

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной
программы Ф А.Р. Бечелова
« 30 » мая 2023г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

«Проектирование систем искусственного интеллекта»
(наименование профиля подготовки)

Бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Очная

Форма обучения

Нальчик – 2023

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» /сост. О.И. Бжеумихова
– Нальчик: КБГУ, 2023. – 69 с.

Рабочая программа дисциплины для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика во 2-4 семестрах, 1-2 курсов.

Рабочая программа составлена с учётом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. № 9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937).

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	4
3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины	5
4. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	5
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	13
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	48
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	50
7.1. Нормативно-законодательные акты	50
7.2. Основная литература.....	50
7.3. Дополнительная литература.....	51
7.4. Периодические издания.....	51
7.5. Интернет – ресурсы	52
7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы	52
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины	63
9. Лист изменений (дополнений).....	66
Приложение 1.....	67
Приложение 2.....	68

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- получение базовых знаний по математическому анализу;
- овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;
- формирование исследовательских умений общенаучного, специализированного математического и методического характера;
- формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы.

Задачи дисциплины:

- сформировать базовый понятийный аппарат и заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать умения применять полученные знания для решения практических задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта».

Приступая к изучению данной дисциплины обучающийся должен обладать компетенциями предусмотренными стандартами среднего полного образования.

Знания, умения и навыки, полученные студентами в результате освоения данной дисциплины, являются базой для изучения следующих дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Численные методы», «Методы оптимизации» и других естественнонаучных дисциплин, предусмотренных учебным планом по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций по данному направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

общепрофессиональных (ОПК):

Коды	Содержание универсальных компетенций
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа; методы решения задач на нахождение пределов функции; определение непрерывности функции в точке; основные правила нахождения производных, опираясь на определение производной и таблицу производных; определение дифференциала функции в точке и применение дифференциалов в приближенных вычислениях; задачи, приводящие к понятиям неопределенного и определенного интеграла; определение двойного, криволинейного и поверхностного интегралов; понятие числового ряда и суммы их; понятие ряда Фурье и интеграла Фурье; элементы теории поля.

Уметь проводить исследование основных понятий, вычислять пределы, находить производные и интегралы; применять методы математического анализа к решению задач; иметь представления о современных направлениях развития математического анализа и его приложения; иметь представление об основных понятиях и методах математического анализа;

Владеть аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений.

Приобрести опыт по самостоятельной работе с математическим аппаратом, представленным в научной литературе и развить способности к научно-исследовательской деятельности.

4. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 1. Содержание разделов дисциплины, перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
2 семестр				
1.	<i>Введение в математический анализ</i>	Множество действительных чисел. Аксиоматика. Верхние и нижние грани. Система вложенных отрезков. Связь между различными принципами непрерывности. Счетные и несчетные множества.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
2.	<i>Предел последовательности</i>	Определение предела последовательности. Свойства пределов. Предел монотонной последовательности. Число e . Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
3.	<i>Предел функции</i>	Понятие функции. Элементарные функции и их классификация. Понятие предела функции. Свойства пределов. Критерий Коши. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
4.	<i>Непрерывные функции</i>	Непрерывность функции в точке. Предел и непрерывность сложной функции. Односторонняя непрерывность и точки разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Обратные функции. Показательная функция. Логарифмическая и степенная функция. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Некоторые замечательные пределы.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
5.	<i>Производные и дифференциалы</i>	Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
6.	<i>Свойства дифференцируемых функций</i>	Теорема о среднем. Формула Тейлора. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталя.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

7.	<i>Исследование поведения функций</i>	Монотонность и экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты. Построение графика функции.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
8.	<i>Неопределённый интеграл</i>	Первообразная и неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Комплексные числа. Разложение многочлена на множители. Разложение правильных рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
9.	<i>Определенный интеграл</i>	Определенный интеграл. Критерий интегрируемости. Свойства интегрируемых функций. Связь между определенным и неопределенным интегралами. Замена переменной и интегрирование по частям. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Приближение интегрируемых функций ступенчатыми и непрерывными.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
3 семестр				
10.	<i>Функции многих переменных</i>	Многомерные евклидовы пространства. Открытые и замкнутые множества. Предел функции многих переменных. Функции, непрерывные в точке. Функции, непрерывные на множестве.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
11.	<i>Дифференциальное исчисление функций многих переменных</i>	Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных. Дифференцируемость сложной функции. Производная по направлению и градиент. Частные производные высших порядков. Формула Тейлора.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
12.	<i>Неявные функции</i>	Неявные функции, определяемые одним уравнением. Система неявных функций. Дифференцируемые отображения.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
13.	<i>Экстремумы функций многих переменных</i>	Локальный экстремум. Условный экстремум.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

14.	<i>Числовые ряды</i>	Сходимость числового ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Абсолютно сходящиеся ряды. Сходящиеся знакопеременные ряды. Последовательности и ряды с комплексными членами.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
15.	<i>Функциональные последовательности и ряды.</i>	Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости рядов. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
16.	<i>Степенные ряды</i>	Свойства степенных рядов. Аналитические функции. Разложение функции в ряд Тейлора. Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
17.	<i>Кратные интегралы</i>	Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости. Свойства кратного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана отображения. Замена переменных в кратном интеграле. Интегралы: зависящие от параметра	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
18.	<i>Криволинейный интеграл</i>	Криволинейный интеграл первого рода. Криволинейный интеграл второго рода. Формула Грина. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения. Потенциальные векторные поля.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
4 семестр				
19.	<i>Элементы теории поверхностей</i>	Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормальная прямая. Преобразование параметров гладкой поверхности. Ориентация гладкой поверхности. Первая квадратичная форма гладкой поверхности. Неявно заданные гладкие поверхности. Кусочно-гладкие поверхности.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
20.	<i>Поверхностные интегралы</i>	Поверхностные интегралы первого рода. Поверхностные интегралы второго рода.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
21.	<i>Скалярные и векторные поля</i>	Скалярные и векторные поля. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса. Потенциальные векторные поля.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т

22.	<i>Тригонометрические ряды Фурье</i>	Определение ряда Фурье и принцип локализации. Сходимость ряда Фурье. Приближение непрерывных функций многочленами. Почленное дифференцирование и интегрирование тригонометрических рядов. Скорость стремления к нулю коэффициентов и остатка ряда Фурье. Ряды Фурье $2l$ - периодических функций. Комплексная форма рядов Фурье.	ОПК-1	ДЗ, К, РК, Т
23.	<i>Интеграл Фурье и преобразование Фурье</i>	Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.		ДЗ, К, РК, Т

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 часов).

Таблица 2. Структура дисциплины

Вид работы	Трудоемкость часов / зачетных единиц			
	2 семестр	3 семестр	4 семестр	Всего
Общая трудоемкость (в часах)	108	108	108	324
Контактная работа (в часах)	54	51	32	137
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	18	17	16	51
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	36	34	16	86
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	-	-	-	-
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	-	-	-	-
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):	45	48	49	142
Расчетно-графическое задание	-	-	-	-
Реферат (Р)	-	-	-	-
Эссе (Э)	-	-	-	-
Контрольная работа (КР)	-	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов	45	48	49	142
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9	27	45
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет	экзамен	экзамен, зачет

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
СЕМЕСТР 2	
1.	<i>Введение в математический анализ. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с основными понятиями, связанными с множеством действительных чисел.</i>
2.	<i>Предел последовательности. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с основными понятиями, связанными с числовыми последовательностями. Изучить предел числовой последовательности.</i>
3.	<i>Предел функции. Цель и задачи изучения темы – изучить предел функции и его основные свойства.</i>
4.	<i>Непрерывные функции. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с основными понятиями, связанными непрерывностью функции.</i>
5.	<i>Производные и дифференциалы. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие производной и дифференциала, правила дифференцирования, таблицу производных.</i>
6.	<i>Свойства дифференцируемых функций. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с основными свойствами дифференцируемых функций.</i>
7.	<i>Исследование поведения функций. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с методами исследования поведения функций.</i>
8.	<i>Неопределённый интеграл. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием неопределенного интеграла. Изучить свойства неопределенного интеграла, способы вычисления.</i>
9.	<i>Определенный интеграл. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятием определенного интеграла. Изучить свойства определенного интеграла, способы вычисления.</i>
СЕМЕСТР 3	
1.	<i>Функции многих переменных. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятием функции многих переменных и ее свойствами.</i>
2.	<i>Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие частной производной и дифференциала, их свойства.</i>
3.	<i>Неявные функции. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с неявными функциями и их дифференцированием.</i>
4.	<i>Экстремумы функций многих переменных. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятием экстремума функции, изучить способы их нахождения.</i>
5.	<i>Числовые ряды. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с числовыми рядами. Изучить признаки исследования на сходимость.</i>
6.	<i>Функциональные последовательности и ряды. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с функциональными последовательностями и рядами. Изучить признаки исследования на сходимость.</i>
7.	<i>Степенные ряды. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с степенными рядами. Изучить признаки исследования на сходимость.</i>
8.	<i>Кратные интегралы. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с кратными интегралами, изучить их свойства и методы вычисления.</i>
9.	<i>Интегралы: зависящие от параметра. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с интегралами, зависящими от параметра, изучить их свойства и методы вычисления.</i>
10.	<i>Криволинейный интеграл. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с криволинейными интегралами, изучить их свойства и методы вычисления.</i>

	СЕМЕСТР 4
1.	<i>Элементы теории поверхностей. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с элементами теории поверхностей.</i>
2.	<i>Поверхностные интегралы. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с поверхностными интегралами, изучить основные свойства и методы вычисления.</i>
3.	<i>Скалярные и векторные поля. Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов со скалярным и векторными полями.</i>
4.	<i>Тригонометрические ряды Фурье. Цель и задачи изучения темы – изучить тригонометрические ряды Фурье и их свойства.</i>
5.	<i>Интеграл Фурье и преобразование Фурье. Цель и задачи изучения темы – изучить интеграл Фурье и преобразование Фурье.</i>

Таблица 4. Практические занятия

№ п/п	Тема
	СЕМЕСТР 2
1.	Множества действительных чисел
2.	Предел последовательности.
3.	Понятие функции. Элементарные функции и их классификация.
4.	Предел функции.
5.	Односторонние пределы. Пределы монотонных функций.
6.	Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций.
7.	Непрерывность функции в точке. Предел и непрерывность сложной функции. Односторонняя непрерывность и точки разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
8.	Обратные функции. Показательная функция. Логарифмическая и степенная функция.
9.	Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Некоторые замечательные пределы.
10.	Производная. Дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала.
11.	Производная обратной функции. Производная сложной функции.
12.	Производные и дифференциалы высших порядков.
13.	Свойства дифференцируемых функций
14.	Исследование и построение графиков функций
15.	Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.
16.	Интегрирование рациональных дробей.
17.	Интегрирование иррациональных функций.
18.	Интегрирование тригонометрических функций
19.	Определенный интеграл. Критерий интегрируемости. Свойства интегрируемых функций. Связь между определенным и неопределенным интегралами.
20.	Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
21.	Приложения определенного интеграла.
22.	Несобственные интегралы. Приближение интегрируемых функций ступенчатыми и непрерывными.
	СЕМЕСТР 3
1.	Многомерные евклидовы пространства. Открытые и замкнутые множества.
2.	Понятие функции нескольких переменных. Предел функции многих переменных. Функции, непрерывные в точке. Функции, непрерывные на множестве.
3.	Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных.

4.	Дифференцируемость сложной функции. Производная по направлению и градиент.
5.	Частные производные высших порядков. Формула Тейлора.
6.	Неявные функции, определяемые одним уравнением.
7.	Система неявных функций. Дифференцируемые отображения.
8.	Экстремумы функций многих переменных
9.	Сходимость числового ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Абсолютно сходящиеся ряды.
10.	Сходящиеся знакопеременные ряды. Последовательности и ряды с комплексными членами.
11.	Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости рядов.
12.	Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
13.	Свойства степенных рядов. Аналитические функции.
14.	Разложение функции в ряд Тейлора. Функции комплексного переменного
15.	Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости. Свойства кратного интеграла.
16.	Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана отображения.
17.	Замена переменных в кратном интеграле.
18.	Интегралы, зависящие от параметра.
19.	Криволинейный интеграл первого рода.
20.	Криволинейный интеграл второго рода.
21.	Формула Грина. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения.
22.	Потенциальные векторные поля.
СЕМЕСТР 4	
1.	Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормальная прямая.
2.	Преобразование параметров гладкой поверхности. Ориентация гладкой поверхности.
3.	Первая квадратичная форма гладкой поверхности.
4.	Неявно заданные гладкие поверхности. Кусочно гладкие поверхности.
5.	Поверхностные интегралы первого рода.
6.	Поверхностные интегралы второго рода.
7.	Скалярные и векторные поля. Формула Остроградского-Гаусса.
8.	Формула Стокса.
9.	Потенциальные векторные поля.
10.	Определение ряда Фурье и принцип локализации.
11.	Сходимость ряда Фурье.
12.	Приближение непрерывных функций многочленами.
13.	Почленное дифференцирование и интегрирование тригонометрических рядов. Скорость стремления к нулю коэффициентов и остатка ряда Фурье.
14.	Ряды Фурье $2l$ -периодических функций. Комплексная форма рядов Фурье.
15.	Интеграл Фурье.
16.	Преобразование Фурье.

Таблица 5. Лабораторные работы

№ п/п	Тема
1.	Лабораторные работы не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплин

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Комплексные числа.
2.	Векторнозначные функции. Кривая.
3.	Длина дуги кривой.
4.	Кривизна, главная нормаль, соприкасающаяся плоскость.
5.	Интегралы, зависящие от параметра.
6.	Последовательности и ряды с комплексными членами
7.	Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного
8.	Мера множеств в n -мерном евклидовом пространстве.
9.	Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля

Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Математический анализ» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

Вопросы по темам дисциплины «Математический анализ» (контролируемые компетенции ОПК-1):

СЕМЕСТР 2

Тема 1. Введение в математический анализ.

1. Множество действительных чисел. Аксиоматика.
2. Верхние и нижние грани. Система вложенных отрезков.
3. Связь между различными принципами непрерывности.
4. Счетные и несчетные множества.

Тема 2. Предел последовательности.

1. Определение предела последовательности. Свойства пределов.
2. Предел монотонной последовательности. Число e .
3. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
4. Критерий Коши. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями.

Тема 3. Предел функции.

1. Понятие функции. Элементарные функции и их классификация.
2. Понятие предела функции. Свойства пределов. Критерий Коши.
3. Односторонние пределы.
4. Пределы монотонных функций.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций.

Тема 4. Непрерывные функции.

1. Непрерывность функции в точке.
2. Предел и непрерывность сложной функции.
3. Односторонняя непрерывность и точки разрыва.
4. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
5. Обратные функции.
6. Показательная функция. Логарифмическая и степенная функция.
7. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
8. Некоторые замечательные пределы.

Тема 5. Производные и дифференциалы.

1. Производная.
2. Дифференциал.
3. Геометрический смысл производной и дифференциала.
4. Производная обратной функции.
5. Производная сложной функции.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 6. Свойства дифференцируемых функций.

1. Теорема о среднем.
2. Формула Тейлора.
3. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталя.

Тема 7. Исследование поведения функций.

1. Монотонность и экстремумы функции.
2. Выпуклость и точки перегиба.
3. Асимптоты.
4. Построение графика функции.

Тема 8. Неопределённый интеграл.

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Методы интегрирования.
3. Комплексные числа.
4. Разложение многочлена на множители. Разложение правильных рациональных дробей на простейшие.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

Тема 9. Определённый интеграл.

1. Определённый интеграл. Критерий интегрируемости. Свойства интегрируемых функций.
2. Связь между определённым и неопределённым интегралами.
3. Замена переменной и интегрирование по частям.
4. Приложения определённого интеграла.
5. Несобственные интегралы.
6. Приближение интегрируемых функций ступенчатыми и непрерывными.

СЕМЕСТР 3

Тема 1. Функции многих переменных.

1. Многомерные евклидовы пространства. Открытые и замкнутые множества.
2. Предел функции многих переменных.
3. Функции, непрерывные в точке. Функции, непрерывные на множестве.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

1. Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных.
2. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных.
3. Дифференцируемость сложной функции.
4. Производная по направлению и градиент.
5. Частные производные высших порядков.
6. Формула Тейлора.

Тема 3. неявные функции.

1. неявные функции, определяемые одним уравнением.
2. Система неявных функций.
3. Дифференцируемые отображения.

Тема 4. Экстремумы функций многих переменных.

1. Локальный экстремум.
2. Условный экстремум.

Тема 5. Числовые ряды.

1. Сходимость числового ряда.
2. Числовые ряды с неотрицательными членами.
3. Абсолютно сходящиеся ряды. Сходящиеся знакопеременные ряды.
4. Последовательности и ряды с комплексными членами.

Тема 6. Функциональные последовательности и ряды.

1. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
2. Признаки равномерной сходимости рядов.
3. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.

Тема 7. Степенные ряды.

1. Свойства степенных рядов. Аналитические функции.
2. Разложение функции в ряд Тейлора.
3. Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного.

Тема 8. Кратные интегралы.

1. Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости.
2. Свойства кратного интеграла.
3. Сведение кратного интеграла к повторному.
4. Геометрический смысл модуля якобиана отображения.
5. Замена переменных в кратном интеграле.
6. Интегралы, зависящие от параметра.

Тема 9. Криволинейный интеграл.

1. Криволинейный интеграл первого рода.
2. Криволинейный интеграл второго рода.
3. Формула Грина.
4. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения.
5. Потенциальные векторные поля.

СЕМЕСТР №4

Тема 1. Элементы теории поверхностей.

1. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормальная прямая.
2. Преобразование параметров гладкой поверхности.
3. Ориентация гладкой поверхности.
4. Первая квадратичная форма гладкой поверхности.
5. Неявно заданные гладкие поверхности.
6. Кусочно гладкие поверхности.

Тема 2. Поверхностные интегралы.

1. Поверхностные интегралы первого рода.
2. Поверхностные интегралы второго рода.

Тема 3. Скалярные и векторные поля.

1. Скалярные и векторные поля. Формула Остроградского-Гаусса.
2. Формула Стокса.
3. Потенциальные векторные поля.

Тема 4. Тригонометрические ряды Фурье.

1. Определение ряда Фурье и принцип локализации.
2. Сходимость ряда Фурье.
3. Приближение непрерывных функций многочленами.
4. Почленное дифференцирование и интегрирование тригонометрических рядов.
5. Скорость стремления к нулю коэффициентов и остатка ряда Фурье.
6. Ряды Фурье $2l$ -периодических функций.
7. Комплексная форма рядов Фурье.

Тема 5. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

1. Интеграл Фурье.
2. Преобразование Фурье

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

4 балла, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

3 балла, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

2-1 балл, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

0 баллов, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ОПК-1)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Математический анализ».

СЕМЕСТР 2

Тема 1. Введение в математический анализ.

1. Применяя метод математической индукции, доказать, что для любого натурального числа n справедливы следующие равенства:

- 1) $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$;
- 2) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
- 3) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$;
- 4) $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$.

2. Доказать неравенства:

- 1) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n} \quad (n \geq 2)$;
- 2) $n^{n+1} > (n+1)^n \quad (n \geq 3)$;

$$3) \left| \sin \left(\sum_{k=1}^n x_k \right) \right| \leq \sum_{k=1}^n \sin x_k \quad (0 \leq x_k \leq \pi; k = 1, 2, \dots, n); \quad 4) (2n)! < 2^{2n} (n!)^2.$$

3. Пусть $\{x+y\}$ есть множество всех сумм $x+y$, где $x \in \{x\}$, $y \in \{y\}$. Доказать равенства:

$$1) \inf\{x+y\} = \inf\{x\} + \inf\{y\}; \quad 2) \sup\{x+y\} = \sup\{x\} + \sup\{y\}.$$

4. Пусть $\{xy\}$ есть множество всех произведений xy , где $x \in \{x\}$, $y \in \{y\}$, причем $x \geq 0, y \geq 0$. Доказать равенства:

$$1) \inf\{xy\} = \inf\{x\} \cdot \inf\{y\}; \quad 2) \sup\{xy\} = \sup\{x\} \cdot \sup\{y\}.$$

Тема 2. Предел последовательности.

1. Полагая, что n пробегает натуральный ряд чисел, определить значения следующих выражений:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10000n}{n^2 + 1}; \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n});$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1}; \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right); \quad 6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n};$$

2. Найти наименьший член последовательности x_n ($n = 1, 2, \dots$), если:

$$1) x_n = n^2 - 9n - 100; \quad 2) x_n = n + \frac{100}{n}.$$

3. Найти наибольший член последовательности x_n ($n = 1, 2, \dots$), если:

$$1) x_n = \frac{n^2}{2^n}; \quad 2) x_n = \frac{\sqrt{n}}{100+n}; \quad 3) x_n = \frac{1000^n}{n!}.$$

4. Для последовательности x_n ($n = 1, 2, \dots$) найти $\inf x_n$, $\sup x_n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ и $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, если:

$$1) x_n = 1 - \frac{1}{n}; \quad 2) x_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2};$$

$$3) x_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2n\pi}{3}; \quad 4) x_n = 1 + n \sin \frac{\pi}{2}.$$

Тема 3. Предел функции.

1. Определить области существования и множество значений следующих функций:

$$1) y = \sqrt{2+x-x^2}; \quad 2) y = \lg(1-2\cos x);$$

$$3) y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}; \quad 4) y = \arcsin \left(\lg \frac{x}{10} \right).$$

2. Исследовать на монотонность следующие функции:

$$1) f(x) = ax + b; \quad 2) f(x) = ax^2 + bx + c;$$

$$3) f(x) = x^3; \quad 4) f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}.$$

3. Найти указанные пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}; 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1}; 6) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{5x+7} \right)^{x+1}; 8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}; 10) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi/2 - x) \operatorname{tg} x.$$

4. Доказать, что функции $f(x) = \operatorname{tg} 2x$ и $\varphi(x) = \arcsin x$ при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости.

5. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}; 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{2x^2}.$$

Тема 4. Непрерывные функции.

1. Исследовать данные функции на непрерывность и построить их:

$$1) f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq 2, \\ x-2, & x > 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2; \end{cases} \quad 4) f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ 2^x, & 0 < x \leq 2, \\ x+3, & x > 2; \end{cases}$$

$$5) f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1, \\ x-1, & -1 \leq x \leq 3, \\ -x+5, & x > 3; \end{cases} \quad 6) f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$$

2. Исследовать данные функции на непрерывность в указанных точках:

$$1) f(x) = 2^{1/(x-3)} + 1, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 4;$$

$$2) f(x) = (x+7)/(x-2), \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3;$$

$$3) f(x) = 3x/(x-4), \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 5;$$

$$4) f(x) = 6^{2/(4-x)} + 1, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 4.$$

Тема 5. Производные и дифференциалы.

1. Продифференцировать данные функции:

$$1) y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x}; \quad 2) y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^5};$$

$$3) y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5; \quad 4) y = \operatorname{arccotg}^2 5x \cdot \ln(x-4);$$

$$5) y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \arcsin 2x^3; \quad 6) y = (x-3)^4 \arccos 5x^3;$$

$$7) y = \frac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x+5}}; \quad 8) y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg} 7x^3};$$

$$9) y = \frac{\operatorname{arccotg}^4 5x}{sh\sqrt{x}}; \quad 10) y = \frac{9\operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2};$$

$$11) y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}} \log_2(x-3x^2); \quad 12) y = (cth3x)^{\arcsin x};$$

$$13) y = (\arccos(x+2))^{tg^3 x}; \quad 14) y = \frac{\sqrt{x+7}(x-3)^4}{(x+2)^5}.$$

2. Найти y' и y'' :

$$1) y^2 = 8x; \quad 2) \begin{cases} x = (2t+3)\cos t, \\ y = 3t^3. \end{cases}$$

3. Для данной функции $y = \sin^2 x$ и аргумента $x_0 = \pi/2$ вычислить $y'''(x_0)$.

4. Записать формулу для производной n -го порядка функции $y = \ln x$.

5. Записать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x = 1$.

6. Траектория движения тела – кубическая парабола $12y = x^3$. В каких точках скорости возрастания абсциссы и ординаты одинаковы?

7. Найти дифференциалы функций:

$$1) y = 2^{\cos x} \quad 2) y = \ln^3 \sin x.$$

8. Вычислить приближенно:

$$1) \sin 29^\circ \quad 2) \arctg 1,05.$$

Тема 6. Свойства дифференцируемых функций.

1. Найти указанные пределы, используя правило Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{tg^2 2x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 2x)^{ctgx};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(2+x) - \ln(x+1)).$$

2. С помощью дифференциала приближенно вычислить величины и оценить допущенную относительную погрешность (с точностью до двух знаков после запятой):

$$1) \sqrt[5]{34}; \quad 2) \arcsin 0,6.$$

3. Найти соотношение между радиусом R и высотой H цилиндра, имеющего при данном объеме V наименьшую полную поверхность.

4. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)$ на данном отрезке, найти соответствующее значение c (если оно существует):

$$1) f(x) = \cos x, \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]; \quad 2) f(x) = \sqrt[5]{x^2}, [-1; 1].$$

5. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x)$ на данном отрезке, найти соответствующее значение c (если оно существует):

$$1) f(x) = e^x, [0; 1]; \quad 2) f(x) = |x-1|, [0; 3].$$

6. Разложить многочлен $P(x)$ по степеням $x - x_0$, если:

$$1) P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 1, x_0 = -2; \quad 2) P(x) = x^3 + 4x^2 + 8x + \frac{7}{8}, x_0 = \frac{1}{2}.$$

7. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x)$ в точке x_0 :

$$1) f(x) = xe^x, x_0 = -1; \quad 2) f(x) = \ln(2x-1), x_0 = 1.$$

8. Разложить по формуле Маклорена функцию $f(x)$ до $o(x^k)$:

$$1) f(x) = \sin^2 x, k = 4; \quad 2) f(x) = \operatorname{ch} x, k = 5.$$

Тема 7. Исследование поведения функций.

1. Провести полное исследование указанных функций и построить их графики:

$$1) y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}; \quad 2) y = e^{1/(5+x)};$$

$$3) y = e^{2x-x^2}; \quad 4) y = \ln(1 - 1/x^2).$$

2. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

$$1) y = \ln(x^2 - 2x + 2), [0; 3]; \quad 2) y = 3x/(x^2 + 1), [0; 5];$$

$$3) y = (2x - 1)/(x - 1)^2, [-1/2; 0]; \quad 4) y = xe^x, [-2; 0].$$

3. Исследовать на экстремум функцию $y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$.

4. Найти точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости кривой $y = x^3/(2(x+1)^2)$.

5. Найти точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости кривой $y = \operatorname{arctg} x - x$.

6. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = x + 3\sqrt[3]{x}$ на отрезке $[-1; 1]$.

7. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

Тема 8. Неопределённый интеграл.

Найти следующие интегралы:

$$1) \int x\sqrt{x^2 - 5} dx; \quad 2) \int \frac{x^3}{x^2 + x + 1} dx;$$

$$3) \int \frac{5}{1 - 2x} dx; \quad 4) \int \frac{5x - 1}{3x^2 - 2x + 1} dx;$$

$$5) \int \sin(1 - 3x) dx; \quad 6) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx;$$

$$7) \int \sqrt{\cos^3 x} \sin x dx; \quad 8) \int \frac{\sqrt{x} - 1}{x(\sqrt{x} + 1)} dx;$$

$$9) \int x^2 e^x dx; \quad 10) \int \frac{dx}{5 - 3\cos x};$$

$$11) \int \ln x dx; \quad 12) \int \frac{\cos^3 x}{4 + \sin x} dx;$$

$$13) \int \frac{1}{x^3 + x^2} dx; \quad 14) \int \sin 3x \cdot \cos 2x dx.$$

Тема 9. Определённый интеграл.

1. Вычислить определённые интегралы с точностью до двух знаков после запятой:

$$1) \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1 + x^2} dx; \quad 2) \int_2^3 y \ln(y - 1) dy;$$

$$3) \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \quad 4) \int_0^2 x^2 \sqrt{x - x^2} dx;$$

$$5) \int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx; \quad 6) \int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2};$$

$$7) \int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{3 + \sqrt[3]{(x-2)^2}} dx.$$

2. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$1) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}; \quad 2) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}.$$

3. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$1) \rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}; \quad 2) y = \sqrt{x}, \quad y = x^3; \quad 3) x = 7\cos^3 t, \quad y = 7\sin^3 t.$$

4. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) длину дуги данной линии:

$$1) \rho = \sin^3(\varphi/3), \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2; \quad 2) x = 2\cos^3 t, \quad y = 2\sin^3 t;$$

$$3) \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{9}.$$

5. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат:

$$1) \Phi: y^2 = 4 - x, \quad x = 0, \quad Oy; \quad 2) \Phi: x = 6(t - \sin t), \quad y = 6(1 - \cos t), \quad Ox;$$

$$3) \Phi: \rho = 2(1 + \cos \varphi), \quad \text{полярная ось}.$$

6. Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь поверхности, образованной вращением дуги L вокруг указанной оси:

$$1) L: y = x^3/3 \quad (-1/2 \leq x \leq 1/2), \quad Ox; \quad 2) L: \rho = 2\cos \varphi;$$

$$3) L: x = 10(t - \sin t), \quad y = 10(1 - \cos t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi), \quad Ox.$$

7. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара: правильная четырехугольная пирамида со стороной 2 м и высотой 5 м. Удельный вес воды принять равным $9,81 \text{ кН/м}^3$, $\pi = 3,14$.

8. Вычислить работу, затрачиваемую на преодоление силы тяжести при построении сооружения Q из некоторого материала, удельный вес которого $\gamma = 24 \text{ кН/м}^2$, где Q – правильная усеченная четырехугольная пирамида, сторона верхнего основания которой равна 2 м, нижнего – 4 м., высота 2 м.

9. Найти координаты центра масс однородной кривой L :

$$1) L: \text{полуокружность } x^2 + y^2 = R^2, \text{ расположенная над осью } Ox.$$

$$2) L: \text{первая арка циклоиды } x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

$$3) L: \text{дуга кардиоиды } \rho = a(1 + \cos \varphi) \quad (0 \leq \varphi \leq \pi).$$

10. Найти координаты центра масс однородной фигуры Φ , ограниченной данными линиями:

$$1) \Phi - \text{треугольник, стороны которого лежат на прямых } x + y = a, \quad x = 0, \quad y = 0.$$

$$2) \Phi - \text{ограниченная первой аркой циклоиды } x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t) \text{ и осью } Ox.$$

$$3) \Phi \text{ ограничена кардиоидой } \rho = a(1 + \cos \varphi).$$

СЕМЕСТР 3

Тема 1. Функции многих переменных.

1. Дано $f(x; y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} - \frac{x + y}{x - y}$. Найти:

$$1) f(y; x); \quad 2) f(1/x; 1/y); \quad 3) f(-x; -y); \quad 4) f(1; y/x).$$

2. Найти область определения указанных функций:

$$1) z = \sqrt{y^2 - 1} + \sqrt{1 - x^2}; \quad 2) z = \log_3(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{16 - x^2 - y^2};$$

$$3) z = \arccos \frac{x+y}{x^2+y^2};$$

$$4) u = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}.$$

3. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{5 \sin^3 x - \sin y^2}{\sqrt{25 + \sin y^2} - 5 \sin^3 x - 5};$$

$$2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{(x^2 + y^2)x^2 y^2}{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$3) \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 5}} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}};$$

$$4) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x + y^2) \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{y} \right);$$

$$5) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\arcsin x^2 y}{xy^2};$$

$$6) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + y^2 + 3(x^4 + y^4)}{7(x^4 + y^4)}.$$

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

1. Найти частные производные и частные дифференциалы следующих функций:

$$1) z = \ln(y^2 - e^{-x}); \quad 2) z = \arcsin \sqrt{xy};$$

$$3) z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2); \quad 4) z = \cos(x^3 - 2xy);$$

$$5) z = \sin \sqrt{y/x^3}; \quad 6) z = \operatorname{tg}(x^3 + y^3);$$

$$7) z = e^{-x^2+y^2}; \quad 8) z = \ln(3x^2 - y^4).$$

2. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$, $f'_z(M_0)$ для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой:

$$1) f(x, y, z) = z / \sqrt{x^2 + y^2}, \quad M_0(0; -1; 1); \quad 2) f(x, y, z) = \ln \left(x + \frac{y}{2z} \right), \quad M_0(1; 2; 1).$$

3. Найти полные дифференциалы указанных функций:

$$1) z = 2x^3 y - 4xy^5; \quad 2) z = x^2 y \sin x - 3y;$$

$$3) z = \operatorname{arctg} x + \sqrt{y}; \quad 4) z = \arcsin(xy) - 3xy^2.$$

4. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x, y)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, при $t = t_0$ с точностью до двух знаков после запятой:

$$1) u = e^{x-2y}, \quad x = \sin t, \quad y = t^3, \quad t_0 = 0; \quad 2) u = \ln(e^x + e^{-y}), \quad x = t^2, \quad y = t^3, \quad t_0 = -1;$$

$$3) u = y^x, \quad x = \ln(t-1), \quad y = e^{t/2}, \quad t_0 = 2; \quad 3) u = e^{y-2x+2}, \quad x = \sin t, \quad y = \cos t, \quad t_0 = \pi/2.$$

5. Найти вторые частные производные указанных функций:

$$1) z = \operatorname{tg}(x/y); \quad 2) z = \cos(xy^2);$$

$$3) z = \arcsin(x-y); \quad 4) z = \ln(3x^2 - 2y^2).$$

Тема 3. Неявные функции.

1. Вычислить значения частных производных функции $z(x, y)$, заданной неявно, в данной точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой:

$$1) x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4, \quad M_0(2; 1; 1);$$

$$2) x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2, \quad M_0(-1; 0; 1);$$

$$3) 3x - 2y + z = xz + 5, \quad M_0(2; 1; -1);$$

$$4) e^z + x + 2y + z = 4, \quad M_0(1; 1; 0);$$

5) $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0, \quad M_0(1;1;-1);$

6) $z^3 + 3xyz + 3y = 7, \quad M_0(1;1;1);$

7) $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 3/2, \quad M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right);$

8) $e^{z-1} = \cos x \cos y + 1, \quad M_0\left(0; \frac{\pi}{2}; 1\right);$

9) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0, \quad M_0(1;2;1);$

10) $xy = z^2 - 1, \quad M_0(0;1;-1).$

2. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$ в точке $M_0(2;1;-1)$.

Тема 4. Экстремумы функций многих переменных.

1. Исследовать данные функции на локальный экстремум:

1) $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y;$

2) $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y;$

3) $z = 3xy - x^2 - y^2 - 10x + 5y.$

2. Найти экстремумы функции $z = x + 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 5$.

3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x + 5$ в области, ограниченной прямыми $x = 0, y = 0, x + y = 3$.

4. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = x^2 y(4 - x - y)$ в области, ограниченной прямыми $x = 0, y = 0, x + y = 6$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области \bar{D} , ограниченной заданными линиями:

1) $z = 3x + y - xy, \quad \bar{D}: y = x, y = 4, x = 0;$

2) $z = xy - 2x - y, \quad \bar{D}: x = 0, x = 3, y = 0, y = 4;$

3) $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4, \quad \bar{D}: x = -1, x = 1, y = -1, y = 1;$

4) $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2, \quad \bar{D}: x + y + 2 = 0, y = 0, x = 0.$

Тема 5. Числовые ряды.

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)};$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{10^n}.$

2. Исследовать на сходимость следующие ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3 - 1};$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{(\sqrt{2})^n};$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(n+2)};$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{n^2+2n};$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}};$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$

3. Доказать, что:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0;$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{a^n} = 0$ при $a > 1$.

4. С помощью интегрального признака Коши исследовать на сходимость следующие ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}; \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

5. Исследовать на условную и абсолютную сходимости следующие ряды:

$$\begin{aligned} 1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}; & \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \cdot 2^{-n}; \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2 - 9}; & \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{6n + 5}; \\ 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\alpha)}{n^2 + 1}; & \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}. \end{aligned}$$

6. Составить разность двух расходящихся рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ и исследовать на сходимость полученный ряд.

7. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2}$ с точностью $\delta = 0,01$.

8. Сколько первых членов ряда нужно взять, чтобы их сумма отличалась от суммы ряда на величину, меньшую, чем 10^{-6} :

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Тема 6. Функциональные последовательности и ряды.

1. Найти область сходимости ряда:

$$\begin{aligned} 1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^x}; & \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^{\ln x}}; \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; & \quad 4) \sum_{n=0}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}; \\ 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{e^{nx}}; & \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(x^n + \frac{1}{2^n x^n} \right). \end{aligned}$$

2. Доказать равномерную сходимость функциональных рядов в указанных промежутках:

$$\begin{aligned} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \text{ на отрезке } [-1; 1]; \\ 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n} \text{ на всей числовой оси.} \\ 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \text{ на отрезке } [0; 1]. \end{aligned}$$

Тема 7. Степенные ряды.

1. Найти область сходимости каждого из следующих рядов:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1) \cdot 2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2} \right)^n;$$

$$3) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}; \quad 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^n}{3^n \sqrt{(n+1)^3}};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n-1) \cdot 4^n}; \quad 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n-1} x^{2(n-1)}}{\sqrt{n^3 - 1}}.$$

2. Найти область равномерной сходимости следующих рядов:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{2^n}.$$

3. Применив почленное интегрирование и дифференцирование, найти суммы указанных рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n.$$

4. Найти первые три члена разложения функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд по степеням $x - 4$.

5. Разложить в степенной ряд функции $f(x) = \ln(1 - 3x)$ и найти область сходимости этого ряда.

6. Найти разложение в степенной ряд функции $f(x) = x \sin 2x$.

7. Разложить в степенной ряд функцию $f(x) = \frac{3}{(1+x)(1-2x)}$ и найти область сходимости

этого ряда.

8. Разложить по степеням суммы $x + 1$ многочлен $f(x) = x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 3$.

9. Разложить в степенной ряд функцию $f(x) = \ln(1 + 2x)$ и найти область сходимости этого ряда.

10. С помощью степенного ряда вычислить $\sin 1$ с точностью $\delta = 0,001$.

11. Найти круг сходимости ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} n!(z-i)^n; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2i)^{2n}}{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+i} \right)^n (z-i)^n.$$

Тема 8. Кратные интегралы.

1. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y , если область D задана указанными линиями:

$$1) D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0; \quad 2) D: x^2 = 2y, 5x - 2y - 6 = 0.$$

2. Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями:

$$1) \iint_D (x^2 + y) dx dy, \quad D: y = x^2, x = y^2; \quad 2) \iint_D xy^2 dx dy, \quad D: y = x^2, y = 2x.$$

3. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты:

$$1) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dy; \quad 2) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy.$$

4. Вычислить площадь плоской области D , ограниченной заданными линиями:

- 1) $D: y^2 = 4x, x + y = 3, y \geq 0$; 2) $D: y = 8/(x^2 + 4), x^2 = 4y$;
 3) $D: y = \cos x, y \leq x + 1, y \geq 0$; 4) $D: x = \sqrt{4 - y^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0$.
 5. С помощью двойных интегралов вычислить в полярных координатах площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями:

1) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(4x^2 + y^2)$; 2) $\rho = 2a(2 + \cos \varphi)$.

6. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

1) $z = x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$; 2) $z = 3x^2 + 2y^2 + 1, y = x^2 - 1, y = 1, z \geq 0$.

7. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$, если область V ограничена указанными поверхностями. Начертить область интегрирования:

1) $V: x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4$;
 2) $V: x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + 3y = 6, z = 3 + x^2 + y^2$.

8. Вычислить данные тройные интегралы:

1) $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz, V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$;
 2) $\iiint_V x^3 yz dx dy dz, V: -1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1$.

9. Вычислить данные тройные интегралы с помощью цилиндрических или сферических координат:

1) $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$;
 2) $\iiint_V \frac{x^2 dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}, V: x^2 + y^2 + z^2 = 16, z \geq 0$.

10. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж.

1) $z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x$;
 2) $x \geq 0, z \geq 0, z = y, x = 4, y = \sqrt{25 - x^2}$.

11. Вычислить массу неоднородной пластины D , ограниченной заданными линиями, если поверхностная плотность в каждой ее точке $\mu = \mu(x, y)$, если

$D: y = x^2 - 1, x + y = 1, \mu = 2x + 5y + 8$.

12. Вычислить статический момент однородной пластины D , ограниченной данными линиями, относительно указанной оси, используя полярные координаты, если

$D: x^2 + y^2 + 2ay = 0, y - x \leq 0, x + y \leq 0$.

13. Вычислить координаты центра масс однородного тела, занимающего область V , ограниченную указанными поверхностями, если $V: z = 2\sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 = 9, z = 0$.

14. Вычислить момент инерции относительно указанной оси координат однородного тела, занимающего область V , ограниченную данными поверхностями, если $V: z = 3 - x^2 - y^2, z = 0, Oz$, плотность тела $\delta = 1$.

Тема 9. Криволинейный интеграл.

1. Вычислить данные криволинейные интегралы:

- 1) $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$, где L_{AB} - дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1;1)$ до точки $B(1;1)$.
- 2) $\int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}}$, где L_{AB} - дуга астроида $x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$;
- 3) $\oint_L (x + 2y)dx + (x - y)dy$, где L - окружность $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$ при положительном направлении обхода.
- 4) $\oint_L ydx - xdy$, где L - дуга эллипса $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t$ при положительном направлении обхода.
- 5) $\int_L \arctg \frac{y}{x} dl$, где L - дуга кардиоиды $\rho = (1 + \cos \varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi/2$.
- 6) $\oint_L \sqrt{2y^2 + z^2} dl$, где L - окружность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z = y$.
- 7) $\int_{L_{AB}} \cos z dx - \sin x dz$, где L_{AB} - отрезок прямой, соединяющий точки $A(2;0;-2)$ и $B(-2;0;2)$.
- 8) Показать, что данное выражение является полным дифференциалом функции $u(x, y)$. Найти функцию $u(x, y)$.
 - 1) $(2x - 3y^2 + 1)dx + (2 - 6xy)dy$;
 - 2) $\left(\frac{2xy^2}{1 + x^2 y^2} - 3 \right) dx + \left(\frac{2xy^2}{1 + x^2 y^2} - 5 \right) dy$.
9. Вычислить длину дуги цепной линии $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, x \in [0;1]$.
10. Найти координаты центра масс первого полу витка винтовой линии $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$, считая плотность в каждой ее точке постоянной.

СЕМЕСТР 4

Тема 1. Элементы теории поверхностей.

1. Найти значение производной вектор-функции $\mathbf{r} = 4(t^2 + t)\mathbf{i} + \arctg t \mathbf{j} + \ln(1 + t^2)\mathbf{k}$ при $t = 1$.
2. Дано векторно-параметрическое уравнение движения точки М: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (2t^2 + 3)\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j} + (4t^2 - 5)\mathbf{k}$. Вычислить скорость $|\mathbf{v}|$ и ускорение $|\mathbf{w}|$ движения точки в момент времени $t = 0,5$.
3. Дано уравнение движения материальной точки $\mathbf{r} = 2 \cos t \mathbf{i} + 2 \sin t \mathbf{j} + 3t \mathbf{k}$. Определить траекторию движения, вычислить скорость $|\mathbf{v}|$ и ускорение $|\mathbf{w}|$ движения этой точки в любой момент времени t .
4. Записать каноническое уравнение касательной прямой и нормальной плоскости к кривой $\mathbf{r} = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$ в точке $t = 3$.

5. Записать каноническое уравнение касательной прямой и нормальной плоскости к кривой, заданной уравнениями $z = x^2 + y^2$, $y = x$ в точке $M_0(1;1;2)$.
6. Доказать, что вектор \mathbf{r} перпендикулярен к вектору \mathbf{r}' , если $|\mathbf{r}| = \text{const}$.
7. Вычислить производную функции $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$ в точке $M_1(1;3;2)$ по направлению к точке $M_2(0;5;0)$.
8. Вычислить производную функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M_0(3;4)$ по направлению: а) вектора $\mathbf{a} = (1;1)$; б) радиуса-вектора точки M_0 ; в) вектора $\mathbf{s} = (4;3)$.
9. Вычислить производную функции $z = \text{arctg}(y/x)$ в точке $M_0(2;-2)$ окружности $x^2 + y^2 = 4x$ вдоль дуги этой окружности.
10. Вычислить производную функции $u = \ln(xy + xz + yz)$ в точке $M_0(0;1;1)$ по направлению окружности $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 1$.
11. Вычислить координаты единичного вектора, направленного по нормали к поверхности $(z^2 - y^2)xyz - y^5 = 5$ в точке $M_0(1;1;2)$.
12. Найти $\text{grad } u$ в точке $M_0(1;1;1)$, если $u = x^2yz - xy^2z + xyz^2$.
13. Найти угол φ между градиентами функций $u = \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 - 2z^2$ и $v = x^2yz$ в точке $M_0(2;1/3;\sqrt{3}/2)$.
14. Найти наибольшую крутизну подъема φ поверхности $z = 2x^2 / y^3$ в точке $M_0(2;1;8)$.

Тема 2. Поверхностные интегралы.

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S – часть плоскости (p) , отсеченная координатными плоскостями:
 - 1) $\iint_S (2x + 3y + 2z) dS$, $(p) : x + 3y + z = 3$;
 - 2) $\iint_S (2 + y - 7x + 9z) dS$, $(p) : 2x - y - 2z = -2$;
 - 3) $\iint_S (6x + y + 4z) dS$, $(p) : 3x + 3y + z = 3$;
 - 4) $\iint_S (x + 2y + 3z) dS$, $(p) : x + y + z = 2$;
 - 5) $\iint_S (3x - 2y + 6z) dS$, $(p) : 2x + y + 2z = 2$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода:
 - 1) $\iint_S (y^2 + z^2) dy dz$, где S – часть поверхности параболоида $x = 9 - y^2 - z^2$, отсеченная плоскостью $x = 0$.
 - 2) $\iint_S \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$, где S – часть поверхности гиперболоида $x^2 + y^2 = z^2 + 1$, отсекаемая плоскостями $z = 0$, $z = \sqrt{3}$.

- 3) $\iint_S x^2 dydz + y^2 dx dz - z dx dy$, где S – часть поверхности конуса $z^2 = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 3$.
- 4) $\iint_S (y^2 + z^2) dydz - y^2 dx dz + 2yz^2 dx dy$, где S – часть поверхности конуса $x^2 + z^2 = y^2$, отсекаемая плоскостями $y = 0$ и $y = 1$.
- 5) $\iint_S 2x dydz - y dx dz + z dx dy$, где S – внешняя сторона замкнутой поверхности, образованной параболоидом $3z = x^2 + y^2$ и полусферой $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$.

Тема 3. Скалярные и векторные поля.

- Вычислить поток векторного поля $\mathbf{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями, двумя способами: а) используя определение потока; б) с помощью формулы Остроградского-Гаусса:
 - $\mathbf{a}(M) = 3x\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + (x-z)\mathbf{k}$, $(p): x+3y+z=3$;
 - $\mathbf{a}(M) = 3x\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + (y+z)\mathbf{k}$, $(p): 3x+3y+z=3$;
 - $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+2y+z)\mathbf{k}$, $(p): x+y+z=2$;
 - $\mathbf{a}(M) = (x+y)\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + (y-z)\mathbf{k}$, $(p): 2x-y-2z=-2$;
 - $\mathbf{a}(M) = (x+y-z)\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + (x+2z)\mathbf{k}$, $(p): x+2y+z=2$.
- Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости $(p): Ax + By + Cz = D$ с координатными плоскостями, при положительном направлении обхода относительно нормального вектора $\mathbf{n} = (A, B, C)$ этой плоскости двумя способами: 1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса:
 - $\mathbf{a}(M) = z\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}$, $(p): 2x+y+2z=2$;
 - $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x-y)\mathbf{k}$, $(p): 3x+2y+z=6$;
 - $\mathbf{a}(M) = (y+z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + (y-2z)\mathbf{k}$, $(p): 2x+2y+z=2$;
 - $\mathbf{a}(M) = (2y-z)\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, $(p): x+2y+2z=4$;
 - $\mathbf{a}(M) = (2z-x)\mathbf{i} + (x-y)\mathbf{j} + (3x+z)\mathbf{k}$, $(p): x+y+2z=2$.
- Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$:
 - $u(M) = xyz$, $M_0(0;1;-2)$;
 - $u(M) = x^2z - y^2$, $M_0(1;1;-2)$
- Найти наибольшую плотность циркуляции векторного поля $\mathbf{a}(M) = (x, y, z)$ в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$:
 - $\mathbf{a}(M) = x^2\mathbf{i} - xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, $M_0(0;1;-2)$;
 - $\mathbf{a}(M) = xy^2\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$, $M_0(1;-2;0)$.
- Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = x^2y\mathbf{i} - 2xy^2\mathbf{j} + 2xyz\mathbf{k}$ соленоидальным.
- Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = (yz - 2x)\mathbf{i} + (xz + zy)\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ потенциальным.
- Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = x^2z\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - xz\mathbf{k}$ гармоническим.

Тема 4. Тригонометрические ряды Фурье.

1. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi < x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x < \pi, \end{cases}$$

имеющую период 2π .

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -\pi, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию (с периодом $\omega = 4$), если

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & -2 < x \leq 0, \\ -1, & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

4. Найти разложение в ряд Фурье функции $y = x^2$ на отрезке $[-\pi; \pi]$. Построить графики функции и суммы ряда.

5. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $f(x) = x^2$ в интервале $(0; \pi)$. Построить графики данной функции и суммы ряда.

6. Разложить в ряд Фурье по косинусам кратных дуг функцию $y = \sin x$ на отрезке $[0; \pi]$.

7. Разложить в ряд Фурье по синусам кратных дуг функцию $f(x) = 1 - x/2$ на отрезке $[0; 2]$.

8. Разложить в ряд Фурье по косинусам кратных дуг функцию $f(x) = 1 - 2x$ на отрезке $[0; 1]$.

9. Пользуясь разложением в ряд Фурье по синусам кратных дуг функции $f(x) = 1$ на отрезке $[0; \pi]$, найти сумму ряда $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1} + \dots$.

Тема 5. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

1. Представить интегралом Фурье следующие функции:

$$1) f(x) = \begin{cases} h \left(1 - \frac{|x|}{a} \right), & |x| \leq a, \\ 0, & |x| > a; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} A \sin \omega x, & |x| \leq \frac{2\pi n}{\omega}, \\ 0, & |x| > \frac{2\pi n}{\omega}; \end{cases}$$

$$5) f(x) = e^{-\alpha|x|} \sin \beta x \quad (\alpha > 0).$$

2. Найти преобразование Фурье для функции:

$$1) f(x) = \begin{cases} \cos(x/2), & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -e^x, & -1 \leq x < 0, \\ e^{-x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & |x| > 1; \end{cases}$$

$$3) f(x) = e^{-x^2/2};$$

$$4) f(x) = e^{-x^2/2} \cos \alpha x;$$

$$5) f(x) = \begin{cases} -1, & -1 \leq x \leq -1/2, \\ 0, & -1/2 \leq x < 1/2. \end{cases}$$

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится ***три таких контрольных мероприятия по графику.***

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ОПК-1)

Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы,

вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

Образцы контрольных заданий.

1 курс 2 семестр

Рейтинговая контрольная точка № 1

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 3x + 1}{x^3 - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{5x}.$$

5. Для данной функции $f(x)$ требуется:

- а) найти точки разрыва;
- б) найти скачок функции в каждой точке разрыва;
- в) сделать чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi, \\ \sin x, & -\pi < x < 0, \\ \pi, & x \geq 0. \end{cases}$$

Рейтинговая контрольная точка № 2

1. Найти производную функции

$$y = \operatorname{arctg}^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}.$$

2. Найти производную функции $y = (\sqrt{x})^{\arcsin x}$.

3. Найти производную $y'(x)$ неявной функции

$$\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x.$$

4. Найти $\frac{dy}{dx}$, если $x = e^{-t} \cdot \cos t$, $y = e^t \cdot \cos t$.

5. Найти предел, используя правило Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}.$$

6. Провести полное исследование функции $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ и построить ее график.

Рейтинговая контрольная точка № 3

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_1^{\sqrt{3}} x^2 \cdot \sqrt[3]{(3-x^3)^2} dx.$

б) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx.$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^4 x} dx.$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} dx.$

б) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1.$

б) $r = 2 - 2 \cos \varphi, r = \frac{1}{2}.$

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $\begin{cases} x = 2(r \cdot \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}.$

б) $y = 1 - \ln \sin x$ от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}.$

5. а) Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + 5y^2, z = 5.$

б) Найти объем шарового сегмента высотой 3, отсеченного \bar{a} шара радиуса 6.

2 курс 3 семестр

Рейтинговая контрольная точка № 1

1. Найти полный дифференциал функции $z = \cos^2 \frac{x-y^2}{x^2-y}.$

2. Для функции $z = u^{\sin v}$, где $u = \arccos \sqrt{xy}, v = \arcsin(x-y)$, найти частные производные

$\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}.$

3. Показать, что функция $z = \arcsin(xy)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{2}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0.$$

4. вычислить приближенно $\operatorname{arctg} \frac{7,02}{6,97}.$

5. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x(y+z)(xy-z)+8=0$ в точке $(2; 1; 3).$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения производной по направлению функции $f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^2$ в точке $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right).$

7. На эллипсе $x^2 + 4y^2 = 4$ даны две точки $A\left(-\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$ и $\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. На этом же эллипсе найти такую третью точку C , чтобы треугольник ABC имел наибольшую площадь (площадь треугольника выразить через координаты его вершин).

Рейтинговая контрольная точка № 2

1. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n^2}.$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}.$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right).$

в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln(\ln n)}.$

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}.$

е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2i + (-1)^n n}{n^2}.$

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1}.$

3. Найти круг сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{3n}.$

Рейтинговая контрольная точка № 3

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{\arcsin y}^{\pi - \arcsin y} f(x, y) dx.$$

2. Найти массу треугольника AOB , если $O(0;0)$, $A(1;-1)$, $B(1;1)$, а плотность равна

$$\rho(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить

$$\int_L \frac{y^2}{x} dl,$$

где L - дуга параболы $y^2 = 2x$, заключенная между точками $(1; \sqrt{2})$ и $(2; 2)$.

4. Вычислить

$$\int_L (4y+4)dx + (3x+3y+4)dy,$$

где L - контур треугольника $x=0$, $y=0$, $2x+3y=6$, и результат проверить при помощи формулы Грина.

5. Вычислить $\int_{(1;1)}^{(4;9)} \left(3x^2 - 3y^2 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x^3}} \right) dx + \left(-6xy + \frac{1}{2\sqrt{xy}} \right) dy.$

2 курс 4 семестр

Рейтинговая контрольная точка № 1

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S x^2 dS,$$

где S - боковая поверхность конуса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{z^2}{c^2}, 0 \leq z \leq h$.

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_{\sigma} y^2 dx dz,$$

σ - внутренняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \geq 0$.

Рейтинговая контрольная точка № 2

1. Вычислить поток векторного поля $\mathbf{a}(M) = 3x\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + (x-z)\mathbf{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+3y+z=3$ и координатными плоскостями, двумя способами: а) используя определение потока; б) с помощью формулы Остроградского – Гаусса.
2. Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}(M) = z\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости $2x+y+2z=2$ с координатными плоскостями, при положительном направлении обхода относительно нормального вектора $\mathbf{n} = (2; 1; 2)$ этой плоскости двумя способами: 1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса.
3. Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u(M) = xyz$ в точке $M_0(0; 1; -2)$.
4. Найти наибольшую плотность циркуляции векторного поля $\mathbf{a}(M) = x^2\mathbf{i} - xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ в точке $M_0(0; 1; -2)$.
5. Выяснить является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = (\alpha - \beta)x\mathbf{i} + (\gamma - \alpha)y\mathbf{j} + (\beta - \gamma)z\mathbf{k}$ соленоидальным.

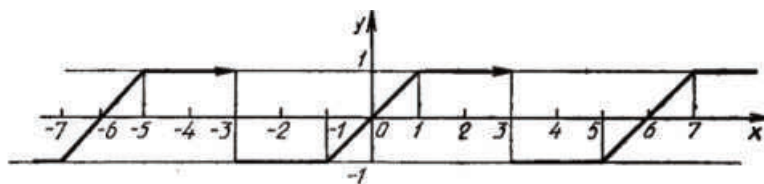
Рейтинговая контрольная точка № 3

1. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $\omega = 2\pi$) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases}$$

заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = e^x$, заданную в интервале $(0; \pi)$, продолжив (доопределив) ее четным и нечетным образом. Построить графики для каждого продолжения.
3. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = |x|$, заданную в интервале $(-1; 1)$ с периодом $\omega = 2$.
4. Разложить в ряд Фурье функцию заданную графически.



5. Воспользовавшись разложением функции $f(x) = |x|$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi; \pi)$, найти сумму данного числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

Критерии формирования оценок по контрольным работам:

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

5 баллов – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее 4 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

5.2.2. Оценочные материалы: типовые тестовые задания по дисциплине

«Математический анализ» (контролируемые компетенции ОПК-1)

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Решение заданий в тестовой форме проводится три раза в течение семестра на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Оценка результатов тестирования производится компьютерной программой, результат выдается немедленно по окончании теста. Максимальный балл за решение

заданий в тестовой форме – 5 баллов. До окончания теста студент может еще раз просмотреть все свои ответы на задания и при необходимости внести коррективы.

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС – <http://open.kbsu.ru/moodle/course/search.php?search=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9+%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7>

Образцы тестовых заданий:

- Область определения для функции $y = \log_3(4x^2 - 1)$ есть:
 - : $D(y) = (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}; \infty)$
 - +: $D(Y) = (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$
 - : $D(y) = [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$
 - : $D(y) = [0; \frac{1}{2}]$
- Областью определения функции $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-6x+9}}$ является
 - +: $D(y) = [2; 3) \cup (3; +\infty)$
 - : $D(y) = (2; 3) \cup (3; +\infty)$
 - : $D(y) = (2; 3] \cup [3; +\infty)$
 - : $D(y) = [2; 3] \cup [3; +\infty]$
- Функция $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}$ является
 - : четной
 - : нечетной
 - +: общего вида
 - : четной и нечетной
- Первые 5 элементов последовательности $(n = 1, 2, 3, 4, 5)$, заданной общим членом $x_n = \frac{1}{2n+1}$, есть
 - : 1, 2, 3, 4, 5
 - : $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$
 - : $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{16}, \frac{4}{32}, \frac{5}{64}$
 - +: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}$
- Общий член последовательности $1, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{7^2}, \dots$

$$\therefore x_n = \frac{n}{2n+1}$$

$$+ \therefore x_n = \frac{1}{(2n-1)^2}$$

$$\therefore x_n = \frac{n}{5^n}$$

$$\therefore x_n = \frac{1}{n!}$$

6. Множество $X = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\right\}$

+ : ограничено

- : неограничено

- : ограничено сверху

- : ограничено снизу

7. Последовательность 1, 2, 3, 4, ... является

- : ограниченной

- : неограниченной

- : ограниченной сверху

+ : ограниченной снизу +

8. Последовательность $\{2^n\}$

- : убывающая

+ : возрастающая

- : неубывающая

- : невозрастающая

9. Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n}$ равен

+ : 1;

- : -1;

- : 2;

- : -2

10. Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 10n^2 + 1}{100n^2 + 15n}$ равен

- : 1;

+ : ∞ ;

- : -1;

- : 1

11. Предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}$ равен

- : ∞

+ : $\frac{2}{5}$

- : 0

$$-: \frac{3}{2}$$

12. Функция $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ является непрерывной за исключением точки $x =$

$$+: 0$$

$$-: 1$$

$$-: 2$$

$$-: \frac{\pi}{2}$$

13. Для функции $y = \ln \frac{x^2}{(x+1)(x-3)}$ точками разрыва являются

$$-: 3$$

$$-: 0$$

$$+: \{-1, 3\}$$

$$-: 0, 1, 2$$

14. Производная от функции $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$:

$$-: \frac{(1 - \sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}^2}$$

$$-: \frac{(1 - \sqrt[3]{x})^2}{\sqrt[3]{x}^2}$$

$$-: \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}^2}$$

$$+: \frac{(1 + \sqrt[3]{x})^2}{\sqrt[3]{x}^2}$$

15. Функция $y = 2 - 3x + x^3$ убывает на:

$$+: (-1, 1)$$

$$-: (0, 1)$$

$$-: (1, 2)$$

$$-: (-\infty, +\infty)$$

16. Функция $y = x(1 + \sqrt{x})$ является возрастающей на:

$$-: (-\infty, +\infty)$$

$$-: (1, 2)$$

$$+: (0, +\infty)$$

$$-: (-1, 1)$$

17. Производная функции $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, заданной неявно:

$$-: \frac{b^2 x}{a^2 y}$$

$$+: -\frac{b^2 x}{a^2 y}$$

$$-: \frac{bx}{a^2 \sqrt{x}}$$

$$-: 0$$

18. Производная от функции, заданной неявно $x^3 + y^3 - 3xy = 0$

$$+: \frac{x^2 - y}{x - y^2}$$

$$-: \frac{x + y}{x - y}$$

$$-: \frac{1}{x - y}$$

$$-: \frac{1}{x^2 - y^2}$$

19. Производная функции $\sin(x + y) = xy$, заданной неявно:

$$-: 1$$

$$-: \frac{x + y}{x - y}$$

$$-: \frac{x}{y}$$

$$+: \frac{y - \cos(x + y)}{\cos(x + y) - x}$$

20. Производная функции $\begin{cases} x = \operatorname{ch} t \\ y = \operatorname{sh} t \end{cases}$, заданной параметрически:

$$-: 0$$

$$-: \frac{1}{\operatorname{sh} t}$$

$$+: \operatorname{cth} t$$

$$-: 1$$

21. Производная функции $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$, заданной параметрически:

$$-: e^t$$

$$-: \operatorname{tg} t$$

$$+: -\operatorname{ctg} t$$

$$-: 1$$

22. Значение $f'(1) = \dots$, если $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$$-: 2$$

$$-: -2$$

$$-: 3$$

$$+: 4$$

23. Значение производной функции, заданной неявно $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ в точке $M(2, 1)$ равно:

$$-: 1$$

- : 0
- +: 3
- : 2

24. Значение $y'_x(1)$ при $\begin{cases} x = t \ln t, \\ y = \frac{\ln t}{t}, \end{cases}$ равно:

- : 2
- : 0
- +: 1
- : 3

25. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ равен:

- : 0
- : 1
- +: $-\frac{1}{3}$
- : ∞

26. Производная второго порядка для функции $y = \frac{1}{4}x^2(2 \ln x - 3)$ равна:

- : 1
- +: $\ln x$
- : e^x
- : 0

27. Производная второго порядка для функции $\begin{cases} x = \arctgt, \\ y = \ln(1 + t^2), \end{cases}$ равна:

- : 1
- +: $2t^2 + 2$
- : $3t$
- : $t + 1$

28. Производная второго порядка y'' от функции, заданной неявно $y = x + \arctgy$ равна:

- +: $-\frac{2y^2 + 2}{y^5}$
- : 1
- : $\frac{1}{y}$
- : y^2

29. Для кривой $y = \sqrt[3]{2ax^2 - x^3}$ наклонной асимптотой является прямая

- +: $y = -x + \frac{2}{3}a$
- : $y = 2$
- : $y = x$
- : $y = x + 3$

30. Для кривой $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ вертикальными асимптотами являются

-: $x = -1, x = 0$

-: $x = 0, x = 1$

-: $x = 2, x = 3$

+: $x = -1, x = 1$

31. Функция $y = 2\sin x + \cos 2x$ достигает максимума в точке

+: $x = \frac{\pi}{6}$

-: $x = \frac{\pi}{4}$

+: $x = 0$

-: $x = \frac{\pi}{2}$

32. Для функции $y = xe^{2x} + 1$ точкой перегиба является точка:

-: $M(0, 0)$

+: $M(-1, 1 - e^{-2})$

-: $M(1, 0)$

-: $M(1, 1)$

33. Первообразной для $\int \frac{adx}{a-x}$ является функция:

-: $y = \ln |a-x| + c$

+: $y = a \cdot \ln \left| \frac{c}{a-x} \right|$

-: $y = c - \ln |a-x|$

-: $y = \ln |a-x|$

34. Первообразной для $\int x(2x+5)^{10} dx$ служит функция:

-: $y = \frac{(2x+5)^{11}}{11} + c$

-: $y = (2x+5)^{11} + c$

-: $y = \frac{1}{4} \left[\frac{(2x+5)^{12}}{12} - \frac{5(2x+5)^{11}}{11} \right] + c$

+: $y = 2x+5$

35. Значение интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ равно ...

-: e

-: 0

+: $\frac{1}{2}$

$$\therefore -\frac{1}{2}$$

36. Значение интеграла $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx$ равно ...

$$+: \frac{3}{2}$$

$$\therefore e$$

$$\therefore 5\pi$$

$$\therefore -\frac{3}{2}$$

37. Значение интеграла $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$ равно ...

$$+: 6$$

$$\therefore 0$$

$$\therefore -4$$

$$\therefore 3$$

38. Значение интеграла $\int_1^2 \frac{dx}{x+3}$ равно ...

$$\therefore \ln 3$$

$$+: \ln \frac{5}{4}$$

$$\therefore \ln \frac{1}{2}$$

$$\therefore -\ln 2$$

39. Значение интеграла $\int_e^4 x \ln x dx$ равно ...

$$\therefore 4 \ln e + 1$$

$$+: 8 \ln 4 - 4 - \frac{1}{4} e^2$$

$$\therefore 8 \ln 4 - \frac{1}{4} e^2$$

$$\therefore \ln 4 - e$$

40. Значение интеграла $\int_{-a}^a x \cos \frac{x}{a} dx$ равно ...

$$\therefore -1$$

$$+: 0$$

$$\therefore e$$

$$\therefore \cos a$$

41. Значение несобственного интеграла 1 рода $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$ равно:

$$+: 1$$

$$\therefore 0$$

-: ∞

-: -1

42. Значение несобственного интеграла 1 рода $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ равно:

-: $\frac{\pi}{4}$

+: $\frac{\pi}{2}$

-: ∞

-: 0

43. Несобственный интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ равен

-: $\frac{\pi}{4}$

+: $\frac{\pi}{2}$

-: ∞

-: 0

5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Математический анализ» в виде проведения экзамена (4 семестр) и зачета (2,3 семестр). На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

Полный перечень вопросов, выносимых на зачет 1 курс 2 семестр (контролируемые компетенции ОПК-1):

1. Множество действительных чисел. Аксиоматика.
2. Верхние и нижние грани. Система вложенных отрезков.
3. Связь между различными принципами непрерывности.
4. Счетные и несчетные множества.
5. Определение предела последовательности. Свойства пределов.
6. Предел монотонной последовательности. Число e .
7. Подпоследовательности.
8. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши.
9. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями.
10. Понятие функции. Элементарные функции и их классификация.
11. Понятие предела функции. Свойства пределов.
12. Критерий Коши существования конечного предела функции

13. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций.
14. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций.
15. Непрерывность функции в точке.
16. Предел и непрерывность сложной функции.
17. Односторонняя непрерывность и точки разрыва.
18. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
19. Обратные функции.
20. Показательная функция. Логарифмическая и степенная функция.
21. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
22. Некоторые замечательные пределы.
23. Производная.
24. Дифференциал.
25. Геометрический смысл производной и дифференциала.
26. Производная обратной функции.
27. Производная сложной функции.
28. Производные и дифференциалы высших порядков.
29. Теорема о среднем. Формула Тейлора.
30. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталя.
31. Монотонность и экстремумы функции.
32. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты.
33. Построение графика функции.
34. Комплексные числа.
35. Первообразная и неопределенный интеграл.
36. Методы интегрирования.
37. Интегрирование рациональных дробей.
38. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
39. Определенный интеграл. Критерий интегрируемости. Свойства интегрируемых функций.
40. Связь между определенным и неопределенным интегралами.
41. Замена переменной и интегрирование по частям.
42. Приложения определенного интеграла.
43. Несобственные интегралы.

**Полный перечень вопросов, выносимых на зачет 2 курс 3 семестр
(контролируемые компетенции ОПК-1):**

1. Многомерные евклидовы пространства.
2. Открытые и замкнутые множества.
3. Предел функции многих переменных.
4. Функции, непрерывные в точке. Функции, непрерывные на множестве.
5. Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных.
6. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных.
7. Дифференцируемость сложной функции.
8. Производная по направлению и градиент.
9. Частные производные высших порядков.
10. Формула Тейлора.

11. неявные функции, определяемые одним уравнением. Система неявных функций. Дифференцируемые отображения.
12. Локальный экстремум. Условный экстремум.
13. Сходимость числового ряда.
14. Числовые ряды с неотрицательными членами.
15. Абсолютно сходящиеся ряды.
16. Сходящиеся знакопеременные ряды.
17. Последовательности и ряды с комплексными членами.
18. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
19. Признаки равномерной сходимости рядов.
20. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
21. Свойства степенных рядов.
22. Аналитические функции.
23. Разложение функции в ряд Тейлора.
24. Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного.
25. Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости.
26. Свойства кратного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному.
27. Геометрический смысл модуля якобиана отображения.
28. Замена переменных в кратном интеграле.
29. Собственные интегралы, зависящие от параметра.
30. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
31. Интегралы Эйлера.
32. Криволинейный интеграл первого рода.
33. Криволинейный интеграл второго рода.
34. Формула Грина.
35. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения.
36. Потенциальные векторные поля.

**Полный перечень вопросов, выносимых на экзамен 2 курс 4 семестр
(контролируемые компетенции ОПК-1):**

1. Гладкие поверхности.
2. Касательная плоскость и нормальная прямая.
3. Преобразование параметров гладкой поверхности.
4. Ориентация гладкой поверхности.
5. Первая квадратичная форма гладкой поверхности.
6. неявно заданные гладкие поверхности.
7. Кусочно гладкие поверхности.
8. Поверхностные интегралы первого рода.
9. Поверхностные интегралы второго рода.
10. Скалярные и векторные поля.
11. Формула Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Потенциальные векторные поля.
14. Определение ряда Фурье и принцип локализации.
15. Сходимость ряда Фурье.

16. Приближение непрерывных функций многочленами.
17. Почленное дифференцирование и интегрирование тригонометрических рядов.
18. Скорость стремления к нулю коэффициентов и остатка ряда Фурье.
19. Ряды Фурье $2l$ -периодических функций.
20. Комплексная форма рядов Фурье.
21. Интеграл Фурье.
22. Преобразование Фурье.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации. Уровень знаний определяется оценками *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*, *«зачтено»*, *«неудовлетворительно»*, *«не зачтено»*.

1. Оценка *«отлично»* (91-100 баллов) - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка *«хорошо»* (81-90 баллов) - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка *«удовлетворительно»* (61-80 баллов) - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка *«зачтено»* (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценки *«неудовлетворительно»* и *«не зачтено»* (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине, включает две составляющие:

– первая составляющая – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода

изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– вторая составляющая – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Математический анализ» является экзамен (4 семестр) и зачет (2, 3 семестр). Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из составляющих, приведенных в Приложении 1.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Критерии оценки качества освоения дисциплины прилагается (Приложение 2).

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ОПК-1 представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Способен применять базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	ОПК-1.1. З-1. Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат, связанный с прикладной математикой и информатикой ОПК-1.1. У-1. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач ОПК-1.1. В-1. Владеет навыками решения задач в профессиональной деятельности на основе фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1) Типовые оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (раздел 5.1.2) Типовые оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1) Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2.) Типовые

	ОПК-1.2. Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	ОПК-1.2. 3-1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. У-1. Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.2. В-1. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний	оценочные материалы для промежуточной аттестации <i>(раздел 5.3.)</i>
--	--	---	--

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт по образовательным программам ВО (ФГОС 3++) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата). Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. №9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937);
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/
4. Программа «Цифровая экономика», утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. №1632-р.
5. Указ Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. №203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы».

7.2. Основная литература

1. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2-х ч. Учебное пособие/ И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий;. -2-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа. Ч.1, 2001. – 725 с. (8экз.)
2. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2-х ч. Учебное

- пособие/ И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий; Под ред. Г.И. Садовниченко. -2-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа.Ч.2., 2001. – 712с (10 экз.)
3. Галкин, С. В. Математический анализ: учебное пособие / С. В. Галкин. — 2-е изд. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. — 128 с. — ISBN 978-5-7038-4670-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103562>
4. Киркинский, А. С. Математический анализ: учебное пособие / А. С. Киркинский. — Москва: Академический Проект, 2020. — 526 с. — ISBN 978-5-8291-3040-4. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/133205>

7.3. Дополнительная литература

1. Архипов Г.И. Лекции по математическому анализу: Учебник/ Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.н. Чубариков.-4-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2004. – 640 с. (20 экз.)
2. Боронина Е.Б. Математический анализ: учебное пособие/ Боронина Е.Б.: [Электронный ресурс] – Саратов: Научная книга, 2012. – 159 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6298.html> - ЭБС «IPRbooks»
3. Гунько Ю.А. Математический анализ: учебное пособие/ Гунько Ю.А.: [Электронный ресурс] – Волгоград: Волгоградский институт бизнеса, Вузовское образование, 2008. – 151 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11335.html>. - ЭБС «IPRbooks»
4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Учебное пособие для университетов и педагогических институтов. – М.: Наука, 1969. – 544 с. (22 экз.)
5. Камынин Л.И. Курс математического анализа. Том 1 [Электронный ресурс]/ Камынин Л.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001.— 432 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13140.html>. — ЭБС «IPRbooks»
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 3-х т.: Учебник.-5-е изд.: перераб. и доп. – М.: Дрофа, Т.2: Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных, 2004. –720 с. (12 экз.)
7. Фомина, Т. А. Математический анализ : учебное пособие / Т. А. Фомина. — Донецк: ДонНУЭТ имени Туган-Барановского, 2020. — 105 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/170492>

7.4. Периодические издания

1. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
2. Дифференциальные уравнения

3. Доклады РАН
4. Журнал вычислительной математики и математической физики
5. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки
6. Успехи математических наук

7.5. Интернет – ресурсы

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
3. Электронная библиотека по философии // <http://www.filosof.historic.ru>
4. «Золотая философия» // <http://www.philosophy.alieu.net>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

***Перечень актуальных электронных информационных баз данных,
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч. год)***

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г. Бессрочное	Полный доступ
2.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollelib.ru	ООО «Консультант студента» (г. Москва) Договор №750КС/07-2022	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		наименований журналов и 917 монографий.		От 26.09.2022 г. Активен до 30.09.2023г.	
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) Договор №849КС/03-2023 от 11.04.2023 г. Активен до 19.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) Договор №41ЕП/223 от 14.02.2023 г. Активен до 15.02.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) Договор №246ЕП/223 от 31.07.2023 г. Активен до 01.09.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и	https://rusneb.ru/	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г. Бессрочный	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ

		научного характера по различным отраслям знаний			
7.	ЭБС «IPSMART»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) Договор №75/ЕП-223 от 23.03.2023 г. Активен до 02.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)	Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	http://iprbookshop.ru/ http://www.ros-edu.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) Договор №142/ЕП-223 от 18.05.2023 г. срок предоставления лицензии: с 01.06.2023 по 01.06.2024	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://urait.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) Договор №305/ЕП-223 От 27.10.2022 г. Активен до 31.10.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	ЭБС «Юрайт» для ВО	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии	https://urait.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) Договор №44/ЕП-223 От 16.02.2023 г. Активен с 01.03.2023	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		периодических изданий по различным областям знаний.		г. по 29.02.2024 г.	
11.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	http://www.prilib.ru	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) Соглашение от 15.11.2016г. Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Методические рекомендации по изучению дисциплины

Приступая к изучению дисциплины, студенту необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины, обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; тщательно изучают философские источники, готовят сообщения к семинарским занятиям; выполняют самостоятельные научно-исследовательские работы. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

Курс изучается на лекциях, семинарских занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе студента. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы изучаемой дисциплины. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов семинарских занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Студенты должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованными источниками, и литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованных источников и литературы приведены в рабочей программе.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям

Семинарские занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Семинарские занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся.

Целью семинарских является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к семинарским по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На семинарских занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих студенту в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;

– исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение рефератов;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он может использоваться и для закрепления, полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач и пр.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает

внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
 - выделить ключевые слова в тексте;
 - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала семинарских занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к зачету

Зачет во 2, 3 семестрах является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на вопросы зачета.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу. Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к

основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении письменного зачета на работу отводиться 60 минут.

Результат устного (письменного) зачета выражается формой аттестации «зачтено» или «не зачтено»:

«Зачтено» – от 61 до 70 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На зачете студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

«Не зачтено» – от 36 до 60 баллов – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На зачете студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины

Методические рекомендации для подготовки к экзамену

Экзамен в 4 семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и

дополнительную литературу.

На экзамен выносятся материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению

качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Перечень материально-технического обеспечения дисциплины включает в себя специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, компьютерные классы для проведения лабораторных занятий, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия, имеются презентации по отдельным темам курса, позволяющие наиболее эффективно освоить представленный учебный материал.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

№ п/п	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения	Кол-во
1.	<i>Операционная система РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»</i>	Российская Федерация	12 месяцев	1000
2.	Система оптического распознавания текста <i>SETERE OCR</i> для РЕД ОС	Российская Федерация	12 месяцев	30
3.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты <i>Kaspersky Endpoint Security</i> для бизнеса – Стандартный Russian Edition	Российская Федерация	12 месяцев	700
4.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) <i>Webinar Enterprise TOTAL 150 участников</i>	Российская Федерация	12 месяцев	1

5.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем <i>Асмо-графический редактор</i>	Российская Федерация	бессрочные	32
6.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>	Российская Федерация	бессрочные	16

8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

9. Лист изменений (дополнений)

в рабочей программе дисциплины «Математический анализ» направления подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» на 2023-2024 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание
1.			
2.			
3.			

Приложение 1

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<i>Посещение занятий</i>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<i>Текущий контроль:</i>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	<i>Ответ на 5 вопросов</i>	<i>от 0 до 15</i>	<i>от 0 до 5</i>	<i>От 0 до 5</i>	<i>от 0 до 5</i>
	Полный правильный ответ	до 15	5	5	5
	Неполный правильный ответ	от 6 до 12	от 2 до 4	от 2 до 4	от 2 до 4
	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3	от 0 до 1	от 0 до 1	от 0 до 1
	<i>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</i>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б</i>	<i>от 0 до 5</i>
3	<i>Рубежный контроль</i>	<i>до 30</i>	<i>до 10</i>	<i>до 10</i>	<i>до 10</i>
	тестирование	от 0 до	от 0 до 5	от 0 до 5	от 0 до 5
	коллоквиум	от 0 до 15	от 0 до	от 0 до 5	от 0 до 5
<i>Итого сумма текущего и рубежного контроля</i>		<i>до 70 баллов</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 24 б.</i>
	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36	не менее 12	не менее 12	не менее 12
	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 (51-69)	менее 23	менее 23 б.	менее 24
	Третий этап (высокий уровень) – оценка «отлично»	не менее 70	не менее 23	не менее 23	не менее 24

**Шкала оценивания планируемых результатов обучения
Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
2-4	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

Промежуточная аттестация (зачёт)

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
2, 3	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
4	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.