

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный  
университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы Ф.Х. Кудиева Ф.Х. Кудиева  
« 30 » мая 2023г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института  
А.Х. Шапсигов А.Х. Шапсигов  
« 30 » мая 2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЕ МЕТОДЫ»**

**01.03.02 - Прикладная математика и информатика**  
(код и наименование направления подготовки)

**«Математическое моделирование и вычислительная математика»**  
(наименование профиля подготовки)

**Бакалавр**  
Квалификация (степень) выпускника

**Очная**  
Форма обучения

Нальчик - 2023

Рабочая программа дисциплины «Вариационно-разностные методы» /сост. Ф.М. Нахушева – Нальчик: КБГУ, 2018, – 38 с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика» VIII семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» марта 2015 г. № 228 (зарегистрировано в Минюсте России 14.04.2015 г. №36844).

## Содержание

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| 1. Цели и задачи освоения дисциплины.....  | 4                                   |
| 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....  | 4                                   |
| 3. Требования к результатам освоения дисциплины .....  | 5                                   |
| 4. Содержание и структура дисциплины .....   | 6                                   |
| 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....                           | 10                                  |
| 5.1. Оценочные материалы для текущего контроля .....   | 11                                  |
| 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля .....  | 18                                  |
| 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.....   | 24                                  |
| 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности .....            | 26                                  |
| 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....  | 31                                  |
| 7.1. Нормативно-законодательные акты .....   | 31                                  |
| 7.2. Основная литература.....  | 31                                  |
| 7.3. Дополнительная литература .....   | 32                                  |
| 7.4. Периодические издания .....   | 33                                  |
| 7.5. Интернет-ресурсы .....  | 33                                  |
| 7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам.....  | 35                                  |
| 7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы ..... | 36                                  |
| 7.8. Программное обеспечение современных информационно-коммуникационных технологий .....   | 40                                  |
| 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....  | <b>Error! Bookmark not defined.</b> |
| 8.1. Требования к материально-техническому обеспечению .....   | <b>Error! Bookmark not defined.</b> |
| 8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья .....                          | <b>Error! Bookmark not defined.</b> |
| 9. Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....   | 43                                  |

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Вариационно-разностные схемы» является дисциплиной по выбору по подготовке выпускников направления 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика» И входит в проблематику, связанную с решением численными методами дифференциальных уравнений и их исследованием современными средствами.

**Цель** освоения дисциплины:

- подготовка выпускника, владеющего основными приемами построения вариационно-разностных схем;
- формирование системы теоретических, методических знаний и практических навыков построения вариационно-разностных схем для прикладных задач математической физики, оптимального подбора метода для конкретной практической задачи;
- ознакомление студентов и освоение ими основных вариационно-разностных методов решения различных задач математической физики, эффективность которых обусловлено развитием вычислительной техники, достижениями в области теории вариационных методов, а также теории аппроксимации с помощью функций с конечными носителями.

Поскольку вариационно-разностные методы обычно представляют собой модификацию проекционных методов (Ритца, Бубнова – Галёркина, метода наименьших квадратов и др.), использующих специальные финитные базисные функции, то изучение будет базироваться на алгоритмах проекционных методов.

В результате освоения данной дисциплины обеспечивается достижение целей основной образовательной программы по направлению «Прикладная математика и информатика». Приобретенные знания, умения и навыки позволяют подготовить выпускника к научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики, к производственно-технологической деятельности в области создания современных систем для решения прикладных задач.

**Задачи** освоения дисциплины: выработка у студентов навыков использования вариационно-разностных методов при решении практических задач математической физики. Студенты должны свободно ориентироваться в вариационных методах (Ритца в классической постановке, Ритца в энергетическом пространстве, Бубнова – Галёркина, наименьших квадратов), должны знать различия проекционных методов, преимущества и недостатки, уметь оптимально применять их в конкретных задачах.

В результате изучения дисциплины студент должен свободно ориентироваться в различных алгоритмах вариационно-разностных методов. Студент должен научиться строить вариационно-разностные схемы для одномерного уравнения диффузии, для эллиптического уравнения с условием Дирихле, для параболического уравнения, подбирать базисные функции, исследовать сходимость схем, получать оценку скорости сходимости, численно их реализовывать. Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию точного научного мышления, повышению программистской и исследовательской культуры для решения конкретных практических задач, возникающих в реальном мире.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Вариационно-разностные схемы» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика».

Дисциплина «Вариационно-разностные схемы» логически и содержательно-методически взаимосвязана с такими дисциплинами ОПОП ВО, как «Линейная алгебра», «Численные методы», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Уравнения в частных производных», «Разностные методы решения задач математической физики», «Вариационные методы

математической физики» и базируется на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения этих дисциплин.

Дисциплина позволит расширить теоретическую подготовку бакалавра, получить практические навыки по применению вариационно-разностных методов для решения прикладных задач.

Освоение основных положений данной дисциплины необходимо для прохождения преддипломной практики и написания выпускной квалификационной работы (бакалаврской работы).

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Математическое моделирование и вычислительная математика» дисциплина «Вариационно-разностные схемы» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика» (уровень бакалавриата):

#### профессиональных (ПКС):

| Коды    | Содержание компетенций   |
|---------|--|
| ПКС-2.1 | Способен владеть методами, технологиями и инструментами разработки программного обеспечения        |
| ПКС-2.2 | Способен работать с современными системами программирования, проектировать программное обеспечение |

В результате изучения дисциплины «Вариационно-разностные схемы» студент должен:

#### знать:

- что использование вариационных функционалов для решения задач смыкается с проблемой оптимальной организации алгоритма решения задачи с заданной точностью, то есть с теорией оптимизации;
- что сущность многих вариационных методов состоит в формулировке задачи в вариационной форме, как задачи об отыскании функции, реализующей экстремум некоторого функционала, и в последующем нахождении приближения к этой функции;
- близость некоторых задач математической физики к вариационным задачам;
- вариационные методы математической физики, преимущества и недостатки каждого;
- проблему выделения главных и естественных краевых условий (важную для использования метода Рунге);
- возможность применения вариационно-разностных методов для решения параболического уравнения, что при решении нестационарных задач вариационно-разностные методы часто применяются для аппроксимации решения лишь по пространственным переменным, а приближение по временной переменной осуществляется обычным разностным методом;
- алгоритмы, устойчивость и скорость сходимости вариационно-разностных методов;

#### уметь:

- формулировать дифференциальные задачи в вариационной форме;
- строить вариационно-разностную схему по методу Рунге в классической постановке и в энергетических пространствах;

- выделять главные и естественные краевые условия, важные для использования метода Ритца;
  - различать преимущество метода Бубнова – Галёркина перед методом Ритца;
  - применять метод наименьших квадратов при построении вариационно-разностной схемы;
  - строить вариационно-разностную схему для численного решения уравнения диффузии, исследовать схему на сходимость и определять скорость сходимости;
  - строить вариационно-разностную схему для решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения и получать априорные оценки приближенного решения, гарантирующие устойчивость алгоритма (численную устойчивость);
  - строить вариационно-разностную схему для решения параболического уравнения, применять для аппроксимации решения по пространственным переменным и приближение по временной переменной осуществлять обычным разностным методом;
  - подбирать оптимально вариационно-разностную схему к решению задач математической физики;
  - проводить исследование сходимости, устойчивости и скорости сходимости вариационно-разностной схемы;
  - строить алгоритм решения построенной вариационно-разностной схемы и реализовывать на ЭВМ;
- владеть:**
- культурой мышления, основами профессиональной разговорной речи;
  - навыками решения практических задач;
  - навыками работы с математической литературой;
  - навыками решения разностных систем уравнений с трёхдиагональной матрицей с помощью метода прогонки;
  - навыками подбора вариационного метода для построения вариационно-разностной схемы для решения конкретной задачи математической физики;
  - навыками исследования на устойчивость и сходимость построенных вариационно-разностных схем решения задач.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

*Таблица 1. Содержание дисциплины «Вариационно-разностные схемы», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций*

| № п/п              | Наименование темы                 | Содержание темы  | Код контролируемой компетенции (или её части) | Наименование оценочного средства   |
|--------------------|-----------------------------------|--|---|--|
| 1                  | 2                                 | 3  | 4   | 5  |
| РАЗДЕЛ I. Введение |                                   |  |   |  |
| 1                  | Аппроксимация и финитные функции. | Схема алгоритмов (метод Ритца, метод Бубнова – Галеркина, метод наименьших квадратов, проекционный метод в гильбертовом пространстве). Главные и естественные краевые условия. Проблемы выбора базисных функций. | ПКС - 2                                       | лабораторная работа (ЛР), контрольная работа (К), рубежный контроль (РК) |

|   |  |   |         |           |
|---|--|---|---------|-----------|
|   |  | <p>Простейшие кусочно постоянные финитные функции.</p> <p>Кусочно-линейные базисные функции в одномерном случае.</p> <p>Кусочно-линейная аппроксимация на прямоугольнике,</p> <p>подпространствах <math>W_2^{1,h}</math>, <math>W_2^{0,1,h}</math>.</p> <p>Кусочно-линейная аппроксимация на прямоугольной области.</p> <p>Билинейные базисные функции.</p> <p>Кусочно-квадратичные базисные функции на треугольной сетке.</p> <p>Понятие о кусочно полиномиальной аппроксимации высокой степени.</p> |         |           |
| РАЗДЕЛ II. Вариационно-разностные схемы |  |   |         |           |
| 2                                       | Вариационно-разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка                       | <p>Постановка задачи.</p> <p>Построение вариационно-разностной схемы.</p> <p>Сходимость. Оценка скорости сходимости в пространстве <math>L_2</math>.</p> <p>Примеры.</p>  | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |
| 3                                       | Вариационно-разностная схема третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка                 | <p>Постановка задачи.</p> <p>Построение вариационно-разностной схемы.</p> <p>Оценка скорости сходимости.</p> <p>Изучение скорости сходимости с использованием пространства с дробными индексами.</p>  | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |
| 4                                       | Вариационно-разностная схема задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области | <p>Доказательство симметричности и положительной определенности оператора уравнения.</p> <p>Задание в качестве базисных функций кусочно линейных финитных функций.</p> <p>Применение алгоритма метода Бубнова – Галеркина.</p> <p>Доказательство устойчивости схемы.</p> <p>Сходимость приближенного решения к точному решению при условии <math>h \rightarrow 0</math>.</p>  | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |
| 5                                       | Вариационно-разностная схема задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с             | <p>Доказательство симметричности и положительной определенности оператора уравнения.</p> <p>Выбор базисных функций.</p> <p>Применение метода Бубнова – Галёркина.</p> <p>Доказательство устойчивости и сходимости вариационно-</p>  | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |

|   |   |   |         |           |
|---|---|---|---------|-----------|
|   | криволинейной границей  | разностной схемы.<br>О подходах к решению задачи Дирихле с неоднородными краевыми условиями.              |         |           |
| 6 | Вариационно-разностный метод решения параболического уравнения                | Постановка задачи.<br>Построение вариационно-разностной схемы.<br>Сходимость. Оценка скорости сходимости. | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |
| 7 | Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка | Постановка задачи.<br>Построение проекционно-разностной схемы.<br>Сходимость. Оценка скорости сходимости. | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |
| 8 | Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения первого порядка | Постановка задачи.<br>Построение проекционно-разностной схемы.<br>Сходимость. Оценка скорости сходимости. | ПКС - 2 | ЛР, К, РК |

**Таблица 2. Структура дисциплины «Вариационно-разностные схемы»**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144)

| Вид работы   | Трудоемкость, часов |                |
|--|---------------------|----------------|
|  | VIII семестр        | Всего          |
| <b>Общая трудоемкость (в часах)</b>                                      | <b>144</b>          | <b>144</b>     |
| <b>Контактная работа (в часах):</b>                                      | <b>48</b>           | <b>48</b>      |
| Лекции (Л)   | 24                  | 24             |
| Практические занятия (ПЗ)  | -                   | -              |
| Семинарские занятия (СЗ)   | -                   | -              |
| Лабораторные работы (ЛР)   | 24                  | 24             |
| <b>Самостоятельная работа (в часах) , в том числе контактная работа:</b> | <b>68</b>           | <b>69</b>      |
| Курсовой проект (КП),<br>курсовая работа (КР)                            | -                   | -              |
| Расчетно-графическое задание (РГЗ)                                       | -                   | -              |
| Реферат (Р)  | -                   | -              |
| Эссе (Э)   | -                   | -              |
| Самостоятельное изучение разделов  | 63                  | 63             |
| Контрольная работа (К)   | 6                   | 6              |
| Подготовка и прохождение промежуточной аттестации                        | 27                  | 27             |
| <b>Вид промежуточной аттестации</b>                                      | <b>экзамен</b>      | <b>экзамен</b> |

**Таблица 3. Лекционные занятия**

| №<br>п/п | Тема |
|----------|------|
|----------|------|



|   |   |
|---|---|
| 1 | <i>Аппроксимация и финитные функции.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> ознакомить с различными вариационными методами решения задач математической физики (методом Ритца в классической постановке, методом Ритца в энергетических пространствах, методом Бубнова – Галёркина, методом наименьших квадратов, проекционным методом в гильбертовом пространстве), а также со схемами алгоритмов, проблемой выбора базисных функций.   |
| 2 | <i>Вариационно-разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> ознакомить с вариационно-разностным методом (по методу Ритца) построения схемы для одномерного уравнения диффузии и рассмотреть вопросы сходимости вариационно-разностной схемы и оценки её скорости сходимости.   |
| 3 | <i>Вариационно-разностная схема третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения вариационно-разностной схемы для эллиптического уравнения второго порядка и рассмотреть вопросы сходимости вариационно-разностной схемы и оценки её скорости сходимости.   |
| 4 | <i>Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения вариационно-разностной схемы на основе метода Бубнова – Галёркина для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области и рассмотреть вопросы сходимости вариационно-разностной схемы и оценки её скорости сходимости.                       |
| 5 | <i>Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения вариационно-разностной схемы на основе метода Бубнова – Галёркина для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей и рассмотреть вопросы сходимости вариационно-разностной схемы и оценки её скорости сходимости. |
| 6 | <i>Вариационно-разностная схема для параболического уравнения.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения вариационно-разностной схемы для параболического уравнения и рассмотреть вопросы сходимости вариационно-разностной схемы и оценки её скорости сходимости.  |
| 7 | <i>Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения проекционно-разностной схемы для гиперболического уравнения второго порядка и рассмотреть вопросы сходимости проекционно-сеточной схемы и оценки её скорости сходимости.  |
| 8 | <i>Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения первого порядка.</i><br><i>Цель и задачи изучения темы –</i> показать возможность построения проекционно-разностной схемы для гиперболического уравнения первого порядка и рассмотреть вопросы сходимости проекционно-сеточной схемы и оценки её скорости сходимости.  |

**Таблица 4. Практические занятия – не предусмотрены**

**Таблица 5. Лабораторные работы**

| №<br>п/п | Тема  |
|----------|---|
| 1        | Вариационные методы решения задач математической физики.                                    |
| 2        | Вариационно-разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. |
| 3        | Вариационно-разностная схема третьей краевой задачи для эллиптического уравнения            |

|   |   |
|---|---|
|   | второго порядка.  |
| 4 | Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области.            |
| 5 | Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей. |
| 6 | Вариационно-разностная схема для параболического уравнения.   |
| 7 | Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка.  |
| 8 | Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения первого порядка.  |

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

| <b>№ п/п</b> | <b>Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение</b>  |
|--------------|--|
| 1            | Проблема выбора базисных функций.  |
| 2            | Оценка скорости сходимости вариационно-разностной схемы для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.   |
| 3            | Оценка скорости сходимости вариационно-разностной схемы для эллиптического уравнения второго порядка.  |
| 4            | Оценка скорости сходимости вариационно-разностной схемы на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области.            |
| 5            | Оценка скорости сходимости вариационно-разностной схемы на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей. |
| 6            | Оценка скорости сходимости вариационно-разностной схемы для параболического уравнения.   |
| 7            | Оценка скорости сходимости проекционно-сеточной схемы для гиперболического уравнения второго порядка.  |
| 8            | Оценка скорости сходимости проекционно-сеточной схемы для гиперболического уравнения первого порядка.  |

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные материалы предназначены для установления соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Оценочные материалы (ОМ) являются центральным звеном системы оценки качества освоения обучающимися дисциплины. Целью разработки ОМ по дисциплине является оценка знаний, умений, навыков и уровня освоения обучающимися компетенций дисциплины.

ОМ дисциплины является составной частью рабочей программы дисциплины. Это – *оценочные средства, контрольно-измерительные и методические материалы*, предназначенные для определения качества результатов обучения и уровня сформированности комплекций обучающихся в ходе освоения дисциплины.

Оценочные средства формируются на основе ключевых *принципов оценивания*:

- валидность – объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надёжность – при оценивании достижений обучающихся должны использоваться единообразные стандарты и критерии;
- развивающего характера – фиксация персональных достижений обучающихся и предполагаемые мероприятия по улучшению результатов;

- своевременность – поддержание обратной связи с обучающимися при освоении учебных материалов.

Формирование оценочных средств дисциплины проходит следующие *этапы*:

- формируется система показателей, характеризующих состояние и динамику развития компетенций обучающихся и выпускников;

- определяются оценочные средства и процедуры оценивания знаний, умений, навыков, овладения компетенциями обучающихся.

Задания для оценивания умений, навыков и (или) опыта деятельности предусматривают выполнение аттестуемыми действий:

- по обработке информации, выделению ее элементов и выявлению взаимосвязи между ними и т.п.;

- по интерпретации и усвоению информации из разных источников, ее системному структурированию;

- по выявлению значения предмета учебной дисциплины для достижения конкретной цели;

- по решению учебных задач.

На проверку накопленных знаний направлены такие формы контроля, как устный опрос, коллоквиум и компьютерное тестирование. Они проводятся в целях побуждения самостоятельной мыслительной деятельности студентов.

Устный опрос учебной проводится с целью выявления и закрепления полученных знаний и умений, определения уровня подготовленности к изучению новой темы.

Коллоквиум предусматривает развёрнутое изложение по определённом вопросу, основанное на привлечении теоретического материала с целью активизации самостоятельной работы обучающегося по изучению материала. Он позволяет оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом, выявить объем полученных знаний, полученных на занятиях, а также путем самостоятельной работы.

Компьютерное тестирование проводится для закрепления и проверки знаний, умений и навыков с применением технических средств.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида знаний и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий контроль, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

*Контрольные мероприятия по дисциплине* проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

## **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных и лабораторных занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Вариационно-разностные схемы» и включает: ответы на теоретические вопросы на лабораторном занятии, решение практических задач и выполнение заданий на лабораторных

занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности и качества выполнения задания.

### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Вариационно-разностные схемы» (контролируемые компетенции ПКС-2)**

*Тема «Вариационные методы решения задач математической физики»*

1. Модификацией какого метода является вариационно-разностный метод?
2. Какие специальные базисные функции используются в вариационно-разностном методе?
3. В чем предпочтение вариационного подхода к построению разностных схем?
4. Можно ли использовать метод конечных элементов для построения разностных схем на основе вариационных принципов?
5. Обязательно ли будет решением исходной задачи минимизирующая функция, если сужать класс допустимых функций?

*Тема «Вариационно-разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка»*

1. В чем состоит хорошее качество вариационных методов для решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка?
2. Какие свойства сохраняются у матриц возникающих систем в проекционных методах, которыми обладал оператор исходной задачи?
3. Сохраняется ли свойство положительной определенности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
4. Сохраняется ли свойство симметричности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
5. При каком условии на базисные функции получаются хорошие приближения к решению задачи проекционными методами?

*Тема «Вариационно-разностная схема третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка»*

1. В чем состоит хорошее качество вариационных методов для решения эллиптического уравнения второго порядка?
2. Какие свойства сохраняются у матриц возникающих систем в проекционных методах, которыми обладал оператор исходной задачи?
3. Сохраняется ли свойство положительной определенности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
4. Сохраняется ли свойство симметричности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
5. При каком условии на базисные функции получаются хорошие приближения к решению задачи проекционными методами?

*Тема «Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области»*

1. В чем состоит хорошее качество метода Бубнова – Галёркина для решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области?
2. Какие свойства сохраняются у матриц возникающих систем в проекционных методах, которыми обладал оператор исходной задачи?
3. Сохраняется ли свойство положительной определенности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
4. Сохраняется ли свойство симметричности у матриц в проекционных методах, если им обладал оператор исходной задачи?
5. При каком условии на базисные функции получаются хорошие приближения к решению задачи проекционными методами?

*Тема «Вариационно-разностная схема на основе метода Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей»*

1. Какой вид имеет оператор задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей?
2. Какова область определения оператора задачи Дирихле для уравнения Пуассона?
3. Из какого равенства следует симметричность оператора?
4. Является ли оператор эллиптического уравнения симметричным?
5. Для доказательства какого свойства оператора эллиптического уравнения нужно применить неравенство Фридрихса?

*Тема «Вариационно-разностная схема для параболического уравнения»*

1. Сказывается ли на формах вариационно-сеточных методов наличие временной переменной?
2. Возникают ли трудности, обусловленные геометрией области изменения временной переменной?
3. Какие схемы по временной переменной возникают при использовании метода Бубнова - Галеркина к нестационарному уравнению?
4. Какая возможность численной аппроксимации нестационарных уравнений по переменной  $t$  теряется при использовании метода Бубнова - Галеркина?
5. По какой переменной производят чаще всего аппроксимацию решения нестационарных задач вариационно-сеточным методом?

*Тема «Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка»*

1. Можно ли применить разностный метод для решения системы относительно коэффициентов приближенного решения гиперболического уравнения второго порядка?
2. Аналогично ли случаю параболического уравнения численное решение систем для определения коэффициентов приближенного решения гиперболического уравнения второго порядка?

*Тема «Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения первого порядка»*

1. Можно ли применить метод Бубнова – Галёркина для решения гиперболического уравнения первого порядка?
2. По какой переменной можно осуществить аппроксимацию с помощью финитных функций для гиперболического уравнения?
3. Можно ли осуществить приближение для гиперболического уравнения первого порядка по временной переменной, как и для параболического уравнения?

### ***Критерии формирования оценок (оценивания) по результатам устного опроса.***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Вариационно-разностные схемы». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять изучаемые методы при решении практических задач.

В результате *устного опроса* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

***Таблица 7. Шкала оценивания***

| <b>Количество баллов</b> | <b>Критерии оценивания</b>  |
|--------------------------|---|
| 5                        | Обучающийся<br>- полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность;<br>- понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении лабораторных заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения;<br>- излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного |

|   |  |
|---|--|
|   | языка.   |
| 4 | Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.   |
| 3 | Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но:<br>- излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности;<br>- не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы;<br>- излагает материал непоследовательно, допускает ошибки. |
| 2 | Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.  |
| 1 | Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.  |
| 0 | Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.   |

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

### 5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ПКС-2)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических и лабораторных занятий по дисциплине «Методы вычислений».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения (см. таблицу 6) и индивидуальным выполнением заданий к лабораторным занятиям.

Все задания к самостоятельной работе и лабораторным занятиям приведены в учебном пособии: Нахушева Ф.М., Кереев М.А., Абрегов М.Х., Нахушева Ф.Б. Вариационно-разностные схемы решения задач математической физики. Изд. КБГУ. Нальчик, 2017. 102 с.

#### Задания

**Тема: «Вариационные методы решения задач математической физики»**

1. Рассмотреть задачу:

$$-\frac{d}{dx} p(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x), \quad x \in (0,1),$$

$$u(0) = \frac{du}{dx}(1) = 0, \quad p(x) > 0, \quad q(x) > 0,$$

где  $p(x), q(x)$  – достаточно гладкие ограниченные функции. Охарактеризовать дифференциальные свойства функций из энергетического пространства оператора задачи и определить, каким краевым условиям они обязательно удовлетворяют (главные условия), а каким могут не удовлетворять (естественные условия). Записать задачу в операторной форме.

2. Для задачи

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + qu = f(x), \quad x \in (0,1), \quad f \in L_2(0,1), \quad q = \text{const} > 0,$$

$$u(0) = u(1) = 0,$$

для базисных функций  $\varphi_i(x) = \sin i\pi x$ ,  $i = \overline{1, N}$ , составить алгоритм нахождения ее решения по методу Бубнова – Галёркина.

3. Для задачи

$$a \frac{du}{dx} + bu = f(x), \quad x \in (0,1), \quad f \in L_2(0,1) = H, \quad a, b > 0, \\ u(0) = 0$$

составить алгоритм нахождения ее решения по методу Бубнова – Галёркина.

4. Для задачи

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + qu = f(x), \quad q = \text{const} > 0, \\ u(0) = u(1) = 0$$

составить алгоритм нахождения ее решения по методу наименьших квадратов.

**Тема: «Вариационно-разностная схема для одномерного уравнения диффузии»**

1. Для дифференциальной задачи

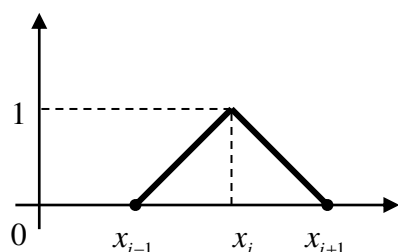
$$\frac{d^2u}{dx^2} + cu = f(x), \quad x \in [0,1], \\ u(0) = u(1) = 0.$$

определить значения  $c$ , для которых применим метод Ритца?

2. Построить разностную схему с помощью метода Ритца для задачи:

$$-\frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{du}{dx} \right) = 1, \quad x \in [0,1], \\ u(0) = u(1) = 0, \quad k(x) = \begin{cases} 3/2, & 0 \leq x < \frac{\pi}{4}, \\ 2, & \frac{\pi}{4} \leq x \leq 1, \end{cases}$$

взяв в качестве базисных функций функции  $\omega_i^h(x)$  с графиком вида:



3. Для задачи, рассмотренной в задаче 2, составить алгоритм нахождения ее решения по методу Ритца.

4. Для задачи

$$-\frac{d}{dx} \left( p \frac{du}{dx} \right) + qu = f(x), \\ u(a) = \frac{du}{dx}(b) = 0,$$

составить алгоритм нахождения ее решения по методу Ритца.

5. Для задачи

$$-\frac{d}{dx} p \frac{du}{dx} + qu = f, \\ u(a) = u_a, \quad u(b) = u_b,$$

где  $u_a, u_b$  – постоянные, составить алгоритм нахождения ее решения по методу Ритца.

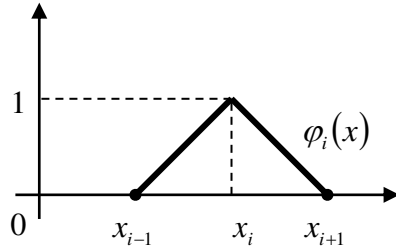
**Тема: «Проекционно-сеточный метод решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения»**

1. Построить разностную схему с помощью метода Галёркина для задачи:

$$-\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right)=1, \quad x \in [0,1],$$

$$u(0)=u(1)=0, \quad k(x)=\begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{5}, \\ \frac{1}{3}, & \frac{\pi}{5} < x \leq 1. \end{cases}$$

Базисные функции – функции с графиком:



2. Дана дифференциальная задача:

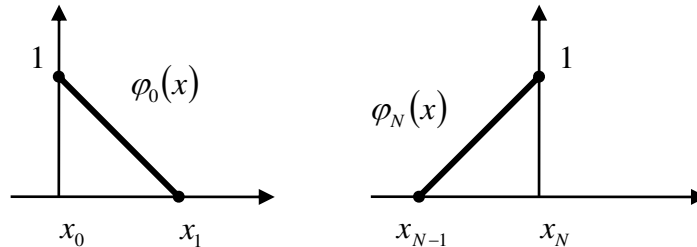
$$-\frac{d^2u}{dx^2} + a \frac{du}{dx} + cu = 1, \quad c \geq 0, \quad x \in [0,1],$$

$$u(0)=u(1)=1.$$

Построить разностную схему с помощью метода Галёркина, используя базисные функции из задания 1.

**Тема: «Проекционно-сеточный метод решения задачи Дирихле для эллиптического уравнения»**

1. Построить



3. Для задачи, рассмотренной в задании 1, составить алгоритм решения разностной схемы.

**Тема: «Проекционно-сеточный метод решения параболического уравнения»**

1. Для задачи

$$\frac{du}{dt} + Au = f,$$

$$u(x,0) = u_{(0)},$$

где  $f = f(x,t)$  при каждом значении  $t$  принадлежит  $H = L_2(\Omega)$ ,  $x \in \Omega = (a,b)$ ,  $t \in [0,T]$ ;

$u_{(0)} = u_{(0)}(x) \in L_2(\Omega)$ , с оператором  $Au = -\frac{d}{dx} p(x) \frac{du}{dx} + qu$ ;  $p(x)$ ,  $q(x)$  – ограниченные

положительные функции на  $\Omega$  с областью определения

$$D(A) = \left\{ v : v \in L_2, \frac{dv}{dx} \in L_2, Av \in L_2, v(a) = \frac{dv}{dx}(b) = 0 \right\}$$



составить алгоритм ее решения разностной схемы по методу Бубнова – Галёркина.

**Тема: «Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка»**

1. Для задачи

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Au &= f(x, t), \quad t \in (0, T), \quad x \in \Omega = (a, b), \\ u(x, 0) &= u_{(0)}(x), \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= u_{(1)}(x),\end{aligned}$$

где  $Au = -\frac{d}{dx} p(x) \frac{du}{dx} + q(x)u$  – оператор с областью определения

$$D(A) = \left\{ v : v \in L_2, \frac{dv}{dx} \in L_2, Av \in L_2, v(a) = \frac{dv}{dx}(b) = 0 \right\}, \text{ для гиперболического уравнения}$$

второго порядка составить алгоритм решения с помощью проекционно-сеточной схемы.

**Тема: «Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения первого порядка»**

1. Для задачи

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, t)u(x, t) &= f(x, t), \\ u(x, 0) &= u_{(0)}(x),\end{aligned}$$

где  $t \in (0, T)$ ,  $\Omega = \{(x, t) : t \in (0, T), x \in (0, 1)\}$ ,  $a = \text{const} > 0$ ,  $b(x, t) > 0$  – ограниченная функция,  $f(x, t) \in H = L_2(\Omega)$ ,  $u_{(0)}(x) \in L_2(0, 1)$ ,  $(\cdot, \cdot) = (\cdot, \cdot)_{L_2(0, 1)}$ ,  $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{L_2(0, 1)}$  построить алгоритм решения с использованием проекционно-сеточной схемы.

### **Методические рекомендации по решению задач**

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач численными методами, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи).**

Самостоятельное выполнение заданий на лабораторных занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Вариационно-разностные схемы».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 8. Шкала оценивания**

| Количество баллов | Критерии оценивания |
|-------------------|---------------------|
|-------------------|---------------------|

|   |   |
|---|---|
| 5 | Обучающийся<br>- показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач;<br>- знает все формулы, применяемые методы и их точность;<br>- может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения. |
| 4 | Обучающийся<br>- даёт ответ, удовлетворяющий требованиям;<br>- твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;<br>- сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.   |
| 3 | Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.  |
| 2 | Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.   |
| 1 | Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.  |
| 0 | Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.   |

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

## 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

*Рубежный контроль* проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику*.

Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на лабораторных занятиях, а также компьютерного тестирования.

Выполняемые работы хранятся на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляются в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия выносятся программный материал (разделы) по дисциплине.

По каждой контрольной точке обязательным является компьютерное тестирование, которое проводится в группе вне рамок учебного расписания. Разработана и сертифицирована в установленном порядке база тестовых заданий по дисциплине. Она ежегодно обновляется и (или) дополняется на 15%.

Проведение бально-рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.

### 5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов) (контролируемые компетенции ПКС-2)

#### *Типовые варианты контрольных работ*

##### *Вариант 1.*

*Задание 1. Вставьте пропущенное слово.*

1. В методе Бубнова-Галеркина коэффициенты  $a_i$  определяются из условия ### невязки  $Lu_N - f$  к  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$

*Правильный вариант ответа:* ортогональности.

2. Коэффициенты  $a_i$  определяются из условия ортогональности невязки к базисным функциям:  $(Lu_N - f, \varphi_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$ , в методе ###

*Правильный вариант ответа:* Бубнова-Галеркина.

3. Уравнения  $\sum_{k=1}^N (\varphi_i, L\varphi_k) a_k = (f, \varphi_i), \quad i = 1, 2, \dots, N$  по форме совпадают с соответствующими уравнениями алгоритма метода ###, если  $\varphi_i \in D(A)$

*Правильный вариант ответа:* Ритца;

4. Если однородное уравнение  $Lu = 0$  имеет только ### решение, то для базиса  $\{\varphi_i\}$  функции  $L\varphi_1, L\varphi_2, \dots, L\varphi_N$  линейно независимы.

*Правильный вариант ответа:* нулевое.

5. Недостаток метода наименьших квадратов состоит в том, что помимо ограничений на гладкость базисных функций  $\varphi_i$  требуется удовлетворение ### условиям

*Правильный вариант ответа:* краевым.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Уравнения  $\sum_{k=1}^N (\varphi_i, L\varphi_k) a_k = (f, \varphi_i), \quad i = 1, 2, \dots, N$ , в методе Бубнова-Гальперина по форме совпадают с соответствующими уравнениями в методе Ритца, если

☒  $\varphi_i \in D(A)$     ☐  $\varphi_i \in H_A$     ☐  $\varphi_i \in H_N$     ☐  $\varphi_i \notin D(A)$

2. Метод Ритца можно применить, если в уравнении  $Au = f, \quad f \in H$ , оператор  $A$

☒ симметричен и положительно определен    ☐ симметричен и линеен  
☐ линеен и положительно определен    ☐ положителен

3. В методе Ритца коэффициенты  $a_i$  приближенного решения  $u_N = \sum_{i=1}^N a_i \varphi_i$  находятся из системы уравнений:

☒  $(Au_N, \varphi_i) = (f, \varphi_i)$     ☐  $(Au_N, \varphi_i) = f_i$     ☐  $(Au_N, \varphi_i) = \varphi_i$     ☐  $(Au_N, \varphi_i) = (u_N, \varphi_i)$

4. По методу Ритца в энергетических пространствах базисные функции задаются:

☒  $\{\varphi_i\} \in H_A$     ☐  $\{\varphi_i\} \in D(A)$     ☐  $\{\varphi_i\} \notin H_A$     ☐  $\{\varphi_i\} \in H$

5. Задачу  $-\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x), \quad u(a) = u(b) = 0$  можно записать в виде операторного уравнения  $Au = f$ , в котором

☒  $Au = -\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x)$     ☐  $Au = -\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) - f(x)$

☐  $Au = -\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx}$     ☐  $Au = q(x)u(x)$

**Задание 3.**

1. Покажите, что в задаче  $-\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x), \quad u(a) = u(b) = 0$  оператор  $A$  является положительно определенным.

2. Покажите, что для оператора  $A$  задачи  $-\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x), \quad u(a) = u(b) = 0$  имеет место  $(Au, v) = (Av, u)$ .

3. Покажите, что для оператора  $A$  задачи  $-\frac{d}{dx}\rho(x)\frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x)$ ,  $u(a) = u(b) = 0$  имеет место  $(Au, u) \geq \gamma^2 \|u\|^2$ ,  $u \in D(A)$ ,  $\gamma = \text{const} > 0$ .
4. Покажите, что для задачи  $-\frac{d}{dx}\rho(x)\frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x)$ ,  $u(a) = u(b) = 0$  при  $\rho(x), q(x), \frac{d\rho}{dx} \in L_\infty$  справедлива оценка  $\left\| \frac{d^2 u}{dx^2} \right\| \leq c \|f\|$ .
5. Покажите, что оценка скорости сходимости в  $L_2$  проекционно-сеточной схемы по методу Рунге задачи  $-\frac{d}{dx}\rho(x)\frac{du}{dx} + q(x)u(x) = f(x)$ ,  $u(a) = u(b) = 0$  имеет вид  $\|u - u_h\| \leq ch^2 \|f\|$ .

### Вариант 2.

**Задание 1.** Вставьте пропущенное слово.

1. Метод ### можно применить, если в уравнении  $Au = f$ ,  $f \in H$ , оператор  $A$  - симметричный и положительно определенный.

*Правильный вариант ответа:* Рунге.

2. Если для  $Au = f$  решение  $u_0 \in H_A$ , но  $u_0 \notin D(A)$ , то  $u_0$  называют ### решением

*Правильный вариант ответа:* обобщенным.

3. В случае ### краевых условий проблема построения базисных функций  $\varphi_i$ , удовлетворяющих этим условиям, остается

*Правильный вариант ответа:* главных.

4. Если в энергетическом пространстве  $H_A$  окажутся элементы, не удовлетворяющие некоторому условию  $T_k u = 0$ , то это краевое условие называется ###

*Правильный вариант ответа:* естественным.

5. Хорошее качество проекционных методов – сохранение у матриц возникающих систем свойств положительной определенности, если им обладал ### исходной задачи

*Правильный вариант ответа:* оператор.

### Задание 2.

1. Установите соответствие задачи и вида приближенного решения:

$$-\frac{d}{dx}\rho(x)\frac{du}{dx} + qu = f, u(a) = u(b) = 0$$

$$u_h = \sum_{i=1}^{N-1} a_i \varphi_i$$

$$-\Delta u = f(x, y), u|_{\partial\Omega} = 0$$

$$u_h = \sum_{i=1}^{N_x-1} \sum_{j=1}^{N_y-1} a_{ij} \varphi_{ij}$$

$$u_h = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \varphi_i$$

$$u_h = \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_y} a_{ij} \varphi_{ij}$$

2. Априорная оценка  $\|u_h\|_{W_2^1} \leq c \|f\|$  решения задачи  $-\Delta u = f(x, y)$ ,  $u|_{\partial\Omega} = 0$  проекционно-сеточным методом гарантирует ### алгоритма.

*Правильный вариант ответа:* устойчивости.

3. Область определения оператора  $A$  задачи  $-\Delta u = f(x, y)$ ,  $u|_{\partial\Omega} = 0$  есть

☒  $D(A) = \{u : u \in W_2^2(\Omega), u = 0 \text{ на } \partial\Omega\}$

☐  $D(A) = \{u : u \in W_2^2(\Omega)\}$

☐  $D(A) = \{u : u \in W_2^1(\Omega) \text{ при } u = 0 \text{ на } \partial\Omega\}$

☐  $D(A) = \{u : u \in L_2(\Omega), u = 0 \text{ на } \partial\Omega\}$

4. Для задачи  $-\Delta u = f(x, y)$ ,  $u|_{\partial\Omega} = 0$  неравенство Фридрихса имеет вид

$$\begin{aligned} \checkmark \quad \|u\| &\leq c \left( \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial u}{\partial y} \right\|^2 \right)^{1/2} & \square \quad \|u\| &\leq c \left( \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\| + \left\| \frac{\partial u}{\partial y} \right\| \right)^{1/2} \\ \square \quad \|u\| &\leq c \left( \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial u}{\partial y} \right\|^2 \right) & \square \quad \|u\| &\geq \left( \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\| + \left\| \frac{\partial u}{\partial y} \right\| \right)^{1/2} \end{aligned}$$

5. Приближенное решение задачи  $-\Delta u = f(x, y)$ ,  $u|_{\partial\Omega} = 0$  по методу Бубнова-Галеркина ищется в форме

$$\begin{aligned} \checkmark \quad u_h &= \sum_{i=1}^{N_x-1} \sum_{j=1}^{N_y-1} a_{ij} \varphi_{ij}(x, y) & \square \quad u_h &= \sum_{i=0}^{N_x-1} \sum_{j=0}^{N_y-1} a_{ij} \varphi_{ij}(x, y) \\ \square \quad u_h &= \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} a_{ij} \varphi_{ij}(x, y) & \square \quad u_h &= \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_y} a_{ij} \varphi_{ij}(x, y) \end{aligned}$$

### Задание 3.

1. Коэффициенты  $a_{ij}$  согласно методу Бубнова - Галёркина ищутся из системы уравнений

$$\begin{aligned} \checkmark \quad [u_h, \varphi_{k,l}] &= (f, \varphi_k), \quad k = \overline{1, N_k-1}, l = \overline{1, N_y-1} & \square \quad [u_h, \varphi_k] &= (f, \varphi_k), \quad k = \overline{1, N_k-1} \\ \square \quad (u_h, \varphi_{k,l}) &= (f, \varphi_k), \quad k = \overline{1, N_k-1}, l = \overline{1, N_y-1} & \square \quad (u_h, \varphi_k) &= (f, \varphi_k), \quad k = \overline{1, N_k-1} \end{aligned}$$

2. При решении  $-\Delta u = f(x, y)$ ,  $u|_{\partial\Omega} = 0$  проекционно-сеточным методом Бубнова-Галеркина получается система  $\hat{A}a = f$ , в которой элементы матрицы  $\hat{A}$  имеют вид

$$\checkmark \quad A_{ijkl} = [\varphi_{ij}, \varphi_{kl}] \quad \square \quad A_{ij} = [\varphi_i, \varphi_j] \quad \square \quad A_{ijkl} = (\varphi_{ij}, \varphi_{kl}) \quad \square \quad A_{ij} = A_{jk} = [\varphi_{ik}, \varphi_{jk}]$$

3. При рассмотрении проекционно-сеточного метода к задаче  $\frac{\partial u}{\partial t} + Au = f$ ,  $u(x, 0) = u_{(0)}$

правая часть  $f(x, t)$  при каждом  $t$  принадлежит

$$\checkmark \quad H = L_2(\Omega), \quad \Omega = (a, b) \quad \square \quad H = C(\Omega), \quad \Omega = (a, b) \quad \square \quad (a, b) \quad \square \quad [0, T]$$

4. При рассмотрении проекционно-сеточного метода к задаче

$$\frac{du}{dt} - \frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + qu = f, \quad u(x, 0) = u_{(0)} \quad \text{коэффициенты } \rho(x), q(x) \text{ должны быть } \text{###}$$

положительными функциями на  $\Omega$ .

Правильный вариант ответа: ограниченными;

5. Для уравнения  $\frac{du}{dt} + Au = f$  с оператором  $Au = -\frac{d}{dx} \rho(x) \frac{du}{dx} + qu$  могут быть функциями

из  $H_A$ , не удовлетворяющие условию  $\frac{du}{dx}(b) = 0$ , поэтому это есть ### условие.

Правильный вариант ответа: естественное.

Оценочные материалы для **коллоквиумов** приведены в п. 5.1.1.

**Критерии формирования оценок (оценивания) по контрольным точкам (контрольные работы, коллоквиум).**

В результате контрольной точки (контрольные работы, коллоквиум) знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 9. Шкала оценивания**

| Количество баллов | Критерии оценивания   |
|-------------------|---|
| 5                 | Обучающийся<br>- выполнил работу полностью без ошибок и недочетов;<br>- демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.  |
| 4                 | Обучающийся<br>- выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов);<br>- демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.                        |
| 3                 | Обучающийся<br>- правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой;<br>- затрудняется с правильным ответом предложенной задачи;<br>- дает неполный ответ, решено 50–55% задач. |
| 0–2               | Обучающийся<br>- допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы;<br>- решено менее 50 % задач.  |

### 5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемые компетенции ПКС-2)

Полный перечень *тестовых заданий* представлен в ЭОИС –  
<http://open.kbsu.ru/moodle/enrol/index.php?id=1232>

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

#### **Образцы тестовых заданий**

**I:**

**S:** Проекционно-сеточный метод представляет собой модификацию ### метода  
 + проекционного

**I:**

**S:** В вариационных методах приходят к системе с симметричной матрицей, если оператор исходной задачи ###  
 + симметричен

**I:**

**S:** Метод Ритца можно применить, если в уравнении  $Au=f$ ,  $f \in H$ , оператор  $A$   
 + симметричен и положительно определен  
 -: симметричен и линеен  
 -: линеен и положительно определен  
 - положителен

**I:**

**S:** По методу Ритца в энергетических пространствах требуется найти элемент  $u_N \in H_N$ , минимизирующий функционал  $J(u)$  на ###  $H_A$   
 + подпространстве

**I:**

**S:** Из  $\sum_{k=1}^N (\varphi_i, L\varphi_k) a_k = (f, \varphi_i), \quad i = 1, 2, \dots, N$ , в методе Бубнова-Галеркина определяются

+ коэффициенты  $a_i$

-: базисные функции  $\varphi_i$

-: произведение  $(f, \varphi_i)$

- решения

**I:**

**S:** Хорошее качество проекционных методов – сохранение у матриц возникающих систем свойств симметричности, если им обладал ### исходной задачи

+ оператор

**I:**

**S:** Симметричность и положительная определенность оператора  $A$  уравнения  $Au=f$  гарантирует существование ### обратного оператора  $A^{-1}$

+ обратного

**I:**

**S:** Требованиям  $u_h(a)=a_0= u_h(b)=a_N=0$  удовлетворяет линейная комбинация вида

$$+ \quad u_h(x) = \sum_{i=1}^{N-1} a_i \varphi_i(x)$$

$$-: \quad u_h(x) = \sum_{i=0}^N a_i \varphi_i(x)$$

$$-: \quad u_h(x) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \varphi_i(x)$$

$$- \quad u_h(x) = \sum_{i=1}^N a_i \varphi_i(x)$$

**I:**

**S:** В системе уравнений  $\hat{A}a = f$  вектор  $f$  будет определен, если будут вычислены

+  $f_i$

-:  $a_i$

-:  $A_{ij}$

-  $\hat{A}, a$

**I:**

**S:** Для проекционно-сеточного метода решения гиперболического уравнения первого порядка все функции предполагаются периодическими по  $x$  с ### 1.

+ периодом

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по компьютерному тестированию**

В результате компьютерного тестирования знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 10. Шкала оценивания**

| Процент правильных ответов, критерии оценивания                    | Количество баллов |
|--|-------------------|
| Более 85 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.    | 5                 |
| От 71 до 84 % правильных ответов на предложенные тестовые задания. | 4                 |
| От 41 до 70 % правильных ответов на предложенные тестовые задания. | 3                 |

|  |   |
|--|---|
| От 21 до 40 % правильных ответов на предложенные тестовые задания. | 2 |
| От 10 до 20 % правильных ответов на предложенные тестовые задания. | 1 |
| Менее 10 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.    | 0 |

В результате прохождения *текущего и рубежного контроля* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 11. Шкала оценивания**

| Семестр | Шкала оценивания   |   |   |  |
|---------|--|---|---|--|
|         | 0-35 баллов  | 36-50 баллов  | 51-60 баллов  | 56-70 баллов   |
| VIII    | Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации/ | Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно». | Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо». | Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично». |

### 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных



принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

*Промежуточная аттестация* завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Вариационно-разностные схемы» в форме проведения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме, и в форме тестирования. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;
- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;
- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения зачёта студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к зачёту студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На зачёте он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачёта. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал 61 и более баллов, то ему может выставляться зачёт без сдачи.

### ***Вопросы, выносимые на зачет (контролируемые компетенции ПКС-2)***

- Простейшие кусочно постоянные финитные функции.
- Кусочно-линейные базисные функции в одномерном случае.
- Кусочно-линейная аппроксимация на прямоугольной области.
- Билинейные базисные функции.
- Кусочно-квадратичные базисные функции на треугольной сетке. Понятие о кусочно полиномиальной аппроксимации высокой степени.
- Алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с помощью вариационно-разностной схемы.
- Алгоритм решения вариационно-разностной схемы третьей краевой задачи для эллиптического уравнения второго порядка.
- Алгоритм решения вариационно-разностной схемы задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области.
- Алгоритм метода Бубнова – Галеркина для задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в прямоугольной области.
- Алгоритм решения вариационно-разностной схемы по методу Бубнова – Галёркина задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка в области с криволинейной границей. Доказательство симметричности и положительности оператора уравнения. Выбор базисных функций.

- Алгоритм решения задачи Дирихле с неоднородными краевыми условиями вариационно-разностным методом.

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по промежуточной аттестации**

Знания обучающегося во время прохождения *промежуточной аттестации* оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 12. Шкала оценивания**

| Количество баллов | Критерии оценивания  |
|-------------------|--|
| 20–25             | Обучающийся свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений; способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 71– 100% задач.   |
| 14–18             | Обучающийся относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок; способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.   |
| 9–13              | Обучающийся недостаточно высоко владеет материалом. В процессе ответа на зачете допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Правильно выполнено не менее 2/3 всей работы или допущено не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач. |
| 1–8               | Обучающийся допускает значительные ошибки; имеет лишь начальную степень ориентации в материале. Правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.  |

В результате *прохождения промежуточной аттестации (зачета)* оценивание планируемых результатов обучения по дисциплине проводится по ниже следующей шкале.

**Таблица 13. Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

| Семестр | Шкала оценивания  |   |
|---------|---|---|
|         | Незачтено (36–60)   | Зачтено (61–70)   |
| VII     | Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос. | Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.<br>Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса.<br>Студенту, имеющему 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта. |

## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Минимальная сумма – 61 балл, набираемая студентом по дисциплине включает две

составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 25 – баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Вариационно-разностные схемы» в VII семестре является зачет.

Общий балл *текущего и рубежного контроля* складывается из составляющих, приводимых в таблице 14.

**Таблица 14. Распределение баллов текущего и рубежного контроля**

| № п/п  | Вид контроля  | Сумма баллов         |                     |                     |                     |
|--|---|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|  |   | Общая сумма          | 1-я точка           | 2-я точка           | 3-я точка           |
| 1  | <b>Посещение занятий</b>                                  | <i>до 10 баллов</i>  | <i>до 3 б.</i>      | <i>до 3 б.</i>      | <i>до 4 б.</i>      |
| 2  | <b>Текущий контроль:</b>                                  | <i>до 30 баллов</i>  | <i>до 10 б.</i>     | <i>до 10 б.</i>     | <i>до 10 б.</i>     |
|  | <b>Ответ на 5 вопросов</b>                                | <i>от 0 до 15 б.</i> | <i>от 0 до 5 б.</i> | <i>От 0 до 5 б.</i> | <i>От 0 до 5 б.</i> |
|  | Полный правильный ответ                                   | до 15 баллов         | 5 б.                | 5 б.                | 5 б.                |
|  | Неполный правильный ответ                                 | от 6 до 12 б.        | от 2 до 4 б.        | от 2 до 4 б.        | от 2 до 4 б.        |
|  | Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки         | от 0 до 3 б.         | от 0 до 1 б.        | от 0 до 1 б.        | от 0 до 1 б.        |
|  | <b>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</b> | <i>от 0 до 15 б.</i> | <i>от 0 до 5 б.</i> | <i>от 0 до 5 б.</i> | <i>от 0 до 5 б.</i> |
| 3  | <b>Рубежный контроль</b>                                  | <i>до 30 баллов</i>  | <i>до 10 б.</i>     | <i>до 10 б.</i>     | <i>до 10 б.</i>     |
|  | тестирование  | от 0 до 15 б.        | от 0 до 5 б.        | от 0 до 5 б.        | от 0 до 5 б.        |
|  | коллоквиум  | от 0 до 15 б.        | от 0 до 5 б.        | от 0 до 5 б.        | от 0 до 5 б.        |
| <b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b> |   | <i>до 70 баллов</i>  | <i>до 23 б.</i>     | <i>до 23 б.</i>     | <i>до 24 б.</i>     |

*Целью промежуточных аттестаций* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. По дисциплине «Вариационно-разностные схемы» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачет в VII семестре. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

*Качество освоения дисциплины* оценивается по ниже приводимой таблице.

**Таблица 15. Критерии оценки качества освоения дисциплины**

| Баллы (рейтинговой оценки) | Результат освоения                   | Требования к уровню сформированности компетенций   |
|----------------------------|--------------------------------------|--|
| 61-70                      | Зачтено (без процедуры сдачи зачета) | Обучающийся освоил знания, умения и навыки, входящие в состав компетенций:<br>ОПК-1 – способен использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;<br>ПК-13 – способен применять существующие и разрабатывать новые методы и средства обучения |

|          |   |  |
|----------|---|--|
| 36-60    | Зачтено<br>(с<br>процедурой<br>сдачи<br>зачета) | Обучающийся проявляет компетенции ОПК-1 и ПК-13, но не в полном объеме входящих в их состав действий.<br>Обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы. |
| менее 36 | не зачтено                                      | Компетенции не сформированы.   |

**«Зачтено»** выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

**«Не зачтено»** может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ПКС-2 представлены в таблице 16

***Таблица 16. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке***

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

***Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч. год)***

| № п/п | Наименование электронного ресурса                | Краткая характеристика  | Адрес сайта   | Наименование организации-владельца; реквизиты договора                            | Условия доступа |
|-------|--|---|---|---|-----------------|
| 1.    | <b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b> | Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 | <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> | ООО «НЭБ»<br><br>Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г.<br><br>Бессрочное | Полный доступ   |

|    |   |  |  |   |  |
|----|---|--|--|---|--|
|    |   | росс. журналов на безвозмездной основе   |  |   |  |
| 2. | ЭБС «Консультант студента»  | 13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.  | <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a><br><a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a> | ООО «Консультант студента»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №750КС/07-2022</b><br>От 26.09.2022 г.<br><br>Активен до 30.09.2023г. | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ) |
| 3. | «Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента») | Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»   | <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>  | ООО «Политехресурс»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №849КС/03-2023</b><br>от 11.04.2023 г.<br><br>Активен до 19.04.2024г.        | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ) |
| 4. | ЭБС «Лань»  | Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний. | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>  | ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)<br><b>Договор №41ЕП/223</b><br>от 14.02.2023 г.<br><br>Активен до 15.02.2024г.            | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ) |
| 5. | ЭБС «Лань»  | Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.  | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>  | ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)<br><b>Договор №246ЕП/223</b><br>от 31.07.2023 г.<br><br>Активен до 01.09.2024г.           | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ) |

|    |  |  |  |  |   |
|----|--|--|--|--|---|
| 6. | <b>Национальная электронная библиотека РГБ</b> | Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний                 | <a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>  | ФГБУ «Российская государственная библиотека»<br><br>Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г.<br><br>Бессрочный  | Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ |
| 7. | <b>ЭБС «IPSMART»</b>                           | 107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.   | <a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>  | ООО «Ай Пи Эр Медиа»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №75/ЕП-223</b><br><br>от 23.03.2023 г.<br><br>Активен до 02.04.2024г.  | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)        |
| 8. | <b>ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)</b>                 | Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный»<br><br>Издательские коллекции:<br><br>«Златоуст»;<br>«Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг) | <a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a><br><br><a href="http://www.ros-edu.ru/">http://www.ros-edu.ru/</a> | ООО «Ай Пи Эр Медиа»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №142/ЕП-223</b><br><br>от 18.05.2023 г.<br><br>срок предоставления лицензии:<br><br>с 01.06.2023 по 01.06.2024 | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)        |
| 9. | <b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>                     | Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по  | <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>  | ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва)<br><b>Договор №305/ЕП-223</b><br><br>От 27.10.2022 г.<br><br>Активен до   | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)        |

|     |  |   |   |  |  |
|-----|--|---|---|--|--|
|     |  | различным областям знаний.  |   | 31.10.2023 г.  |  |
| 10. | <b>ЭБС «Юрайт» для ВО</b>                                  | Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний. | <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>       | ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва)<br><br><b>Договор №44/ЕП-223</b><br><br>От 16.02.2023 г.<br><br>Активен с 01.03.2023 г.<br><br>по 29.02.2024 г. | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)       |
| 11. | <b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b> | Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям   | <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>     | ООО «Полпред справочники»<br><br>Безвозмездно (без официального договора)  | Доступ по IP-адресам КБГУ                            |
| 12. | <b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>           | Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву   | <a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a> | ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург)<br><br><b>Соглашение от 15.11.2016г.</b><br><br>Бессрочный                                 | Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214) |

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем и направлено на формирование ОПК-1, ПК-13.

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.

### 7.2. Основная литература



1. Мастяева, И. Н. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. Н. Мастяева, О. Н. Семенихина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003. — 241 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11121.html>.
2. Махмутов, М. М. Лекции по численным методам [Электронный ресурс] / М. М. Махмутов. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2007. — 237 с. — 978-5-93972-626-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16558.html>.
3. Тарасов, В. Н. Численные методы. Теория, алгоритмы, программы [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева. — Электрон. текстовые данные. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 266 с. — 5-7410-0451-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71903.html>.
4. Нахушева Ф.М., Джанкулаева М.А. Вариационно-разностные схемы (Электронный учебник). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014616798. 10.09.2014г.
5. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. М.: Издание Московского университета, 2010, 168с.
6. Волков Е.А. Численные методы. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 256с. <http://e.lanbook.com/books>
7. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
8. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с.
9. Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику: учебное пособие. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 288с.- <http://e.lanbook.com/books/element>.
10. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций. Санкт-Петербург: Лань, 2010, 208с.
11. Нахушева Ф.М., Кереев М.А., Абрегов М.Х., Нахушева Ф.М. Вариационно-разностные схемы решения задач математической физики (учебное пособие). Изд-во КБГУ, 2017.

### 7.3. Дополнительная литература

1. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИЛ, 1963г.
2. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1980г.
3. Дробышев В. И., Дымников В. П., Ривин Г. С. Задачи по вычислительной математике. М.: Наука, 1980г.
4. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973г.
5. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы М.: Наука, 1981г.
6. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989г.
7. Рашиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач. Санкт-Петербург: Лань, 2005, 208с.
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС. 2002г.
9. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987г.
10. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989г.



11. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989г.
12. Рихтмайер Р., Марон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972г.

#### 7.4. Периодические издания

1. Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ)
2. Вестник СОГУ. Серия «Естественные науки», Владикавказ.
3. Известия КБНЦ РАН. Нальчик.

#### 7.5. Интернет-ресурсы

1. <http://www.EXPonenta.ru>
2. <http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html>
3. <http://Math.ru>
4. <http://electrolibrary.narod.ru>
5. <http://lib.mexmat.ru>
6. <http://math-portal.ru>
7. <http://uchites.ru>
8. <http://softlab-portable.ru>
9. <http://intuit.ru>
10. <http://eduScan.net>
11. <http://ph4s.ru>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

#### Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч. год)

| №<br>п/п | Наименование<br>электронного<br>ресурса            | Краткая<br>характеристика   | Адрес сайта   | Наименование<br>организации-<br>владельца;<br>реквизиты<br>договора | Условия<br>доступа |
|----------|--|---|---|---|--------------------|
| 1.       | Научная<br>электронная<br>библиотека (НЭБ<br>РФФИ) | Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной | <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> | ООО «НЭБ»   | Полный доступ      |

|    |  | основе   |  |  |   |
|----|--|--|--|--|---|
| 2. | <b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>  | Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.        | <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>  | ООО «НЭБ»<br>Лицензионный договор<br>Science Index<br>№SIO-741/2022<br>от 19.07.2022<br>Активен до 31.07.2023г.        | Авторизованный доступ.<br>Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющихся в РИНЦ |
| 3. | <b>ЭБС «Консультант студента»</b>  | 13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.  | <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a><br><a href="http://www.medcollegelibrary.ru">http://www.medcollegelibrary.ru</a> | ООО «Консультант студента»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №750КС/07-2022</b><br>От 26.09.2022<br>Активен до 30.09.2023г. | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)  |
| 4. | <b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b> | Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»   | <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>  | ООО «Политехресурс»<br>(г. Москва)<br><b>Договор №701КС/02-2022</b><br>от 13.04.2022<br>Активен до 19.04.2023г.        | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)  |
| 5. | <b>ЭБС «Лань»</b>  | Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний. | <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>  | ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)<br><b>Договор №6ЕП/223</b><br>от 15.02.2022<br>Активен до 28.02.2023г.             | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)  |
| 6. | <b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>                                 | Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и   | <a href="https://nab.rfl.ru">https://nab.rfl.ru</a>  | ФГБУ «Российская государственная библиотека»<br>Договор №101/НЭБ/166<br>6-п от 10.09.2020г.<br>Сроком на 5             | Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ   |

|     |   |  |   |   |  |
|-----|---|--|---|---|--|
|     |   | научного характера по различным отраслям знаний  |   | лет   |  |
| 7.  | ЭБС «IPRbooks»                                      | 107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудио изданий.                      | <a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>               | ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов)<br><b>Договор №9200/22П</b><br>от 08.04.2022<br>Активен до 02.04.2023г.                   | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)       |
| 8.  | ЭБС «Юрайт» для СПО                                 | Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний. | <a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a> | ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва)<br><b>Договор №192/ЕП-223</b><br>От 29.10.2021<br>Активен до 31.10.2022 г. | Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)       |
| 9.  | Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье | Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям  | <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>                       | ООО «Полпред справочники»<br>Безвозмездно (без официального договора)   | Доступ по IP-адресам КБГУ                            |
| 10. | Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина           | Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву                                      | <a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>                   | ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург)<br><b>Соглашение от 15.11.2016г.</b><br>Бессрочный    | Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214) |

## 7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам

Целью лабораторных занятий является приобретение студентами новых знаний, профессиональных умений и навыков для самостоятельной практической работы. Лабораторные занятия позволяют углубить и закрепить теоретические знания в интересах профессиональной подготовки. Они позволяют продемонстрировать знания, самостоятельность, умение читать и понимать учебные и научные материалы, а также применять их при решении конкретных задач прикладной математики.

Для подготовки к лабораторным занятиям следует использовать рекомендованную литературу и источники. Есть доступ к электронному варианту конспекта лекций, а также имеются:

– Нахушева Ф.М., Джанкулаева М.А. Вариационно-разностные схемы (электронный учебник). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014616798. 10.09.2014г.

– Нахушева Ф.М., Кереев М.А., Абеев М.Х., Нахушева Ф.М. Вариационно-разностные схемы решения задач математической физики (учебное пособие). Изд-во КБГУ, 2017г.

### **7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы**

Учебная работа по дисциплине «Вариационно-разностные схемы» состоит из контактной работы (лекции и лабораторные занятия) и самостоятельной работы. Доля контактной учебной работы в общем объеме времени, отведенном для изучения дисциплины, составляет 64,81 % (в том числе лекционных занятий – 25,92%, лабораторных занятий – 38,89%), доля самостоятельной работы – 35,19%. Соотношение лекционных и лабораторных занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану направления 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика»

Для подготовки к лабораторным занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации для обучающихся по изучению дисциплины «Вариационно-разностные схемы»***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения учебных работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; готовятся к лабораторным занятиям; выполняют самостоятельные работы; участвуют в выполнении лабораторных заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, лабораторных занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. В случае нерегулярного посещения занятий у обучающихся есть доступ к электронному варианту лекции, заданий к практическим и лабораторным занятиям. Лекции включают все темы и основные вопросы. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к лабораторным занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов лабораторных занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям***

Лабораторные занятия – составная часть учебного процесса, проходящие при активном участии студентов. Они способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью Лабораторных занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к этим занятиям необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем лабораторные задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к лабораторным занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы. В заданиях к лабораторным работам приводятся рекомендуемая литература.

На лабораторных занятиях обучающиеся учатся грамотно самостоятельно решать предлагаемые индивидуально для каждого задания, а затем их защищать.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку. Имеется электронный вариант конспекта лекций, а также:

– Нахушева Ф.М., Джанкулаева М.А. Вариационно-разностные схемы (электронный учебник). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014616798. 10.09.2014г.

– Нахушева Ф.М., Кереев М.А., Абеев М.Х., Нахушева Ф.М. Вариационно-разностные схемы решения задач математической физики (учебное пособие). Изд-во КБГУ, 2017г.

Самостоятельная работа обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;

- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;

- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разноуровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний,

практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;
- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала лабораторных занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, лабораторных занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено»

***Курсовое проектирование*** не предусмотрено.

## **7.8. Программное обеспечение современных информационно-коммуникационных технологий**

Электронная библиотека и электронная информационно-образовательная среда обеспечивает возможность доступа обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети «Интернет». Имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения: лицензионная ОС MS Windows, офисный пакет OpenOffice.org., программы MatLab, Паскаль.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### ***8.1. Требования к материально-техническому обеспечению***

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

| № | Наименование программы, право | Страна | Срок действия | Кол-во |
|---|-------------------------------|--------|---------------|--------|
|---|-------------------------------|--------|---------------|--------|



| п/п | использования которой предоставляется  | происхождения        | программного обеспечения |      |
|-----|--|----------------------|--------------------------|------|
| 1.  | <i>Операционная система РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»</i>  | Российская Федерация | 12 месяцев               | 1000 |
| 2.  | Система оптического распознавания текста <i>SETERE OCR для РЕД ОС</i>  | Российская Федерация | 12 месяцев               | 30   |
| 3.  | Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты <i>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition</i>   | Российская Федерация | 12 месяцев               | 700  |
| 4.  | Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) <i>Webinar Enterprise TOTAL 150 участников</i> | Российская Федерация | 12 месяцев               | 1    |
| 5.  | Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем <i>Асмо-графический редактор</i>                          | Российская Федерация | бессрочные               | 32   |
| 6.  | Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>  | Российская Федерация | бессрочные               | 16   |

## **8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)
  - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других

технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

### 9. Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины

в рабочую программу по дисциплине «Вариационно-разностные схемы» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика» на 2023/2024 учебный год

| № п/п | Элемент (пункт) РПД | Перечень вносимых изменений (дополнений) | Примечание |
|-------|---------------------|--|------------|
|       |                     |  |            |
|       |                     |  |            |
|       |                     |  |            |
|       |                     |  |            |
|       |                     |  |            |
|       |                     |  |            |

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры прикладной математики и информатики

Протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2023 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Р. Бечелова

Согласовано:

Заведующий отделом комплектования \_\_\_\_\_  
личная подпись                      расшифровка подписи                      дата