_i^0 = \psi(x_i), \quad i = 0, \pm 1, \dots$$

обладает аппроксимацией порядка  $O(\tau^2 + h^2)$  на гладком решении.

9. Для задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varphi(x, t), & -\infty < x < \infty, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi_1(x), & -\infty < x < \infty, \\ \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \psi_2(x), & -\infty < x < \infty, \end{cases}$$

исследовать аппроксимацию, которой обладает на достаточно гладком решении  $u(x, t)$  разностная схема

$$L_h u^{(h)} = \begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - 2u_i^j + u_i^{j-1}}{\tau^2} - \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2} = \varphi(ih, j\tau), \\ u_i^0 = \psi_1(ih), \\ \frac{u_i^1 - u_i^0}{\tau} = (\psi_2)_i, \end{cases}$$

если  $(\psi_2)_i = \psi_2(ih)$ . За норму  $\|f^{(h)}\|_{F_h}$  принять максимум модулей всех компонент элемента:

$$f^{(h)} = \begin{cases} \varphi_i^j, \\ \psi_1(ih), \\ (\psi_2)_i. \end{cases}$$

Показать, что аппроксимация имеет первый порядок относительно  $h$ ,  $\tau = rh$ ,  $r = \text{const}$ .

Как следует задать значения  $(\psi_2)_i$ , используя заданные функции  $\varphi(x, t)$ ,  $\psi_1(x)$ ,  $\psi_2(x)$ , чтобы порядок аппроксимации оказался вторым?

**10.** Для задачи о распространении тепла на отрезке

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varphi(x, t), & 0 < x < 1, 0 < t < T, \\ u(x, 0) = \psi_0(x), & 0 < x < 1, \\ \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = \psi_1(t), \\ u(1, t) = \psi_2(t), & 0 < t < T, \end{cases}$$

рассмотреть разностную схему вида:

$$\begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} - \frac{u_{i-1}^j - 2u_i^j + u_{i+1}^j}{h^2} = \varphi(ih, j\tau), & i = \overline{1, M-1}; j = \overline{0, (T/\tau)-1}; \\ u_i^0 = \psi_0(ih), & i = \overline{0, M}; \\ \frac{u_1^j - u_0^j}{h} = (\psi_1)^j, & j = \overline{1, (T/\tau)}; \\ u_M^j = \psi_2(j\tau), & j = \overline{1, (T/\tau)}. \end{cases}$$

За норму  $\|\cdot\|_{F_h}$  принять максимум абсолютных величин правых частей уравнений, составляющих в совокупности рассматриваемую разностную схему. Шаги  $\tau$  и  $h$  считать связанными равенством  $\tau = rh^2$ ,  $r = \text{const}$ . Показать, что положив  $(\psi_1)^j = \psi_1(jh)$ , получим схему с первым порядком аппроксимации на гладком решении. Какой формулой следует определить  $(\psi_1)^j$ , чтобы получить аппроксимацию второго порядка?

### **Методические рекомендации по решению задач**

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале каждой темы примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык построения однородных разностных схем, навык оценки точности построенной разностной схемы, что является необходимым при применении численных методов.

### **Критерии формирования оценивания по заданиям для самостоятельной работы студента ( типовые задачи)**

Самостоятельное выполнение заданий на лабораторных занятиях является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 8. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знает все формулы, применяемые методы и их точность;</li> <li>- может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.</li> </ul>
4	<p>Обучающийся</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- даёт ответ, удовлетворяющий требованиям;</li> <li>- твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;</li> <li>- сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.</li> </ul>
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия

## 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

*Рубежный контроль* проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику*.

Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на лабораторных занятиях, а также компьютерного тестирования.

Выполняемые работы хранятся на кафедре в течении учебного года и по требованию предоставляются в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия выносятся программный материал (разделы) по дисциплине.

По каждой контрольной точке обязательным является компьютерное тестирование, которое проводится в группе вне рамок учебного расписания. Разработана и сертифицирована в установленном порядке база тестовых заданий по дисциплине. Она ежегодно обновляется и (или) дополняется на 15%.

Проведение бально-рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.



**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов)  
(контролируемые компетенции ПКС-2)**

**Типовые варианты контрольных работ**

**Вариант 1.**

**Задание 1.**

1. Матричную однородную задачу  $\frac{\partial u}{\partial t} + A\varphi = 0$ ;  $\varphi = g$  при  $t = 0$  аппроксимирует разностная схема

☒  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} + A \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} = 0, \varphi^0 = g$     ☐  $\frac{\varphi^j - \varphi^{j-1}}{\tau} + A \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{2} = 0, \varphi^0 = g$

☐  $\frac{\varphi^{j-1} + \varphi^{j+1}}{2\tau} + A \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} = 0, \varphi^0 = g$     ☐  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} - A \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{2} = 0, \varphi^0 = g$

2. Схема  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} + A \left( \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) + \frac{\tau^2}{4} A_1 A_2 \left( \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} \right) = 0$  получается при исключении в

схеме Писмена-Рэкфорда

☐  $\varphi^{j+2}$     ☒  $\varphi^{j+\frac{1}{2}}$     ☐  $\varphi^{j-1}$     ☐  $\varphi^{j-\frac{1}{2}}$

3. Схема

$$\begin{cases} \frac{\varphi^{j+\frac{1}{2}} - \varphi^j}{\tau/2} + A\varphi^j = 0 \\ \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + A\varphi^{j+1} = 0 \end{cases}$$

есть схема Кранка-Николсона, записанная для интервалов

☒  $t_j \leq t \leq t_{j+\frac{1}{2}}, t_{j+\frac{1}{2}} \leq t \leq t_{j+1}$     ☐  $t_{j-1} \leq t \leq t_{j-\frac{1}{2}}, t_{j-\frac{1}{2}} \leq t \leq t_j$

☐  $t_j < t < t_{j+\frac{1}{2}}, t_{j+\frac{1}{2}} < t < t_{j+1}$     ☐  $t_{j-\frac{1}{2}} \leq t \leq t_j, t_j \leq t \leq t_{j+\frac{1}{2}}$

4. В схеме Кранка-Николсона

$$\begin{cases} \frac{\varphi^{j+\frac{1}{2}} - \varphi^j}{\tau/2} + A\varphi^j = 0 \\ \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + A\varphi^{j+1} = 0 \end{cases}$$

оператор

☐  $A$  - линейный, зависящий от  $t$

☐  $A$  - самосопряженный, зависящий от  $t$

☐  $A$  - не зависящий от  $t$  симметричный

☒  $A$  - линейный, не зависящий от  $t$

5. Схема метода переменных направлений для задачи

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + A\varphi = 0, \quad \varphi = g \quad \text{при } t = 0$$

для  $\varphi^0 = g$  имеет вид

☒  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} + A \left( \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) + \frac{\tau^2}{4} A_1 A_2 \left( \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} \right) = 0$     ☐  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} - A \left( \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) = 0$

$$\square \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j-1}}{\tau} + A \left( \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) = 0 \quad \square \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{2\tau} + A \left( \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) + \frac{\tau^2}{4} A_1 A_2 \left( \frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} \right) = 0$$

### Задание 2.

1. Разностная схема  $\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} + A \frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} = 0$ ,  $\varphi^0 = g$  называется схемой ###

Правильный вариант ответа: Кранка-Николсона.

2. В схеме Писмена-Рэкфорда оператор  $A_\alpha$  является разностной аппроксимацией ### оператора

Правильный варианты ответа: одномерного.

3. Схема Писмена-Рэкфорда для оператора  $A_\alpha$  - разностной аппроксимации одномерного оператора является ###

Правильный вариант ответа: симметричной.

4. Поскольку схема Писмена-Рэкфорда реализуется методом прогонки, ее еще называют схемой ... - ... прогонки

Правильный вариант ответа: продольно-поперечной.

5. При решении двумерного параболического уравнения в  $\bar{\omega}_h$  на каждом слое последовательно решаются ### задачи вида

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad C_i \geq A_i + B_i$$

Правильный вариант ответа: одномерные.

### Задание 3.

1. В схеме Кранка-Николсона разностные краевые условия имеют вид:

$$y^{n+1} = \mu^{n+1} \quad \text{при } i_2 = 0, \quad i_2 = N_2;$$

$$y^{n+\frac{1}{2}} = \bar{\mu} \quad \text{при } i_1 = 0, \quad i_1 = N_1.$$

где

$$\square \bar{\mu} = \frac{1}{2}(\mu^{n+1} + \mu^n) - \frac{\tau}{4} \wedge_2 (\mu^{n+1} - \mu^n) \quad \square \bar{\mu} = \frac{1}{2}(\mu^{n+1} - \mu^n) + \frac{\tau}{4} \wedge_2 (\mu^{n+1} + \mu^n)$$

$$\square \bar{\mu} = 2(\mu^{n+1} + \mu^n) - \frac{\tau}{2} \wedge_2 (\mu^{n+1} - \mu^n) \quad \square \bar{\mu} = \frac{1}{2} \left( \mu^{n+\frac{1}{2}} + \mu^{n+1} \right) - \frac{\tau}{4} \wedge_2 \left( \mu^{n+1} - \mu^{n+\frac{1}{2}} \right)$$

2. Первое уравнение в схеме Кранка - Николсона в расчетном виде записывается

$$\square \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i-1} - 2 \left( \frac{1}{h_1^2} + \frac{1}{\tau} \right) \bar{y}_i + \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i+1} = -F_i, \quad i_1 = \overline{1, N_1-1}$$

$$\square \frac{1}{h_2^2} \hat{y}_{i_2-1} - 2 \left( \frac{1}{h_2^2} + \frac{1}{\tau} \right) \hat{y}_{i_2} + \frac{1}{h_2^2} \hat{y}_{i_2+1} = -F_{i_2}, \quad i_2 = \overline{1, N_2-1}$$

$$\square \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i-1} + 2 \left( \frac{1}{h_1^2} + \frac{1}{\tau} \right) \bar{y}_i + \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i+1} = -F_i, \quad i_1 = \overline{1, N_1-1}$$

$$\square \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i-1} - 2 \frac{1}{\tau} \bar{y}_i + \frac{1}{h_1^2} \bar{y}_{i+1} = -F_i, \quad i_1 = \overline{1, N_1-1}$$

3. Для задачи Коши  $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi(x, t)$ ,  $u(x, 0) = \psi(x)$  разностная схема на шаблоне

$(i-1, j), (i, j), (i, j+1)$  запишется в виде

$$\begin{aligned} \square \quad \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} - \frac{u_i^j + u_{i-1}^j}{h} = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i & \quad \square \quad \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} - \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{h} = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i \\ \square \quad \frac{u_i^j - u_i^{j-1}}{\tau} - \frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{h} = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i & \quad \square \quad \frac{u_i^{j+1} + u_i^j}{\tau} - \frac{u_i^j + u_{i-1}^j}{h} = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i \end{aligned}$$

4. Разностное уравнение, аппроксимирующее в задаче Коши уравнение  $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi$  на

шаблоне  $(i, j), (i+1, j), (i, j+1)$  записывается

$$\begin{aligned} \square \quad \wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j & \quad \square \quad \wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^{j-1} + a_0 u_i^{j+1} + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j \\ \square \quad \wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_{i-1}^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j & \quad \square \quad \wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^j + a_0 u_i^{j-1} + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j \end{aligned}$$

5. По методу неопределенных коэффициентов в уравнении  $\wedge_h u^{(h)} = a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$  для любой  $\varphi_i^j$  для выполнения условия аппроксимации  $\wedge_h u^{(h)} = (\wedge u)_h + O(h)$

коэффициенты равны

$$\begin{aligned} \square \quad a^0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_0 = \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h} & \quad \square \quad a^0 = a_0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h} \\ \square \quad a^0 = a_1 = \frac{1}{\tau}, \quad a_0 = \frac{1}{h} + \frac{1}{\tau} & \quad \square \quad a^0 = \frac{1}{h}, \quad a_0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h} \end{aligned}$$

## Вариант 2.

### Задание 1.

1. При определении коэффициентов  $a^0, a_0, a_1$  по методу неопределенных коэффициентов в уравнении  $\wedge_h u^{(h)} = a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$  значения  $u_i^{j+1}, u_{i+1}^j$  с помощью формулы ### заменяют через  $u_i^j$ .

Правильный вариант ответа: Тейлора.

2. По методу неопределенных коэффициентов приближается не каждая производная в отдельности, а сразу весь ... оператор

Правильный вариант ответа: дифференциальный.

3. В методе неопределенных коэффициентов основной целью является подбор коэффициентов разностного уравнения, чтобы выполнялось условие ...

Правильный вариант ответа: аппроксимации.

4. Оператор вида  $B = B_1 B_2 \dots B_p$  называют ###

Правильный вариант ответа: факторизованным.

5. Схема  $Bu_t + Au = \varphi, \quad y(0) = y_0$  с факторизованным оператором  $B = B_1 B_2 \dots B_p$  будет ###, если  $B_1, B_2, \dots, B_p$  - экономичные операторы

### Задание 2.

1. Для вычисления решения разностного уравнения вида  $a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_{-1} u_{i-1}^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$  нужно задать

$$\square \quad u_i^0 \quad \square \quad u_i^j, u_{i-1}^j, u_{i+1}^j, u_i^{j+1} \quad \square \quad \varphi_i^j, a^0, a_0, u_i^1 \quad \square \quad u_{i-1}^j, u_{i+1}^j, u_i^{j+1}$$

2. Для вычисления решения разностного уравнения вида  $\frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2\tau} - \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2h} = \varphi_i^j$  нужно задать

$$\square \quad u_i^0, u_i^1 \quad \square \quad u_i^0 \quad \square \quad u_i^1, \varphi_i^j \quad \square \quad \tau, h, \varphi_i^j$$

3. Для разностного уравнения  $\frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2\tau} - \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2h} = \varphi_i^j$  для достижения второго порядка значения  $u_i^1$  должны быть заданы близкими к:

☒  $u_i^1 = u_i^0 + \tau u_t^0 + O(\tau^2)$     ☐  $u_i^1 = u_i^0 + O(\tau)$     ☐  $u_{i-1}^j, u_{i+1}^j$     ☐  $u_i^1 = u_i^1 + \tau u_t^1 + O(\tau^2)$

4. Разностная схема

$$\begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - u_i^{j-1}}{2\tau} - \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2h} = \varphi_i^j, & u_i^0 = \psi_i \\ u_i^1 = \psi_i + \tau(\psi_i' + \varphi_i^0) \end{cases}$$

аппроксимирует дифференциальную задачу  $u_t - u_x = \varphi, \quad u(x, 0) = \psi$  с порядком

☒  $h^2$     ☐  $h$     ☐  $h^{\frac{1}{2}}$     ☐  $h^{-2}$

5. Для вычисления решения разностного уравнения  $\frac{u_i^{j+1} - 2u_i^j + u_i^{j-1}}{\tau^2} - \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2} = \varphi_i^j$

нужно задать

☒  $u_i^0, u_i^1$     ☐  $\tau, h, \varphi_i^j$     ☐  $u_i^{j-1}$     ☐  $u_i^{j+1}, \varphi_i^j$

**Задание 3. Установите соответствие**

1. Установите соответствие

$y_{\bar{x}, i}$	$\frac{y_{i+1} - y_i}{h}$
$y_{x, i}$	$\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$
$y_{0, x, i}$	$\frac{y_{i+1} - y_i}{h}$
$y_{\bar{x}, i+1}$	$\frac{y_i - y_{i-1}}{h}$
$y_{x, i-1}$	$\frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{h}$
	$\frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{h}$

2. Установите соответствие

$y_x$	$O(h)$
$y_0$	$O(h^2)$
$y_{\bar{x}}$	$O(h^3)$
	$O(h^{-2})$

3. Установите соответствие

$u_t - u_x = f$	$y_t - y_x = \varphi$
$(ku')' - qu = -f$	$(ay_{\bar{x}})_x - dy = -\varphi$
$u_t - u_{xx} = -f$	$y_t - y_{\bar{x}x} = -\varphi$
	$y_{tt} - y_{\bar{x}x} = -\varphi$
	$y_t + y_x = \varphi$

4. Установите соответствие

$$y_{x_\alpha} = \frac{y_{i_\alpha+1} - y_{i_\alpha}}{h_\alpha}$$

$$y_{\bar{x}_\alpha} = \frac{y_{i_\alpha} - y_{i_\alpha-1}}{h_\alpha}$$

$$y_{0_{x_\alpha}} = \frac{y_{i_\alpha+1} - y_{i_\alpha-1}}{2h_\alpha}$$

$$= \frac{y_{i_\alpha-1} + y_{i_\alpha+1}}{2h_\alpha}$$

$$= \frac{y_{i_\alpha+1} + y_{i_\alpha}}{h_\alpha}$$

Оценочные материалы для **коллоквиумов** приведены в п. 5.1.1.

**Критерии формирования оценок (оценивания) по контрольным точкам (контрольные работы, коллоквиум).**

В результате контрольной точки (контрольные работы, коллоквиум) знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 9. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов); - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы; - решено менее 50 % задач.

## 5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемые компетенции ПКС-2)

Полный перечень **тестовых заданий** представлен в ЭОИС –  
<http://open.kbsu.ru/moodle/enrol/index.php?id=3792>

**Тест** – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

### Образцы тестовых заданий

1. Отметьте правильный ответ

В схеме Кранка – Николсона разностные краевые условия имеют вид:

$$y^{n+1} = \mu^{n+1} \text{ при } i_2 = 0, i_2 = N_2;$$

$$y^{n+\frac{1}{2}} = \bar{\mu} \text{ при } i_1 = 0, i_1 = N_1.$$

где

$$\checkmark \quad \bar{\mu} = \frac{1}{2}(\mu^{n+1} + \mu^n) - \frac{\tau}{4} \wedge_2 (\mu^{n+1} - \mu^n)$$

$$\square \quad \bar{\mu} = \frac{1}{2}(\mu^{n+1} - \mu^n) + \frac{\tau}{4} \wedge_2 (\mu^{n+1} + \mu^n)$$

$$\square \quad \bar{\mu} = 2(\mu^{n+1} + \mu^n) - \frac{\tau}{2} \wedge_2 (\mu^{n+1} - \mu^n)$$

$$\square \quad \bar{\mu} = \frac{1}{2} \left( \mu^{n+\frac{1}{2}} + \mu^{n+1} \right) - \frac{\tau}{4} \wedge_2 \left( \mu^{n+1} - \mu^{n+\frac{1}{2}} \right)$$

2. Отметьте правильный ответ

Норма в энергетическом пространстве  $H_A$  для

$$A = -\Delta = -(\Delta_1 + \Delta_2) \text{ имеет вид}$$

$$\checkmark \quad \|y\|_A^2 = \|y_{\bar{x}_1}\|_1^2 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$$

$$\square \quad \|y\|_A^2 = \|y_{\bar{x}_1}\|_1^2 - \|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$$

$$\square \quad \|y\|_A = \|y_{\bar{x}_1}\|_1 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2$$

$$\square \quad \|y\|_A = \frac{1}{2} \left( \|y_{\bar{x}_1}\|_1 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2 \right)$$

3. Отметьте правильный ответ

$$\text{Схема } By_t + Ay = \varphi, \quad y(0) = u_0,$$

$$\text{где } B = (E + 0,5\tau A_1)(E + 0,5\tau A_2)$$

устойчива, если

$$\checkmark \quad B > E + 0,5\tau A$$

$$\square \quad B \geq E - 0,5\tau A$$

$$\square \quad B < E + 0,5\tau A$$

$$\square \quad B \leq E - 0,5\tau A$$

4. Установить соответствие

$$\bar{y}_{i_1 i_2}$$

$$\bar{y}_{i_1-1, i_2}$$

$$\widehat{y}_{i_1, i_2+1}$$

$$\widehat{y}_{i_1 i_2}$$

$$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1 h_1, i_2 h_2)$$

$$y^{n+\frac{1}{2}}((i_1-1)h_1, i_2 h_2)$$

$$y^{n+1}(i_1 h_1, (i_2+1)h_2)$$

$$y^{n+1}(i_1 h_1, i_2 h_2)$$

$$y^{n+1}((i_1-1)h_1, i_2 h_2)$$

$$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1 h_1, (i_2+1)h_2)$$

5. Отметьте правильный ответ

По методу неопределенных коэффициентов в уравнении  $\wedge_h u^{(h)} = a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$  для любой  $\varphi_i^j$  для выполнения условия аппроксимации  $\wedge_h u^{(h)} = (\wedge u)_h + O(h)$  коэффициенты равны

☒  $a^0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_0 = \frac{1}{h} - \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h}$

☐  $a^0 = a_0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h}$

☐  $a^0 = a_1 = \frac{1}{\tau}, \quad a_0 = \frac{1}{h} + \frac{1}{\tau}$

☐  $a^0 = \frac{1}{h}, \quad a_0 = \frac{1}{\tau}, \quad a_1 = -\frac{1}{h}$

6. Дополните

Среди схем  $a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i$

схема  $\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} - \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{h} = \varphi_i^j, \quad u_i^0 = \psi_i$

является ###, аппроксимирующей задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi, \quad u(x, 0) = u_0(x)$$

Правильные варианты ответа: единственной;

7. Отметьте правильный ответ

Разностное уравнение, аппроксимирующее в задаче Коши уравнение  $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi$  на шаблоне

$(i-1, j), (i, j), (i+1, j), (i, j+1)$  записывается

☒  $\wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_{-1} u_{i-1}^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$

☐  $\wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^{j-1} + a_{-1} u_{i-1}^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$

☐  $\wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_1 u_{i+1}^j + a_2 u_{i+1}^{j+1} = \varphi_i^j$

☐  $\wedge_h u^{(h)} \equiv a^0 u_{i-1}^{j+1} + a_0 u_i^j + a_{-1} u_{i-1}^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$

8. Дополните

В разностном уравнении  $\wedge_h u^{(h)} = a^0 u_i^{j+1} + a_0 u_i^j + a_{-1} u_{i-1}^j + a_1 u_{i+1}^j = \varphi_i^j$  по методу ### допускается, что  $a^0, a_0, a_{-1}, a_1$  неопределены

Правильные варианты ответа: неопределенных коэффициентов;

9. Отметьте правильный ответ

Задачу Коши  $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} = \varphi, \quad u(x, 0) = \psi$  с точностью  $O(h^2)$

аппроксимирует разностное уравнение

☒  $\frac{1}{\tau}(u_i^{j+1} - u_i^j) - \frac{1}{2h}(u_i^j - u_{i-1}^j) - \frac{r}{2h}(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j), \quad u_i^0 = \psi_i$

☐  $\frac{1}{\tau}(u_i^{j+1} + u_i^j) - \frac{1}{h}(u_i^j - u_{i-1}^j) - \frac{1}{h}(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j), \quad u_i^0 = \psi_i$

☐  $\frac{1}{\tau}(u_i^{j+1} - u_i^j) - \frac{1}{h}(u_i^j + u_{i-1}^j) - \frac{r}{\tau}(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j), \quad u_i^0 = \psi_i^0$

☐  $\frac{1}{\tau}(u_i^{j+1} - u_i^j) - \frac{1}{h}(u_i^j + u_{i-1}^j) - \frac{r}{2h}(u_{i+1}^j + 2u_i^j + u_{i-1}^j), \quad u_i^0 = \psi_i^0$

10. Отметьте правильный ответ

Двухслойная схема в каноническом виде

- ☒  $By_t + Ay = \varphi, \quad 0 \leq t = j\tau < t_0, \quad j = 0, 1, \dots \quad y(0) = y_0$
- ☐  $By_{it} + Ay = \varphi, \quad 0 \leq t = j\tau < t_0, \quad j = 0, 1, \dots \quad y(0) = y_0$
- ☐  $By_0 + Ay = \varphi, \quad 0 \leq t = j\tau < t_0, \quad j = 0, 1, \dots \quad y(0) = y_0$
- ☐  $By + Ay_{xx} = \varphi, \quad 0 \leq t = j\tau < t_0, \quad j = 0, 1, \dots \quad y(0) = y_0$

**Критерии формирования оценок (оценивания) по компьютерному тестированию**

В результате компьютерного тестирования знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 10. Шкала оценивания**

Процент правильных ответов, критерии оценивания	Количество баллов
Более 85 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	5
От 71 до 84 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	4
От 41 до 70 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	3
От 21 до 40 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	2
От 10 до 20 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	1
Менее 10 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	0

В результате прохождения *текущего и рубежного контроля* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 11. Шкала оценивания**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
VII	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации/	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».



### 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

*Промежуточная аттестация* завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем» в форме проведения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме, и в форме тестирования. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;
- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;
- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения зачёта студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к зачёту студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На зачёте он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачёта. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал 61 и более баллов, то ему может выставляться зачёт без сдачи.

### **Вопросы, выносимые на зачет (контролируемые компетенции ПКС-2)**

– Приемы построения аппроксимирующих схем. Замена производных разностными отношениями.

– Метод неопределенных коэффициентов. Подбор коэффициентов с получением нужного порядка аппроксимации.

Случай уравнений с переменными коэффициентами, случай нелинейных задач.

Схемы с переменным шагом (неравномерная сетка).

Применение метода для трехточечных и четырехточечных шаблонов. Единственность формул.

– Примеры конструирования граничных условий при построении разностных схем.

– Методы построения однородных разностных схем. Интегро-интерполяционный метод (два способа построения: с использованием уравнения баланса и квадратурных формул, основанный на двукратном интегрировании).

– Вариационно-разностные методы (Метод Ритца, метод Бубнова-Галеркина). Свойства операторов уравнений.

– Метод сумматорных тождеств (метод аппроксимации интегрального тождества).

– Метод аппроксимации квадратичного функционала.

– Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема). Схема Кранка-Николсона. Схема Писмена-Рэкфорда. Устойчивость и сходимость.

– Экономичные факторизованные схемы (два способа построения схемы с факторизованным оператором). Трехслойные факторизованные схемы. Согласование краевых условий. Устойчивость.

– Метод суммарной аппроксимации. Возможности применения.

– Погрешность аппроксимации аддитивной схемы. Расширение понятия аппроксимации.

– Сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач.

– Локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности в произвольной области (аппроксимация в регулярных и нерегулярных узлах).

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по промежуточной аттестации**

Знания обучающегося во время прохождения *промежуточной аттестации* оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 12. Шкала оценивания**

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
20–25	Обучающийся свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений; способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 71– 100% задач.
14–18	Обучающийся относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок; способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
9–13	Обучающийся недостаточно высоко владеет материалом. В процессе ответа на зачете допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Правильно выполнено не менее 2/3 всей работы или допущено не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач.
1–8	Обучающийся допускает значительные ошибки; имеет лишь начальную степень ориентации в материале. Правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся

	дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.
--	--

В результате *прохождения промежуточной аттестации (зачета)* оценивание планируемых результатов обучения по дисциплине проводится по ниже следующей шкале.

**Таблица 13. Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36–60)	Зачтено (61–70)
VIII	Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

#### 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Минимальная сумма – 61 балл, набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 25 – баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Методы построения однородных разностных схем» в VII семестре является зачет.

Общий балл *текущего и рубежного контроля* складывается из составляющих, приводимых в таблице 14.

**Таблица 14. Распределение баллов текущего и рубежного контроля**

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<i>Посещение занятий</i>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<i>Текущий контроль:</i>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	<i>Ответ на 5 вопросов</i>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>От 0 до 5 б.</i>	<i>От 0 до 5 б.</i>
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 6 до 12 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.
	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.
	<i>Выполнение самостоятельных</i>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>

	<b>заданий (решение задач)</b>				
<b>3</b>	<b>Рубежный контроль</b>	<b>до 30 баллов</b>	<b>до 10 б.</b>	<b>до 10 б.</b>	<b>до 10 б.</b>
	тестирование	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	коллоквиум	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
<b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b>		<b>до 70 баллов</b>	<b>до 23 б.</b>	<b>до 23 б.</b>	<b>до 24 б.</b>

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. По дисциплине «Методы построения однородных разностных схем» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачет в VII семестре. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

Качество освоения дисциплины оценивается по ниже приводимой таблице.

**Таблица 15. Критерии оценки качества освоения дисциплины**

<b>Баллы (рейтинговой оценки)</b>	<b>Результат освоения</b>	<b>Требования к уровню сформированности компетенций</b>
61-70	Зачтено (без процедуры сдачи зачета)	Обучающийся освоил знания, умения и навыки, входящие в состав компетенций: ОПК-1 – способен использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; ПК-2 – способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.
36-60	Зачтено (с процеду- рой сдачи зачета)	Обучающийся проявляет компетенции ОПК-1, ПК-2, но не в полном объеме входящих в их состав действий. Обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы.
менее 36	не зачтено	Компетенции не сформированы.

**«Зачтено»** выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

**«Не зачтено»** может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ПК-2 представлены в таблице 16

**Таблица 16. Распределение баллов текущего и рубежного контроля**

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций
<b>ПКС-2</b> Способен к разработке требований и проектированию программного обеспечения	<b>ПКС-2.1.</b> Способен владеть методами, технологиями и инструментами разработки программного обеспечения	<b>Знать:</b> Принципы сбора, отбора, обобщения и систематизации информации, вероятные стратегии действий <b>Уметь:</b> Соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках проблемной ситуации в профессиональной деятельности. <b>Владеть:</b> Опыт работы с информационными источниками, выработки стратегий действия	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типичные оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типичные оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.2.)
	<b>ПКС-2.2.</b> Способен работать с современными системами программирования, проектировать программное обеспечение	<b>Знать:</b> Принципы и методы системного подхода. <b>Уметь:</b> Отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности; применять принципы и методы системного подхода для решения поставленных задач. <b>Владеть:</b> Практическими навыками выбора оптимальных способов решения задач, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем и направлено на формирование компетенций ОПК-1, ПК-2.

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.

### 7.2. Основная литература

1. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные вычисления— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57105.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Пименов, В. Г. Численные методы. Часть 2 [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 108 с. — 978-5-7996-1342-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68411.html>.
3. Пименов, В. Г. Численные методы. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Г. Пименов. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 112 с. — 978-5-7996-1032-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68410.html>
4. Нахушева Ф.М., Лафишева Н.И., Джанкулаева М.А. Методы построения разностных схем (Электронный учебник). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014615538. 28.05.2014г.
5. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. – М.: Издание Московского университета, 2010, 168с. (1 экз.)
6. Волков Е.А. Численные методы. – Санкт-Петербург: Лань, 2008, 256с. <http://e.lanbook.com/books>
7. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с. (3 экз.)
8. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций. – Санкт-Петербург: Лань, 2010, 208с.

### 7.3. Дополнительная литература

1. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977, 439с.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983, 616с. (44 экз.)
3. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988, 263с. (4 экз.)
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989, 608с. (15 экз.)
5. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1966, 225с. (2 экз.)

### 7.4. Периодические издания

1. Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ).
2. Вестник СОГУ. Серия «Естественные науки», Владикавказ.
3. Известия КБНЦ РАН. Нальчик.

### 7.5. Интернет-ресурсы

1. <http://www.EXPonenta.ru>
2. <http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html>
3. <http://Math.ru>

4. <http://electrolibrary.narod.ru>
5. <http://lib.mexmat.ru>
6. <http://math-portal.ru>
7. <http://uchites.ru>
8. <http://softlab-portable.ru>
9. <http://intuit.ru>
10. <http://eduScan.net>
11. <http://ph4s.ru>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

***Перечень актуальных электронных информационных баз данных,  
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч. год)***

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации- владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ»  Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г.  Бессрочное	Полный доступ
2.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>  <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва)  <b>Договор №750КС/07-2022</b>  От 26.09.2022 г.  Активен до	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

				30.09.2023г.	
3.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	<p>ООО «Политехресурс» (г. Москва)</p> <p><b>Договор №849КС/03-2023</b> от 11.04.2023 г.</p> <p>Активен до 19.04.2024г.</p>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	<p>ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)</p> <p><b>Договор №41ЕП/223</b> от 14.02.2023 г.</p> <p>Активен до 15.02.2024г.</p>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	<p>ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)</p> <p><b>Договор №246ЕП/223</b> от 31.07.2023 г.</p> <p>Активен до 01.09.2024г.</p>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	<p>ФГБУ «Российская государственная библиотека»</p> <p><b>Договор №101/НЭБ/1666-п</b> от 10.09.2020г.</p> <p>Бессрочный</p>	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ



		отраслям знаний			
7.	<b>ЭБС «IPSMART»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) <b>Договор №75/ЕП-223</b> от 23.03.2023 г.  Активен до 02.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	<b>ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)</b>	Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный»  Издательские коллекции:  «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>  <a href="http://www.ros-edu.ru/">http://www.ros-edu.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) <b>Договор №142/ЕП-223</b> от 18.05.2023 г. срок предоставления лицензии:  с 01.06.2023 по 01.06.2024	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №305/ЕП-223</b>  От 27.10.2022 г.  Активен до 31.10.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	<b>ЭБС «Юрайт» для ВО</b>	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №44/ЕП-223</b>  От 16.02.2023 г.  Активен с 01.03.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		различным областям знаний.		по 29.02.2024 г.	
11.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники»  Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург)  <b>Соглашение от 15.11.2016г.</b>  Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

## 7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам

Целью лабораторных занятий является приобретение студентами новых знаний, профессиональных умений и навыков для самостоятельной практической работы. Лабораторные занятия позволяют углубить и закрепить теоретические знания в интересах профессиональной подготовки. Они позволяют продемонстрировать знания, самостоятельность, умение читать и понимать учебные и научные материалы, а также применять их при решении конкретных задач прикладной математики.

Для подготовки к лабораторным занятиям следует использовать рекомендованную литературу и источники. Есть доступ к электронному варианту конспекта лекций, а также имеется электронный учебник: Нахушева Ф.М., Лафишева Н.И., Джанкулаева М.А. Методы построения разностных схем (свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014615538. 28.05.2014г.).

*Практические занятия не предусмотрены.*

## 7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Учебная работа по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем» состоит из контактной работы (лекции и лабораторные занятия) и самостоятельной работы. Доля контактной учебной работы в общем объеме времени, отведенном для изучения дисциплины, составляет 64,81 % (в том числе лекционных занятий – 25,92%, лабораторных занятий – 38,89%), доля самостоятельной работы – 35,19%. Соотношение лекционных и лабораторных занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану направления 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика»

Для подготовки к лабораторным занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

*Методические рекомендации для обучающихся по изучению дисциплины «Методы построения однородных разностных схем»*

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения учебных работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; готовятся к лабораторным занятиям; выполняют самостоятельные работы; участвуют в выполнении лабораторных заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, лабораторных занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. В случае нерегулярного посещения занятий у обучающихся есть доступ к электронному варианту лекции, заданий к практическим и лабораторным занятиям. Лекции включают все темы и основные вопросы. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к лабораторным занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов лабораторных занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям***

Лабораторные занятия – составная часть учебного процесса, проходящие при активном участии студентов. Они способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью Лабораторных занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к этим занятиям необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем лабораторные задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и

требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к лабораторным занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы. В заданиях к лабораторным работам приводятся рекомендуемая литература.

На лабораторных занятиях обучающиеся учатся грамотно самостоятельно решать предлагаемые индивидуально для каждого задания, а затем их защищать.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку. Имеется электронный вариант конспекта лекций, а также: Нахушева Ф.М., Лафишева Н.И., Джанкулаева М.А. Методы построения разностных схем (*Электронный учебник*). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014615538. 28.05.2014г.

Самостоятельная работа обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разноуровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться

индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае,

если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;

- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала лабораторных занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, лабораторных занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено»

***Курсовое проектирование*** не предусмотрено.

### 7.8. Программное обеспечение современных информационно-коммуникационных технологий

Электронная библиотека и электронная информационно-образовательная среда обеспечивает возможность доступа обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет». Имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения: лицензионная ОС MS Windows, офисный пакет OpenOffice.org., программы MatLab, Паскаль.

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

#### 8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

№ п/п	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения	Кол-во
1.	Операционная система РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»	Российская Федерация	12 месяцев	1000
2.	Система оптического распознавания текста SETERE OCR для РЕД ОС	Российская Федерация	12 месяцев	30
3.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition	Российская Федерация	12 месяцев	700
4.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) Webinar Enterprise TOTAL 150 участников	Российская Федерация	12 месяцев	1
5.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем Асмо-графический редактор	Российская Федерация	бессрочные	32

6.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>	Российская Федерация	бессрочные	16
----	---	----------------------	------------	----

## **8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).



- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 9. Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины

в рабочую программу по дисциплине «Методы построения однородных разностных схем» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика» на 2023/2024 учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры прикладной математики и информатики

Протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2023 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Р. Бечелова

Согласовано:

Заведующий отделом комплектования \_\_\_\_\_  
личная подпись                      расшифровка подписи                      дата