МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО
Руководитель образовательной программы ________ **Ф.Х. Кудаева**
«30» мая **2023г.**

УТВЕРЖДАЮ
Директор института
________ **А.Х. Шапсигов**
«30» 06 **2023г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«АДДИТИВНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

01.04.02 – Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Магистерская программа

«Математическая физика и современные компьютерные технологии»

Квалификация (степень) выпускника

Магистр

Форма обучения

Очная

Нальчик - 2023

Рабочая программа дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики» / сост. Ф.М. Нахушева – Нальчик: КБГУ, 2023. – 75 с.

Рабочая программа предназначена для для преподавания дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики» магистрантов направления подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика и современные компьютерные технологии» в 3 семестре 2 года обучения.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 - «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. № 13 (зарегистрировано в Минюсте России 06 февраля 2018г. № 49939).

Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины:

- подготовка выпускника, владеющего основными методами численного решения многомерных задач математической физики;

- формирование системы теоретических, методических знаний и практических навыков построения аддитивных схем для прикладных задач математической физики, оптимального подбора метода для конкретной практической задачи;

- ознакомление магистрантов с результатами по обоснованию многокомпонентного векторно-аддитивного расщепления многомерных дифференциальных уравнений в частных производных, а также с результатами о корректности некоторых видов векторно-аддитивных разностных схем, указывающими на их тесную связь с известными методами суммарной аппроксимации, а именно с локально-одномерными схемами

Задачи освоения дисциплины: выработка у магистрантов навыков использования для решения многомерных дифференциальных уравнений в частных производных аддитивных и векторно-аддитивных схем расщепления и их исследования.

Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию точного научного мышления, повышению программистской и исследовательской культуры для решения конкретных практических задач, возникающих в реальном мире.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Аддитивные схемы для задач математической физики» относится к блоку Б1. Часть, формируемая участниками образовательных отношений основной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика и современные компьютерные технологии».

3. Требования к результатам освоения дисциплины

В совокупности с другими дисциплинами направленности «Математическая физика и современнее компьютерные технологии» дисциплина «Аддитивные схемы для задач математической физики» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО подготовки по направлению 01.04.02 - Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры):

универсальная (УК):

Коды	Содержание компетенции

УК-5	Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия

профессиональная (ПКС):

Коды	Содержание компетенции
ПКС-1	Способен проводить научные исследования и получать прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива

В результате изучения дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики» магистрант должен:

знать:

- результаты по обоснованию методов расщепления многомерных уравнений математической физики;

- историю разработки и развития методов решения многомерных задач математической физики;

- что методы расщепления – это методы редукции сложной задачи к последовательности простейших (цепочке одномерных);

- что в методах расщепления интегрирование исходного уравнения сводится к последовательному интегрированию уравнений более простой структуры и, что при этом схемы должны удовлетворять условиям аппроксимации и устойчивости только в окончательном итоге;

- метод переменных направлений и его непригодность для трехмерной параболической задачи;

- метод стабилизирующей поправки;

- возможности построения экономичных факторизованных схем с помощью метода регуляризации – метода получения схем заданного качества;

- что факторизованные схемы применимы лишь для областей специального вида - для прямоугольников и для параллелепипедов (исключение для случая двумерной факторизованной с регуляризаторами, являющимися треугольными операторами, но с понижением порядка аппроксимации);

- общий метод построения трехслойных экономичных факторизованных схем;

- что трехслойными схемами удобнее пользоваться для получения устойчивых схем второго порядка аппроксимации по временному шагу, что основным является вопрос о выборе регуляризатора;

- метод суммарной аппроксимации, пригодный для уравнений с переменными и даже разрывными коэффициентами, для квазилинейных нестационарных уравнений, для обобщенного уравнения диффузии в случае произвольных областей любого числа измерений (преимущество перед методом переменных направлений и экономичными факторизованными схемами);

- как замена классического понятия аппроксимации более слабым условием суммарной аппроксимации расширяет класс решаемых задач и приводит к аддитивным схемам;

- что в аддитивных схемах переход со слоя на слой осуществляется при помощи последовательности обычных (двухслойных, трехслойных) схем;

- что погрешность аппроксимации аддитивной схемы определяется как сумма невязок для всех промежуточных схем (аддитивная схема обладает суммарной аппроксимацией и при этом каждая из промежуточных схем цепочки может не аппроксимировать исходную задачу);

- что суммарная аппроксимация гарантируется возможностью представления оператора уравнения суммой одномерных операторов и выполнения условия нормировки для правой части уравнения;

- результаты по обоснованию многокомпонентного векторно-аддитивного расщепления многомерных дифференциальных уравнений в частных производных;

- что в векторных моделях разностных схем каждая конкретная компонента вектора решения аппроксимирует решение скалярной исходной задачи;

- результаты корректности некоторых видов векторно-аддитивных разностных схем, указывающие на их тесную связь с известными методами суммарной аппроксимации, а именно с локально-одномерными схемами;

- что многокомпонентные векторные схемы расщепления применялись при решении задач математической физики в областях сложной формы и изучены не только как алгоритмы решения различных типов задач, но и рассматривались как новый подход к построению итерационных алгоритмов;

- что в отличие от классического метода переменных направлений, который эффективен только при двухкомпонентном расщеплении, многокомпонентные векторные схемы расщепления позволяют строить безусловно устойчивые алгоритмы для произвольного числа разбиений при минимальных ограничениях на компоненты оператора;

- что данный подход обладает неограниченным потенциалом в распараллеливании вычислительно процесса как при расщеплении по пространственным переменным, так и по подобластям;

- основные принципы построения векторно-аддитивных схем на основе операторно-разностных подходов применительно к абстрактной задаче Коши;

- векторно-аддитивные схемы для некоторых классов уравнений гиперболического типа;

- векторно-аддитивные схемы для некоторых классов параболических уравнений.

- как строить вычислительный алгоритм для ЭВМ, позволяющий получить решение многомерных задач с помощью векторно-аддитивных схем;

уметь:

- применять методы расщепления при решении конкретных многомерных задач математической физики;

- строить алгоритмы решения построенных аддитивных схем, вычислять погрешность аппроксимации, проводить исследование устойчивости и сходимости схем;

- хорошо ориентироваться в аддитивных схемах и оптимально подбирать методы численного решения конкретных задач;

- реализовывать основные методы, применяемые в численном анализе;

- применять многокомпонентные векторные схемы расщепления при решении задач математической физики в областях сложной формы и строить итерационные алгоритмы;

- строить безусловно устойчивые алгоритмы для произвольного числа разбиений при минимальных ограничениях на компоненты оператора;

- применять основные принципы построения векторно-аддитивных схем на основе операторно-разностных подходов;

- строить векторно-аддитивные схемы для различных классов уравнений гиперболического типа;

- строить векторно-аддитивные схемы для различных классов параболических уравнений;

- строить вычислительный алгоритм для ЭВМ, позволяющий получить решение многомерных задач с помощью векторно-аддитивных схем;

- подбирать метод решения возникающих систем уравнений при численном решении конкретных практических задач;

- выполнять все этапы подготовки программ решения многомерных задач на ЭВМ и получать численные результаты;

владеть:

- культурой мышления, умением аргументированно и ясно строить устную и письменную речь;

- основами профессиональной разговорной речи;

- навыками применения основных методов физико-математического анализа для решения естественно - научных задач;

- навыками работы с математической литературой;

- навыками применения аддитивных схем (схем расщепления и многокомпонентных векторных схем расщепления) для решения задач математической физики;

- навыками построения вычислительного алгоритма при решении многомерных задач с помощью аддитивных и векторно-аддитивных схем.

4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	**2**	**3**	**4**	**5**
		РАЗДЕЛ I. Введение		
1	Введение. Об аддитивных схемах решения многомерных задач математической физики.	Однородная и неоднородная аппроксимации. Методы расщепления – методы редукции сложной задачи к последовательности простейших. Экономичные схемы. Дивергентность схемы. О многокомпонентном векторно-аддитивном расщеплении многомерных дифференциальных уравнений в частных производных, об их связи с известными методами суммарной аппроксимации (с локально-одномерными методами). О подходе к моделированию векторных схем, в основе которого лежит принцип аддитивности.	УК-5 ПКС-1	Практическая работа (ПР), контрольная работа (К), курсовая работа (КР), рубежный контроль (РК)
2	Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема – ППС).	Схема Кранка – Николсона. Порядок аппроксимации. Поведение ошибки по каждому направлению. Схема Писмена – Рэкфорда. Устойчивость. Сходимость и точность. Алгоритм реализации на ЭВМ.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
3	Метод стабилизирующ	Схема с поправкой на устойчивость. Пригодность	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК

	ей поправки (неявная схема переменных направлений).	неявных схем переменных направлений для решения трехмерного уравнения теплопроводности. Алгоритм реализации на ЭВМ.		
РАЗДЕЛ II. Экономичные факторизованные схемы				
4	Двухслойные факторизованные схемы.	Построение двухслойных экономичных факторизованных схем (метод регуляризации). Условия устойчивости. Двухслойные факторизованные схемы. Алгоритм реализации на ЭВМ.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
5	Трехслойные факторизованные схемы.	Общий метод построения трехслойных экономичных факторизованных схем, основанный на принципе регуляризации разностных схем. Условия устойчивости. Алгоритм реализации на ЭВМ.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
РАЗДЕЛ III. Метод суммарной аппроксимации				
6	Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с краевыми условиями первого рода.	Суммарная аппроксимация. Сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач. Локально-одномерная схема (ЛОС) для уравнения теплопроводности в произвольной области. Погрешность аппроксимации локально-одномерной схемы. Устойчивость. Равномерная сходимость.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
7	Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с краевыми условиями третьего рода.	Локально-одномерная схема для уравнения с переменными коэффициентами. Третья краевая задача. Устойчивость. Сходимость.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
РАЗДЕЛ IV. Локально-одномерные схемы для нестационарных уравнений с дробной производной				
8	Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с дробной	Дискретный аналог дробной производной по пространственной переменной. Построение локально-одномерной схемы. Доказательство устойчивости локально-одномерной схемы с	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК

	производной по пространственной переменной.	помощью принципа максимума. Сходимость ЛОС.		
9	Начально-краевая задача для обобщенного уравнения диффузии в p-мерном параллелепипеде	Дискретный аналог дробной производной по временной переменной. Построение локально-одномерной схемы. Доказательство устойчивости локально-одномерной схемы с помощью принципа максимума. Сходимость ЛОС.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
10	Обобщенное уравнение диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.	Доказательство устойчивости решения. Построение локально-одномерной схемы. Доказательство устойчивости локально-одномерной схемы с помощью принципа максимума. Сходимость ЛОС.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
РАЗДЕЛ V. Многокомпонентные векторные схемы				
11	Многокомпонентные векторные схемы расщепления для абстрактной задачи Коши.	Постановка задачи. Абстрактная задача Коши с линейным самосопряженным и положительно определенным оператором, действующим в гильбертовом пространстве. Простейший способ построения векторной схемы, состоящий в сведении исходной задачи к системе однотипных подзадач.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
12	Многокомпонентная разностная задача.	Непрерывный аналог многокомпонентного метода как цепочки «одномерных» относительно неизвестной компоненты вектора-решения дифференциальных задач Коши.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
13	Метод многокомпонентного векторного расщепления.	Сущность метода многокомпонентного векторного расщепления. Устойчивость по начальным данным и правой части. Доказательство теоремы о корректной постановке задачи, полученной в результате перехода от скалярного решения абстрактной задачи Коши к вектору-решению и равенства компонент вектора-решения точному решению.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
14	Разностные	Использование системы	УК-5	ПР, К, КР, РК

	схемы решения нестационарных многомерных задач.	однотипных подзадач, наряду с абстрактной задачей Коши, для построения разностных схем решения нестационарных многомерных задач (многомерного уравнения с граничными условиями первого рода). Безусловная устойчивость и выбор решения многокомпонентной разностной схемы.	ПКС-1	
РАЗДЕЛ VI. Векторные аддитивные схемы для некоторых классов уравнений гиперболического типа				
15	Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в неидеальной среде.	Волновое уравнение в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности. Система однотипных подзадач. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности. Векторно-аддитивная схема. Устойчивость.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
16	Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в релаксирующих средах.	Волновое уравнение в релаксирующих средах. Постановка задачи. Система однотипных подзадач. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для волнового уравнения в релаксирующих средах. Векторно-аддитивная схема. Устойчивость.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК
17	Векторные аддитивные схемы для модифицированного уравнения влагопереноса.	Модифицированное уравнение влагопереноса. Постановка задачи. Система однотипных подзадач. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для модифицированного уравнения влагопереноса. Векторно-аддитивная схема. Устойчивость.	УК-5 ПКС-1	ПР, К, КР, РК

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц (180 часов).

Таблица 2. Структура дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики»

Вид работы	**Трудоемкость часов / зачетных единиц**	
	3 семестр	**всего**
Общая трудоемкость (в часах)	**180**	**180**
Контактная работа (в часах):	**54**	**54**
Лекционные занятия (Л)	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Семинарские занятия (СЗ)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):	**99**	**99**
Расчетно-графическое задание		-
Реферат (Р)		-
Эссе (Э)		-
Контрольная работа (КР)		-
Самостоятельное изучение разделов	99	99
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)		-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
Вид промежуточной аттестации	**экзамен**	**экзамен**

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	**Тема**
	3 семестр
1.	*Введение. Об аддитивных схемах решения многомерных задач математической физики.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с неоднородной аппроксимацией при решении многомерных задач; проиллюстрировать на примерах суть методов расщепления как методов редукции сложной задачи к последовательности простейших; дать понятие экономичности и дивергентности схем; ознакомить с многокомпонентными векторно-аддитивными схемами расщеплении многомерных задач и их связью с методами суммарной аппроксимации (с локально-одномерными методами); ознакомить с подходом к моделированию векторных схем, в основе которого лежит принцип аддитивности.
2.	*Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема – ППС).* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть схему Кранка – Николсона, ее порядок аппроксимации и поведение ошибки по каждому направлению; рассмотреть схему Писмена – Рэкфорда, вопрос ее устойчивости, сходимости и

	точности.
3.	*Метод стабилизирующей поправки (неявная схема переменных направлений).* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть схему с поправкой на устойчивость, показать пригодность неявных схем переменных направлений для решения трехмерного уравнения теплопроводности и алгоритм реализации на ЭВМ.
4.	*Двухслойные факторизованные схемы.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с двухслойными экономичными факторизованными схемами, методом регуляризации построения схем нужного качества; рассмотреть условия устойчивости двухслойных схем и алгоритм реализации на ЭВМ.
5.	*Трехслойные факторизованные схемы.* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть метод построения трехслойных экономичных факторизованных схем, основанный на принципе регуляризации разностных схем; рассмотреть условия устойчивости Условия устойчивости трехслойных схем и алгоритм реализации на ЭВМ.
6.	*Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с краевыми условиями первого рода.* *Цель и задачи изучения темы* – раскрыть суть метода суммарной аппроксимации; показать, как проводится сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач; познакомить с локально-одномерными схемами (ЛОС) на примере уравнения теплопроводности в произвольной области; провести определение погрешности аппроксимации ЛОС; провести доказательство устойчивости и равномерной сходимости; рассмотреть алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
7.	*Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с краевыми условиями третьего рода.* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть локально-одномерную схему для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами краевыми условиями третьего рода; провести доказательство устойчивости и равномерной сходимости; рассмотреть алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
8.	*Локально-одномерная схема для многомерного нестационарного уравнения с дробной производной по пространственной переменной.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с дискретным аналогом дробной производной по пространственной переменной; построить ЛОС; провести оказательство устойчивости с помощью принципа максимума и сходимости ЛОС; рассмотреть алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
9.	*Начально-краевая задача для обобщенного уравнения диффузии в p -мерном параллелепипеде.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с дискретным аналогом дробной производной по переменной; построить ЛОС; провести доказательство устойчивости с помощью принципа максимума и сходимости ЛОС; рассмотреть алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
10.	*Обобщенное уравнение диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть обобщенное уравнение диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью; провести доказательство устойчивости решения; построить локально-одномерную схему; доказательство устойчивости ЛОС с помощью принципа максимума; рассмотреть вопрос сходимости.
11.	*Многокомпонентные векторные схемы расщепления для абстрактной задачи Коши.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с постановкой задачи абстрактной задачи Коши с линейным самосопряженным и положительно определенным

	оператором, действующим в гильбертовом пространстве; показать простейший способ построения векторной схемы, состоящий в сведении исходной задачи к системе однотипных подзадач.
12.	*Многокомпонентная разностная задача.* *Цель и задачи изучения темы* – раскрыть суть непрерывного аналога многокомпонентного метода как цепочки «одномерных» относительно неизвестной компоненты вектора-решения дифференциальных задач Коши.
13.	*Метод многокомпонентного векторного расщепления.* *Цель и задачи изучения темы* – раскрыть сущность метода многокомпонентного векторного расщепления; показать устойчивость по начальным данным и правой части; провести доказательство теоремы о корректной постановке задачи, полученной в результате перехода от скалярного решения абстрактной задачи Коши к вектору-решению и равенства компонент вектора-решения точному решению.
14.	*Разностные схемы решения нестационарных многомерных задач.* *Цель и задачи изучения темы* – показать использование системы однотипных подзадач, наряду с абстрактной задачей Коши, для построения разностных схем решения нестационарных многомерных задач (многомерного уравнения с граничными условиями первого рода); показать безусловную устойчивость и выбор решения многокомпонентной разностной схемы.
15.	*Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в неидеальной среде.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с волновым уравнением в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности, с системой однотипных подзадач; провести доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности; рассмотреть векторно-аддитивную схем и показать устойчивость.
16.	*Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в релаксирующих средах.* *Цель и задачи изучения темы* – ознакомить с волновым уравнением в релаксирующих средах и постановкой задачи, показать систему однотипных подзадач; провести доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи; рассмотреть векторно-аддитивную схему и ее устойчивость.
17.	*Векторные аддитивные схемы для модифицированного уравнения влагопереноса.* *Цель и задачи изучения темы* – рассмотреть модифицированное уравнение влагопереноса, постановку задачи и систему однотипных подзадач; провести доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для модифицированного уравнения влагопереноса; рассмотреть векторно-аддитивную схему и ее устойчивость.

Таблица 4. Практические занятия

№ п/п	Тема
1.	Метод переменных направлений. Схема Кранка – Николсона. Схема Писмена – Рэкфорда.
2.	Метод стабилизирующей поправки для параболических уравнений.
3.	Двухслойные факторизованные схемы.
4.	Трёхслойные факторизованные схемы.
5.	Локально-одномерные схемы третьей краевой задачи для уравнения теплопроводности в произвольной области.
6.	Метод суммарной аппроксимации для параболического уравнения с дробной

	производной по пространственной переменной.
7.	Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии в многомерной области.
8.	Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.
9.	Многокомпонентные векторные схемы расщепления для абстрактной задачи Коши.
10.	Многокомпонентная разностная задача. для дифференциальных задач Коши.
11.	Метод многокомпонентного векторного расщепления для абстрактной задачи Коши.
12.	Разностные схемы решения нестационарных многомерных задач с использованием системы однотипных подзадач.
13.	Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности с использованием системы однотипных подзадач.
14.	Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в релаксирующих средах с использованием системы однотипных подзадач.
15.	Векторные аддитивные схемы для модифицированного уравнения влагопереноса с использованием системы однотипных подзадач.

Таблица 5. Лабораторные работы

№ п/п	Тема
1.	Лабораторные работы не предусмотрены
2.	

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплин

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Расчетный вид схем Кранка – Николсона и Писмена – Рэкфорда, алгоритм реализации на ЭВМ.
2.	Расчетный вид схемы стабилизирующей поправки , алгоритм реализации на ЭВМ.
3.	Второй алгоритм построения двухслойных экономичных факторизованных схем, алгоритм реализации на ЭВМ.
4.	Алгоритм реализации на ЭВМ трёхслойных факторизованных схем.
5.	Приведение к расчетному виду ЛОС для многомерного нестационарного уравнения с краевыми условиями первого рода, алгоритм реализации на ЭВМ.
6.	Приведение к расчетному виду ЛОС для многомерного нестационарного уравнения с переменными коэффициентами с краевыми условиями третьего рода, алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
7.	Приведение к расчетному виду ЛОС для многомерного нестационарного уравнения с дробной производной по пространственной переменной, алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
8.	Приведение к расчетному виду ЛОС для начально-краевой задачи для обобщенного уравнения диффузии в p -мерном параллелепипеде, алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.

9.	Приведение к расчетному виду ЛОС для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области, алгоритм реализации ЛОС на ЭВМ.
10.	Подход к моделированию векторных схем, в основе которого принцип аддитивности.
11.	Устойчивость по начальным данным и правой части метода многокомпонентного векторного расщепления.
12.	Выбор решения многокомпонентной разностной схемы для нестационарных многомерных задач.
13.	Устойчивость векторно-аддитивной схемы для волнового уравнения в неидеальной среде.
14.	Устойчивость векторно-аддитивной схемы для волнового уравнения в релаксирующих средах.
15.	Устойчивость векторно-аддитивной схемы модифицированного уравнения влагопереноса.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики» являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.*

Контрольные мероприятия по дисциплине проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ. Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля

Текущий контроль знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных и практических, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины и включает: ответы на теоретические вопросы на практических занятиях, решение практических задач на занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности и качества выполнения задания.

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Аддитивные схемы для задач математической физики» (контролируемые компетенции УК-5, ПКС-1)

Тема 1. «Методы расщепления. Метод переменных направлений»

1. Может не аппроксимировать каждая из вспомогательных задач исходную задачу в случае неоднородной аппроксимации?
2. Какова основная идея методов расщепления?
3. В методах расщепления к чему сводится интегрирование исходного уравнения?
4. Каким образом схемы расщепления должны удовлетворять условиям аппроксимации?
5. Что считается основным показателем экономичности вычислительных алгоритмов?
6. Какая разностная схема аппроксимирует матричную однородную схему?
7. Какая схема называется схемой Кранка-Николсона?
8. Для каких интервалов записывается схема Кранка – Николсона?
9. Каким оператором является оператор А в схеме Кранка – Николсона?
10. Какая схема переменных направлений называется схемой Писмена – Рэкфорда?

Тема 2. «Метод стабилизирующей поправки»

1. Как еще называют метод стабилизирующей поправки?
2. Для областей каких форм применим метод стабилизирующей поправки решения уравнения теплопроводности?
3. Какие уравнения можно решить с помощью метода стабилизирующей поправки?
4. Какой порядок точности по временному шагу имеет метод стабилизирующей поправки?
5. Что можно сказать об устойчивости неявной схемы переменных направлений для уравнения теплопроводности?

Тема 3. «Трёхслойные факторизованные схемы»

1. Как записывается в каноническом виде двухслойная факторизованная схема?
2. Как можно записать двухслойную схему в индексной форме?
3. При каком условии экономична двухслойная факторизованная схема?
4. При каком условии операторы факторизованной схемы называются экономичными?
5. Какого вида оператор называется факторизованным?

Тема 4 «Метод суммарной аппроксимации»

1. На какой случай не допускает обобщения продольно-поперечная схема?

2. Для каких уравнений общего вида не допускает обобщения продольно-поперечная схема?

3. Для каких только областей применимы экономичные факторизованные схемы?

4. Для каких уравнений с какими коэффициентами применим метод суммарной аппроксимации?

5. Какой метод решения многомерных задач применим для решения квазилинейных нестационарных уравнений в случае произвольной области любого числа измерений?

Тема 5. «Метод суммарной аппроксимации для параболического уравнения с дробной производной по пространственной переменной»

1. Какой метод решения многомерных задач применим для решения параболического уравнения с дробной производной по пространственной переменной в случае произвольной области любого числа измерений?

2. С помощью какого метода проводится доказательство устойчивости локально-одномерной схемы для параболического уравнения с дробной производной по пространственной переменной?

3. Каковы условия сходимости локально-одномерной схемы для параболического уравнения с дробной производной по пространственной переменной?

Тема 6. «Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии в многомерной области»

1. Какой метод решения многомерных задач применим для решения обобщенного уравнения диффузии в случае произвольной области любого числа измерений?

2. С помощью какого метода проводится доказательство устойчивости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии?

3. Каковы условия сходимости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии?

Тема 7. «Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области»

1. Какой метод решения многомерных задач применим для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений?

2. С помощью какого метода проводится доказательство устойчивости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью?

3. Каковы условия сходимости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью?

Тема 8. «Многокомпонентное векторно-аддитивное расщепление многомерных задач»

1. В случае неоднородной аппроксимации должна каждая вспомогательная задача аппроксимировать исходную задачу?
2. Что представляют собой методы расщепления?
3. На какой идее основаны методы расщепления?
4. К чему сводится в методах расщепления интегрирование исходного уравнения?
5. Что можно сказать об условиях аппроксимации и устойчивости схем расщепления?

Тема 9. «Многокомпонентные векторно-аддитивные схемы для задачи Коши»

1. Как происходит аппроксимация решения задачи Коши в векторных моделях разностных схем?
2. Аппроксимирует ли решение исходной задачи Коши каждая конкретная компонента вектора в векторных моделях разностных схем?
3. Связаны ли векторно-аддитивные схемы для задачи Коши с известными методами суммарной аппроксимации?
4. Какая связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами?
5. Для каких областей возможно применение многокомпонентных векторных схем?

Тема 10. «Векторные аддитивные схемы для волновых уравнений»

1. Как происходит аппроксимация решения задачи для волнового уравнения в неидеальной среде в векторных моделях разностных схем?
2. Как происходит аппроксимация решения задачи для волнового уравнения в релаксирующих средах в векторных моделях разностных схем?
3. Как происходит аппроксимация решения задачи для модифицированного уравнения влагопереноса в векторных моделях разностных схем?
4. Аппроксимирует ли решение исходной задачи каждая конкретная компонента вектора в векторных моделях разностных схем?
5. Связаны ли векторно-аддитивные схемы с известными методами суммарной аппроксимации?
6. Какая связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами?
7. Для каких областей возможно применение многокомпонентных векторных схем?

Критерии формирования оценок (оценивания) по результатам устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять изучаемые методы при решении практических задач.

В результате *устного опроса* знания обучающегося оцениваются по шкале.

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции УК-5, ПКС-1)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

Тема: Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема)

1. Привести к расчетному виду и написать алгоритм решения схемы Дугласа – Рэкфорда:

$$\begin{cases} \dfrac{y^{j+\frac{1}{2}} - y^j}{\tau} = \Lambda_1 \, y^{j+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 \, y^j \ , \\ \dfrac{y^{j+1} - y^{j+\frac{1}{2}}}{\tau} = \Lambda_2 \left(y^{j+1} - y^j \right). \end{cases}$$

Составить программу реализации разностной схемы на ЭВМ, получить численные результаты.

2. Привести к расчетному виду и написать алгоритм решения схемы:

$$\begin{cases} \dfrac{y^{j+\frac{1}{2}} - y^j}{\tau} = \sigma_1 \, \Lambda_1 \, y^{j+\frac{1}{2}} + (1 - \sigma_1) \Lambda_1 \, y^j + \Lambda_2 \, y^j \, , \\ \dfrac{y^{j+1} - y^{j+\frac{1}{2}}}{\tau} = \sigma_2 \, \Lambda_2 \left(y^{j+1} - y^j \right). \end{cases}$$

Составить программу реализации разностной схемы на ЭВМ, получить численные результаты.

3. Для матричной эволюционной задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial t} + A\varphi = 0 \, , \\ \varphi = 0, \quad t = 0 \end{cases}$$

постройте схему переменных направлений. Постройте неявную схему переменных направлений в случае $A = A_1 + A_2 + A_3$.

4. Исключите в схеме Писмена – Рэкфорда значение функции на дробном слое и получите схему:

$$\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} + A\left(\frac{\varphi^{j+1} + \varphi^j}{2} \right) + \frac{\tau^2}{4} A_1 A_2 \left(\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{\tau} \right) = 0 \, .$$

5. Построить продольно-поперечную схему решения первой краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности.

6. Привести к расчетному виду продольно-поперечную схему решения первой краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода.

7. Построить алгоритм решения продольно-поперечной схемы решения первой краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности с краевыми условиями первого рода.

8. Привести разностную схему

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+1/3} - \varphi^j}{\tau} + A_1 \, \varphi^{j+1/3} + A_2 \, \varphi^j + A_3 \, \varphi^j = 0 \, , \\ \dfrac{\varphi^{j+2/3} - \varphi^{j+1/3}}{\tau} + A_2 \left(\varphi^{j+2/3} - \varphi^j \right) = 0 \, , \\ \dfrac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+2/3}}{\tau} + A_3 \left(\varphi^{j+1} - \varphi^j \right) = 0 \, , \quad j = 0, 1, 2, \dots, \end{cases}$$

$$\varphi^0 = g$$

к расчетному виду и написать алгоритм её решения.

9. Привести разностную схему

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+1/n}-\varphi^{j}}{\tau}+\Lambda_1\left(\varphi^{j+1/n}-\varphi^{j}\right)+\Lambda\varphi^{j}=F^{j}, \\ \dfrac{\varphi^{j+2/n}-\varphi^{j+1/n}}{\tau}+\Lambda_2\left(\varphi^{j+2/n}-\varphi^{j}\right)=0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j+(n-1)/n}}{\tau}+\Lambda_n\left(\varphi^{j+1}-\varphi^{j}\right)=0. \end{cases}$$

$$\varphi^0 = g$$

к расчетному виду и написать алгоритм её решения.

10. Приведите схему Дукласа – Рэкфорда к каноническому виду.

Тема: Метод стабилизирующей поправки

1. Привести разностную схему

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+1/3}-\varphi^{j}}{\tau}+A_1\,\varphi^{j+1/3}+A_2\,\varphi^{j}+A_3\,\varphi^{j}=0, \\ \dfrac{\varphi^{j+2/3}-\varphi^{j+1/3}}{\tau}+A_2\left(\varphi^{j+2/3}-\varphi^{j}\right)=0, \\ \dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j+2/3}}{\tau}+A_3\left(\varphi^{j+1}-\varphi^{j}\right)=0,\ \ j=0,1,2,..., \end{cases}$$

$$\varphi^0 = g$$

к расчетному виду.

2. Подобрать тестовый пример для численной реализации уравнения теплопроводности с краевыми условиями первого рода с помощью схемы из задания 1.

3. Написать алгоритм реализации разностной схемы на ЭВМ для уравнения теплопроводности с краевыми условиями первого рода с помощью схемы из задания 1.

4. Составить программу реализации на ЭВМ схемы для уравнения теплопроводности с краевыми условиями первого рода. Провести анализ численных результатов.

5. Подобрать тестовый пример для численной реализации уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода с помощью схемы из задания 1.

6. Написать алгоритм реализации разностной схемы на ЭВМ для уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода с помощью схемы из задания 1.

7. Составить программу реализации на ЭВМ схемы для уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода.

8. Провести анализ численных результатов.

9. Привести разностную схему

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+1/n} - \varphi^{j}}{\tau} + \Lambda_1\left(\varphi^{j+1/n} - \varphi^{j}\right) + \Lambda\varphi^{j} = F^{j}, \\ \dfrac{\varphi^{j+2/n} - \varphi^{j+1/n}}{\tau} + \Lambda_2\left(\varphi^{j+2/n} - \varphi^{j}\right) = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+(n-1)/n}}{\tau} + \Lambda_n\left(\varphi^{j+1} - \varphi^{j}\right) = 0. \end{cases}$$

$$\varphi^0 = g$$

к расчетному виду.

10. Написать алгоритм реализации на ЭВМ разностной схемы из задания 9.

Тема: Экономичные факторизованные схемы

1. Привести к факторизованному виду и показать устойчивость схемы Дугласа – Рэкфорда:

$$\begin{cases} \dfrac{y^{j+\frac{1}{2}} - y^{j}}{\tau} = \Lambda_1 y^{j+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y^{j}, \\ \dfrac{y^{j+1} - y^{j+\frac{1}{2}}}{\tau} = \Lambda_2\left(y^{j+1} - y^{j}\right). \end{cases}$$

2. Привести к факторизованному виду и показать устойчивость схемы:

$$\begin{cases} \dfrac{y^{j+\frac{1}{2}} - y^{j}}{\tau} = \sigma_1 \Lambda_1 y^{j+\frac{1}{2}} + (1-\sigma_1)\Lambda_1 y^{j} + \Lambda_2 y^{j}, \\ \dfrac{y^{j+1} - y^{j+\frac{1}{2}}}{\tau} = \sigma_2 \Lambda_2\left(y^{j+1} - y^{j}\right). \end{cases}$$

3. Приведите каноническую двухслойную схему

$By_t + Ay = \varphi,\ 0 \le t = j\tau < t_0,\ j = 0,1,...\quad y(0) = y_0$ к индексной форме. Составьте алгоритм решения.

4. Какой схеме переменных направлений эквивалентны факторизованные схемы с оператором

$$B = B_1 B_2, \quad B_\alpha = E + \tau R_\alpha, \quad R_1 y = \sum_{\alpha=1}^{p} \frac{y_{\bar{x}_\alpha}}{h_\alpha}, \quad R_2 y = \sum_{\alpha=1}^{p} \frac{y_{x_\alpha}}{h_\alpha}.$$

5. Покажите, что операторы $R_1 y = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} \dfrac{y_{\bar{x}_\alpha}}{h_\alpha}, \quad R_2 y = \sum\limits_{\alpha=1}^{p} \dfrac{y_{x_\alpha}}{h_\alpha}$ сопряжены друг другу, но не являются самосопряженными.

6. Приведите схему Кранка – Николсона

$$y_t = \frac{1}{2}\wedge\left(\hat{y} + y\right) + \varphi, \quad \wedge = \wedge_1 + \wedge_2, \quad \wedge_\alpha\, y = y_{\bar{x}_\alpha x_\alpha}$$

к каноническому виду $(E - 0{,}5\tau\wedge)y_{\bar{t}} - \wedge y = \varphi$.

7. Покажите, что добавление выражения $\frac{\tau^2}{4}\wedge_1\wedge_2$ при факторизации схемы Кранка – Николсона (если не нарушать устойчивость) будет способствовать достижению точности порядка $O\left(h^2+\tau^2\right)$.

8. Покажите, что задаче

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\left(L_1+L_2\right)u+f,\quad u\Big|_{\Gamma}=\mu(x,t),\quad u(x,0)=u_0(x),\quad L_\alpha u=\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2}$$

соответствует факторизованная схема $B_1B_2y_t=\wedge y+\varphi,\ y^j\Big|_{\gamma_h}=\mu^j,\ y^0=u_0(x)$, в которой операторы имеют вид $B_\alpha=E-\sigma\tau\wedge_\alpha,\quad \wedge=\wedge_1+\wedge_2,\quad \alpha=1{,}2$.

9. Покажите, что задача $B_1B_2y_t=\wedge y+\varphi,\ y^j\Big|_{\gamma_h}=\mu^j,\ y^0=u(x)$ эквивалентна схеме

$$\begin{cases}B_1y_{(1)}=F^j, & F^j=\left(B_1B_2+\tau\wedge\right)y^j+\tau\varphi^j\\ B_2y^{j+1}=y_{(1)}, & y^{j+1}\Big|_{\gamma_h}=\mu^{j+1}\end{cases}$$

если $y_{(1)}=\mu^{j+1}-\sigma\tau\wedge_2\mu^{j+1},\ x_1=0,l_1$.

10. Приведите трёхслойную каноническую схему $By_{\overset{\circ}{t}}+\tau^2Ry_{\bar{t}t}+Ay=\varphi$ к индексной форме $\left(B+2\tau R\right)y^{j+1}=2\tau\left(2R-A\right)y^j+\left(B-2\tau R\right)y^{j-1}+2\tau\varphi^j$.

Тема: Метод суммарной аппроксимации

1. Локально-однородную схему

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\Lambda_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}},\quad \alpha=1,\ 2,\ ...,\ p,\quad x\in\omega_h\ ,$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}}=\mu^{j+\frac{\alpha}{p}},\qquad x\in\gamma_{h,\alpha},\quad j=0,1,\ ...,\ j_0,\quad \alpha=\overline{1,p}\,,$$

$$y(x,\ 0)=u_0(x)$$

привести к расчетному виду. Построить алгоритм ее решения.

2. Покажите, что для задачи Коши

$$\frac{du}{dt}+au=0,\quad u(0)=u_0,\quad t>0$$

каждая из промежуточных схем

$$\frac{\bar{y}-y}{\tau}+a_1y=0,$$

$$\frac{\hat{y}-\bar{y}}{\tau}+a_2\bar{y}=0,\quad j=0,1,...;\quad y^0=u_0,\quad a_1+a_2=a$$

не обладает аппроксимацией, а она достигается суммарно.

3. При каком значении параметра σ_α схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\wedge_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+\left(1-\sigma_\alpha\right)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

будет явной и в каком – неявной?

4. Составьте алгоритм решения явной схемы для

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\wedge_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}.$$

5. Составьте алгоритм решения неявной схемы для

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\wedge_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}.$$

6. При каком значении σ_α схема покомпонентного расщепления

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{2}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{2}}}{\tau}=A^{(\alpha)}\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{2}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{2}}\right)+\varphi_\alpha^j,\ \ \alpha=1,2,\ \ j=0,1,...$$

будет безусловно устойчивой?

7. Неявную схему $\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\wedge_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$ приведите к виду

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}-C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}+B_{i_\alpha} y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}=-F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}}=\mu^{j+\frac{\alpha}{p}},\quad x\in\gamma_{h_\alpha},\quad \alpha=\overline{1,p}.$$

8. Приведите разностную схему

$$\frac{\bar{y}-y}{\tau}+a_1 y=0,$$

$$\frac{\hat{y}-\bar{y}}{\tau}+a_2\bar{y}=0,\quad j=0,1,...;\quad y^0=u_0,\quad a_1+a_2=a$$

к расчетному виду.

9. Составьте алгоритм реализации разностной схемы на ЭВМ:

$$\frac{\bar{y}-y}{\tau}+a_1 y=0,$$

$$\frac{\hat{y}-\bar{y}}{\tau}+a_2\bar{y}=0,\quad j=0,1,...;\quad y^0=u_0,\quad a_1+a_2=a.$$

10. Привести к расчетному виду локально-одномерную схему из первого задания в случае краевых условий третьего рода. Построить алгоритм реализации схемы.

Тема: «Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии в многомерной области»

1. Привести к расчетному виду локально-одномерную схему для решения обобщенного уравнения диффузии в случае произвольной области любого числа измерений.

2. Составить алгоритм реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с краевыми условиями первого рода в случае произвольной области любого числа измерений.

3. Составить алгоритм реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с краевыми условиями третьего рода в случае произвольной области любого числа измерений.

4. Подобрать тестовый пример, составить программу реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с краевыми условиями первого рода в случае двумерной области. Провести анализ численных результатов.

5. Подобрать тестовый пример, составить программу реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с краевыми условиями третьего рода в случае двумерной области. Провести анализ численных результатов.

6. Составить задачу для погрешности локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии в случае произвольной области любого числа измерений.

7. Определить погрешность аппроксимации локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с условиями первого рода в случае произвольной области любого числа измерений.

8. Привести к каноническому виду локально-одномерную схему и проверить выполнение условий на коэффициенты для применения принципа максимума для обобщенного уравнения диффузии с условиями первого рода.

9. Определить при каком условии на шаг по временной переменной имеет место устойчивость локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с условиями первого рода в случае произвольной области любого числа измерений.

10. Определить скорость сходимости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии в случае произвольной области любого числа измерений.

Тема: «Метод суммарной аппроксимации для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области»

1. Привести к расчетному виду локально-одномерную схему для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

2. Составить алгоритм реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

3. Подобрать тестовый пример для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае двумерной области.

4. Составить программу реализации на ЭВМ локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае двумерной области.

5. Провести анализ численных результатов.

6. Составить задачу для погрешности локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

7. Определить погрешность аппроксимации локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

8. Привести к каноническому виду локально-одномерную схему и проверить

выполнение условий на коэффициенты для применения принципа максимума для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью.

9. Определить при каком условии на шаг по временной переменной имеет место устойчивость локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

10. Определить скорость сходимости локально-одномерной схемы для решения обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в случае произвольной области любого числа измерений.

Тема: Многокомпонентные векторные схемы расщепления для абстрактной задачи Коши

1. Покажите, как происходит аппроксимация решения задачи Коши в векторных моделях разностных схем.
2. Определите погрешность аппроксимации векторно-аддитивной схемы решения задачи Коши.
3. Покажите, как происходит аппроксимация каждой компонентой вектора решения векторно-аддитивной схемы решения задачи Коши.
4. Покажите связь векторно-аддитивных схем для задачи Коши с методами суммарной аппроксимации.
5. Покажите связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами.
6. Приведите многокомпонентную векторную схему расщепления для абстрактной задачи Коши к расчетному виду.
7. Составить алгоритм реализации многокомпонентной векторной схемы расщепления для абстрактной задачи Коши.
8. Подберите тестовый пример абстрактной задачи Коши для ее численной реализации.
9. Напишите программу реализации на ЭВМ многокомпонентной векторной схемы расщепления для тестового примера абстрактной задачи Коши.
10. Проведите анализ полученных численных результатов.

Тема: Разностные схемы решения нестационарных многомерных задач

1. Покажите, как используются системы однотипных подзадач для построения разностных схем решения нестационарных многомерных уравнений с граничными условиями первого рода.
2. Покажите безусловную устойчивость многокомпонентной разностной схемы.
3. Покажите выбор решения многокомпонентной разностной схемы.
4. Определите погрешность аппроксимации векторно-аддитивной схемы решения первой краевой задачи многомерного нестационарного уравнения.
5. Приведите многокомпонентную векторную схему расщепления для многомерного нестационарного уравнения с граничными условиями первого рода к расчетному виду.
6. Составить алгоритм реализации многокомпонентного векторного расщепления для многомерного нестационарного уравнения с граничными условиями первого рода.
7. Подберите тестовый пример для многомерного нестационарного уравнения с граничными условиями первого рода для его численной реализации.
8. Напишите программу реализации на ЭВМ многокомпонентной векторной схемы расщепления для тестового примера нестационарного уравнения с граничными условиями первого рода.

9. Проведите анализ полученных численных результатов.

10. Покажите, что система $\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + A_\alpha^* v_{(\alpha)} = F_\alpha + f(t), \quad t^n \le t \le t^{n+1}, \quad \alpha = \overline{1,2p}$, выражает непрерывный аналог векторно-аддитивного метода.

Тема: Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в неидеальной среде

1. Покажите, как происходит аппроксимация решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности в векторных моделях разностных схем.
2. Определите погрешность аппроксимации векторно-аддитивной схемы решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности.
3. Покажите, как происходит аппроксимация каждой компонентой вектора решения векторно-аддитивной схемы решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности.
4. Покажите связь векторно-аддитивных схем для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности с методами суммарной аппроксимации.
5. Покажите связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами.
6. Приведите многокомпонентную векторную схему расщепления для решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности к расчетному виду.
7. Составить алгоритм реализации многокомпонентной векторной схемы расщепления для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности.
8. Подберите тестовый пример решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности для его численной реализации.
9. Напишите программу реализации на ЭВМ многокомпонентной векторной схемы расщепления для тестового примера решения волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности.
10. Проведите анализ полученных численных результатов.

Тема: Векторные аддитивные схемы для волнового уравнения в релаксирующих средах

1. Покажите, как происходит аппроксимация решения волнового уравнения в релаксирующих средах в векторных моделях разностных схем.
2. Определите погрешность аппроксимации векторно-аддитивной схемы решения волнового уравнения в релаксирующих средах.
3. Покажите, как происходит аппроксимация каждой компонентой вектора решения векторно-аддитивной схемы решения волнового уравнения в релаксирующих средах.
4. Покажите связь векторно-аддитивных схем для волнового уравнения в релаксирующих средах с методами суммарной аппроксимации.
5. Покажите связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами.
6. Приведите многокомпонентную векторную схему расщепления для решения волнового уравнения в релаксирующих средах к расчетному виду.
7. Составить алгоритм реализации многокомпонентной векторной схемы расщепления для волнового уравнения в релаксирующих средах.
8. Подберите тестовый пример решения волнового уравнения в релаксирующих средах для его численной реализации.

9. Напишите программу реализации на ЭВМ многокомпонентной векторной схемы расщепления для тестового примера решения волнового уравнения в релаксирующих средах.
10. Проведите анализ полученных численных результатов.

Тема: Векторные аддитивные схемы для модифицированного уравнения влагопереноса.

1. Покажите, как происходит аппроксимация решения модифицированного уравнения влагопереноса в векторных моделях разностных схем.
2. Определите погрешность аппроксимации векторно-аддитивной схемы решения модифицированного уравнения влагопереноса.
3. Покажите, как происходит аппроксимация каждой компонентой вектора решения векторно-аддитивной схемы решения модифицированного уравнения влагопереноса.
4. Покажите связь векторно-аддитивных схем для модифицированного уравнения влагопереноса с методами суммарной аппроксимации.
5. Покажите связь векторно-аддитивных схем с локально-одномерными методами.
6. Приведите многокомпонентную векторную схему расщепления для решения модифицированного уравнения влагопереноса к расчетному виду.
7. Составить алгоритм реализации многокомпонентной векторной схемы расщепления для модифицированного уравнения влагопереноса.
8. Подберите тестовый пример решения модифицированного уравнения влагопереноса для его численной реализации.
9. Напишите программу реализации на ЭВМ многокомпонентной векторной схемы расщепления для тестового примера решения модифицированного уравнения влагопереноса.
10. Проведите анализ полученных численных результатов.

Методические рекомендации по решению задач

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач численными методами, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

Критерии формирования оценок для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи)

Самостоятельное выполнение заданий на практических занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Количество	**Критерии оценивания**

баллов	
5	Обучающийся - показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач; - знает все формулы, применяемые методы и их точность; - может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.
4	Обучающийся - даёт ответ, удовлетворяющий требованиям; - твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач; - сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

Рубежный контроль проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику.*

Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на практических занятиях.

Выполняемые работы хранятся на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляются в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия выносится программный материал (разделы) по дисциплине.

Проведение балльно-рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов) (контролируемые компетенции УК-5, ПКС-1)

Типовые варианты контрольных работ

Вариант 1.

Задание 1.

1. *Отметьте правильный ответ:* матричную однородную задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial t} + A\varphi = 0, \\ \varphi = g \quad при \quad t = 0 \end{cases}$$

аппроксимирует разностная схема

☑ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau} + A\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2} = 0, \quad \varphi^0 = g$ ☐ $\dfrac{\varphi^{j}-\varphi^{j-1}}{\tau} + A\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{2} = 0, \quad \varphi^0 = g$

☐ $\dfrac{\varphi^{j-1}+\varphi^{j+1}}{2\tau} + A\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2} = 0, \quad \varphi^0 = g$ ☐ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau} - A\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{2} = 0, \quad \varphi^0 = g$

2. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+\frac{1}{2}}-\varphi^{j}}{\tau/2} + A\varphi^{j} = 0 \\ \dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j+\frac{1}{2}}}{\tau/2} + A\varphi^{j+1} = 0 \end{cases}$$

есть схема Кранка – Николсона, записанная для интервалов

☑ $t_j \le t \le t_{j+\frac{1}{2}}, \quad t_{j+\frac{1}{2}} \le t \le t_{j+1}$ ☐ $t_{j-1} \le t \le t_{j-\frac{1}{2}}, \quad t_{j-\frac{1}{2}} \le t \le t_j$

☐ $t_j < t < t_{j+\frac{1}{2}}, \quad t_{j+\frac{1}{2}} < t < t_{j+1}$ ☐ $t_{j-\frac{1}{2}} \le t \le t_j, \quad t_j \le t \le t_{j+\frac{1}{2}}$

3. *Отметьте правильный ответ:* схема метода переменных направлений для задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial t} + A\varphi = 0, \\ \varphi = g \quad при \quad t = 0 \end{cases}$$

имеет вид

☑ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau} + A\left(\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2}\right) + \dfrac{\tau^2}{4}A_1A_2\left(\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau}\right) = 0$ ☐ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau} - A\left(\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2}\right) = 0$

☐ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j-1}}{\tau} + A\left(\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2}\right) = 0$ ☐ $\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{2\tau} + A\left(\dfrac{\varphi^{j+1}+\varphi^{j}}{2}\right) + \dfrac{\tau^2}{4}A_1A_2\left(\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau}\right) = 0$

4. *Дополните:* поскольку схема Писмена – Рэкфорда реализуется методом прогонки, ее еще называют схемой ... - ... прогонки.

Правильный вариант ответа: продольно-поперечной.

5. *Отметьте правильный ответ:* схема Кранка – Николсона имеет порядок точности по τ

☑ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Задание 2.

1. *Отметьте правильный ответ:* схема Писмена – Рэкфорда имеет точность по τ порядка

☑ 2 ☐ 1 ☐ 3 ☐ 4

2. *Дополните:* схема метода переменных направлений непригодна для ... параболической задачи.

Правильный вариант ответа: трёхмерной.

3. *Дополните:* сетка $\overline{\omega}_h$ для двумерной задачи представляется как совокупность узлов, расположенных на строках или на ###.

Правильные варианты ответа: столбцах.

4. *Дополните:* основная идея экономичных методов состоит в сведении перехода со ### на ### к последовательному решению одномерных задач вида

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$
$$A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i.$$

Правильный вариант ответа: слоя; слой.

5. *Отметьте правильный ответ:* по схеме переменных направлений вдоль строк и вдоль столбцов решаются одномерные уравнения

☑ $\begin{cases} A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i, \end{cases}$

☐ $\begin{cases} A_i y_{i-1/2} - C_i y_i + B_i y_{i+1/2} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i, \end{cases}$

☐ $\begin{cases} A_{i-1} y_{i-1} - C_i y_i + B_{i+1} y_{i+1} = -F_{i+1}, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_{i-1} = B_{i+1} > 0,\quad C_i \ge A_{i-1} + B_{i+1}, \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i < 0,\ B_i < 0,\ C_i \le A_i + B_i. \end{cases}$

Задание 3.

1. *Установите соответствие*

$\overline{y}_{i_1 i_2}$	$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1 h_1, i_2 h_2)$
$\overline{y}_{i_1-1, i_2}$	$y^{n+\frac{1}{2}}((i_1-1)h_1, i_2 h_2)$
$\widehat{y}_{i_1, i_2+1}$	$y^{n+1}(i_1 h_1, (i_2+1)h_2)$
$\widehat{y}_{i_1 i_2}$	$y^{n+1}(i_1 h_1, i_2 h_2)$
	$y^{n+1}((i_1-1)h_1, i_2 h_2)$
	$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1 h_1, (i_2+1)h_2)$

2. *Отметьте правильный ответ:* в схеме Кранка – Николсона оператор $\Lambda_1 \overline{y}$ имеет вид

☑ $\dfrac{1}{h_1^2}\left(y_{i_1+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2y_{i_1}^{n+\frac{1}{2}} + y_{i_1-1}^{n+\frac{1}{2}}\right)$, ☐ $\dfrac{1}{h_1^2}\left(y_{i_1+1}^{n+1} - 2y_{i_1}^{n+1} + y_{i_1-1}^{n+1}\right)$,

☐ $\dfrac{1}{2h_1}\left(y_{i_1+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2y_{i_1}^{n+\frac{1}{2}} + y_{i_1-1}^{n+\frac{1}{2}}\right)$, ☐ $\dfrac{1}{h_1^2}\left(y_{i_1+1}^{n+\frac{1}{2}} + 2y_{i_1}^{n+\frac{1}{2}} + y_{i_1-1}^{n+\frac{1}{2}}\right)$.

3. *Установите соответствие*

$\Lambda_1 y$ $\qquad O(h_1^2)$

$\Lambda_2 y$	$O\left(h_2^2\right)$
y_t	$O(\tau)$
y_{x_1}	$O\left(\tau^2\right)$
$y_{\overset{o}{t}}$	$O(h_1)$
	$O(2h_1)$
	$O(h_2)$

4. *Отметьте правильный ответ:* схема Кранка – Николсона в канонической форме имеет вид

☑ $(E-0{,}5\tau\Lambda_1)(E-0{,}5\tau\Lambda_2)y_t=\Lambda y+\varphi$ ☐ $(E+0{,}5\tau\Lambda_1)(E+0{,}5\tau\Lambda_2)y_t=\Lambda y+\varphi$

☐ $(E+\tau\Lambda_1)(E+\tau\Lambda_2)y_t=\Lambda y+\varphi$ ☐ $(E-\tau\Lambda_1)(E-\tau\Lambda_2)y_t=\Lambda y+\varphi$

5. *Отметьте правильный ответ:* с помощью схемы Кранка – Николсона можно решить задачу для

☑ двумерного параболического уравнения ☐ трёхмерного параболического уравнения

☐ одномерного параболического уравнения ☐ двумерного волнового уравнения.

Вариант 2.

Задание 1.

1. *Отметьте правильный ответ:* запись

$$\sum_{i_1=1}^{N_1-1}\sum_{i_2=1}^{N_2-1} y(i_1h_1,\, i_2h_2)v(i_1h_1,\, i_2h_2)h_1h_2$$

определяет

☑ скалярное произведение в пространстве сеточных функций

☐ норму в пространстве сеточных функций

☐ метрику в пространстве сеточных функций

☐ разностный оператор в пространстве сеточных функций.

2. *Отметьте правильный ответ:* задача для погрешности разностной схемы

$$\begin{cases} By_t-\Lambda\, y=\varphi, \\ y(x,0)=u_0, \quad y\big|_{\gamma_h}=0 \end{cases}$$

имеет вид

☑ $Bz_t=\Lambda z+\psi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$ ☐ $Bz_t=\Lambda z, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$

☐ $By_t-Ay=\varphi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$ ☐ $Bz_t=\Lambda z+\psi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=u_0$

3. *Отметьте правильный ответ:* норма в энергетическом пространстве H_A для оператора $A=-\Lambda=-(\Lambda_1+\Lambda_2)$ имеет вид

☑ $\|y\|_A^2=\|y_{\bar{x}_1}\|_1^2+\|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$ ☐ $\|y\|_A^2=\|y_{\bar{x}_1}\|_1^2-\|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$

☐ $\|y\|_A=\|y_{\bar{x}_1}\|_1+\|y_{\bar{x}_2}\|_2$ ☐ $\|y\|_A=\dfrac{1}{2}\left(\|y_{\bar{x}_1}\|_1+\|y_{\bar{x}_2}\|_2\right)$

4. *Отметьте правильный ответ:* в разностной схеме

$$\begin{cases} By_t+Ay=\varphi, \\ y(0)=u_0 \end{cases}$$

метода переменных направлений оператор B имеет вид

☑ $B=(E+0{,}5\tau A_1)(E+0{,}5\tau A_2)$ ☐ $B=(E-0{,}5\tau A_1)(E-0{,}5\tau A_2)$

☐ $B=(E+\tau A_1)(E+\tau A_2)$ ☐ $B=(E-\tau A_1)(E-\tau A_2)$

5. *Отметьте правильный ответ:* в разностной схеме переменных направлений операторы $A_\alpha=-\Lambda_\alpha,\ \alpha=1,2,$ являются

☑ самосопряженными, положительными и перестановочными

☐ отрицательными и перестановочными

☐ отрицательными и самосопряженными

☐ положительными и неперестановочными

Задание 2.

1. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$$\begin{cases} B\,y_t + Ay = \varphi, \\ y(0)=u_0 \end{cases}$$

с оператором $B=(E+0{,}5\tau A_1)(E+0{,}5\tau A_2)$ устойчива, если

☑ $B>E+0{,}5\tau A$ ☐ $B\ge E-0{,}5\tau A$ ☐ $B<E+0{,}5\tau A$ ☐ $B\le E-0{,}5\tau A$

2. *Отметьте правильный ответ:* для решения разностной схемы

$$\begin{cases} (E-0{,}5\tau\Lambda_1)(E-0{,}5\tau\Lambda_2)y_t=\Lambda y+\varphi, \\ y(x,0)=u_0(x), \quad y\big|_{\gamma_h}=0 \end{cases}$$

имеет место априорная оценка

☑ $\|\,y(t+\tau)\|_A \le \|\,y(0)\|_A + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\sum\limits_{t'=0}^{t}\tau\,\|\,\varphi(t')\|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\|\,y(t+\tau)\|_A \le \|\,y(0)\|_A + \dfrac{\tau}{\sqrt{2}}\|\,\varphi(t)\|$

☐ $\|\,y(t+\tau)\|_A \ge \|\,y(0)\|_A + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\sum\limits_{t'=0}^{t}\tau\,\|\,\varphi(t')\|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\|\,y(t+\tau)\|_A \ge \|\,y(0)\|_A + \dfrac{\tau}{\sqrt{2}}\|\,\varphi(t)\|$

3. *Отметьте правильный ответ:* дифференциальный оператор

$$L_\alpha u=\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right),\ k_\alpha>0$$

аппроксимирует разностный оператор

☑ $\Lambda_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)\,y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha},\quad a_\alpha=k_\alpha^{\left(-\frac{1}{2}\alpha\right)}$ ☐ $\Lambda_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)\,y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha},\quad a_\alpha=k_\alpha$

☐ $\Lambda_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)\,y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{\bar{x}_\alpha},\quad a_\alpha=\dfrac{1}{2}\left(k_\alpha+k_\alpha^{(-l_\alpha)}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)\,y_{x_\alpha}\right)_{x_\alpha},\quad a_\alpha=k_\alpha$

4. *Дополните:* метод стабилизирующей поправки называют еще ... схемами переменных направлений.

Правильный вариант ответа: неявными.

5. *Отметьте правильный ответ:* схема метода стабилизирующей поправки

$$\frac{\varphi^{j+\frac{1}{3}}-\varphi^j}{\tau}+A_1\varphi^{j+\frac{1}{3}}+A_2\varphi^j+A_3\varphi^j=0,$$

$$\frac{\varphi^{j+\frac{2}{3}}-\varphi^{j+\frac{1}{3}}}{\tau}+A_2\left(\varphi^{j+\frac{2}{3}}-\varphi^j\right)=0,$$

$$\frac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j+\frac{2}{3}}}{\tau}+A_3\left(\varphi^{j+1}-\varphi^{j}\right)=0,\quad \varphi^0=g,\quad j=0,1,2,...$$

применима для задачи

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}+A\varphi=0,\\ \varphi=g\ \ при\ \ t=0\end{cases}$$

с оператором

☑ $A=A_1+A_2+A_3$ ☐ $A=A_1\cdot A_2\cdot A_3$ ☐ $A=A_1\cdot A_2+A_2\cdot A_1$ ☐ $A=A_1+A_2+A_3+A_4$

Задание 3.

1. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau}+A\varphi^{j+1}+\varepsilon^2\left(A_1A_2+A_1A_3+A_2A_3\right)\left(\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau}\right)+\tau^3A_1A_2A_3\left(\dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j}}{\tau}\right)=0$ получается

при исключении в неявной схеме переменных направлений значений

☑ $\varphi^{j+\frac{1}{3}},\ \varphi^{j+\frac{2}{3}}$ ☐ $\varphi^{j+\frac{1}{2}}$ ☐ $\varphi^{j-\frac{1}{2}},\ \varphi^{j+\frac{1}{2}}$ ☐ φ^{j+2}

2. *Дополните:* второй и третий шаги в неявной схеме переменных направлений служат цели улучшения ...

Правильный вариант ответа: устойчивости.

3. *Отметьте правильный ответ:* поправочными шагами в неявной схеме переменных направлений служат

☑ II и III дробные шаги ☐ I дробный шаг ☐ III дробный шаг ☐ I, II дробные шаги

4. *Дополните:* схемы стабилизирующей поправки еще называют схемами с поправкой на ...

Правильный вариант ответа: устойчивость.

5. *Дополните:* разностная схема на ω_τ по переменной t может не иметь локальной аппроксимации, она достигается при суммировании невязок по нескольким временным ###.

Правильный вариант ответа: слоям.

Вариант 3.

Задание 1.

1. *Дополните:* в уравнении $P_\alpha u=\dfrac{1}{p}\dfrac{\partial u}{\partial t}-L_\alpha u-f_\alpha$ функции $f_\alpha,\ \alpha=\overline{1,p}$, обладают той же ###, что и функция $f(x,t)$.

Правильный вариант ответа: гладкостью.

2. *Отметьте правильный ответ:* при решении p-мерной задачи вводятся дробные слои

☑ $t_{j+\frac{\alpha}{p}}=t_j+\dfrac{\alpha\tau}{p},\quad \alpha=1,2,...,p-1$ ☐ $t_{j+\frac{\alpha}{2}}=t_j+\dfrac{\alpha\tau}{p},\quad \alpha=\overline{1,p-1}$

☐ $t_{j+\frac{1}{2}}=t_j+\dfrac{\tau}{2},\quad j=0,1,...$ ☐ $t_j+\dfrac{\alpha-1}{p}=t_j+\dfrac{\alpha\tau}{p}$

3. *Отметьте правильный ответ:* при построении аддитивной схемы для p-мерного уравнения теплопроводности для $P_\alpha v_{(\alpha)}=0$ полагают

☑ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x),\ v_{(\alpha)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)=v_{(\alpha-1)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right),\ \alpha=\overline{2,p}$

☐ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x),\ v_{(\alpha)}(x,t_j)=v_{(\alpha-1)}(x,t_j)$

☐ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x),\ v_{(0)}(x,t_j)=v_{(1)}(x,t_j)$

☐ $v_{(\alpha)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)=v_{(\alpha)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha}{p}}\right),\ \alpha=\overline{2,p}$

4. Дополните: разностная схема

$\Pi_\alpha y_{(\alpha)}=0,\ \alpha=\overline{1,p}$ ### уравнение $P_\alpha v_{(\alpha)}=0,\ \alpha=\overline{1,p}$ в обычном смысле.

Правильный вариант ответа: аппроксимирует.

5. *Отметьте правильный ответ:* суммарная аппроксимация для $P_\alpha v_{(\alpha)}=0,\ \alpha=\overline{1,p}$ гарантируется выполнением условий

☑ $L=L_1+L_2+...+L_p,\quad f=f_1+f_2+...+f_p$

☐ $L=L_1\cdot L_2\cdot...\cdot L_p,\quad f=f_1+f_2+...+f_p$

☐ $f=f_1\cdot f_2\cdot...\cdot f_p,\quad L=\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha$

☐ $L=\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha,\quad f=\prod_{\alpha=1}^{p}f_\alpha$

Задание 2.

1. *Дополните:* если L_α содержит производные лишь по x_α, то такой оператор называется ###.

Правильный вариант ответа: одномерным.

2. *Отметьте правильный ответ:* условия $L=\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha,\ f=\sum_{\alpha=1}^{p}f_\alpha$ можно ослабить, положив

☑ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha u=O(\tau),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p}f_\alpha=O(\tau)$ ☐ $Lu-L_\alpha u=O(\tau),\quad f-f_\alpha=O(\tau)$

☐ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha u=O(h),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p}f_\alpha=O(h)$ ☐ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha u=O(\tau^2),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p}f_\alpha=O(\tau^2)$

3. *Отметьте правильный ответ:* разностный оператор

$$\Lambda_\alpha y=y_{\bar{x}_\alpha\hat{x}_\alpha}=\frac{1}{h_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h_\alpha}-\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h_\alpha^*}\right)$$

в нерегулярных узлах x соответствует случаю

☑ $\left|x-x^{(-1_\alpha)}\right|=h_\alpha^*<h_\alpha$ ☐ $\left|x-x^{(+1_\alpha)}\right|=h_\alpha=h_\alpha^*$

☐ $\left|x-x^{(-1_\alpha)}\right|=h_\alpha^*>h_\alpha$ ☐ $\left|x-x^{(+1_\alpha)}\right|=h_\alpha^*>h_\alpha$

4. *Отметьте правильный ответ:* оператор $\Lambda_\alpha y$ в случае, когда для узла $x\in\omega_{h_\alpha}^*$ узлы $x^{(\pm1_\alpha)}\in\gamma_{h_\alpha}$, имеет вид

☑ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h_{\alpha+}^*}-\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h_{\alpha-}^*}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h_\alpha^*}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h_{\alpha+}^*}-\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h_{\alpha-}^*}\right)$

☐ $\Lambda_\alpha y = \frac{1}{h_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)} - y}{h^*_{\alpha+}} + \frac{y - y^{(-1_\alpha)}}{h^*_{\alpha-}}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha y = \frac{1}{h_\alpha^2}\left(y^{(+1_\alpha)} - 2y + y^{(-1\alpha)}\right)$

5. *Отметьте правильный ответ:* в регулярных узлах для оператора $\Lambda_\alpha u$ выполняется

☑ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha^2\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha\right)$

☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha^{1/2}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha^3\right)$.

Задание 3.

1. *Отметьте правильный ответ: в* нерегулярных узлах для оператора $\Lambda_\alpha u$ выполняется

☑ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h_\alpha^2\right)$

☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O(\tau)$ ☐ $\Lambda_\alpha u - L_\alpha u = O\left(h^{-\frac{1}{2}}\right)$

2. *Дополните:* разностная схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}} + (1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) + \varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

при значении параметра $\sigma_\alpha = 0$ является ### схемой.

Правильный вариант ответа: явной.

3. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}} + (1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) + \varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

является чисто неявной схемой при значении параметра

☑ $\sigma_\alpha \equiv 1$ ☐ $\sigma_\alpha = \frac{1}{2}$ ☐ $\sigma_\alpha = 1$ ☐ $\sigma_\alpha = 0$

4. *Отметьте правильный ответ:* разностный оператор $\Lambda_2 y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ имеет вид

☑ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - 2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha^2$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} + 2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha^2$

☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/\left(2h_\alpha\right)$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha$

5. *Дополните:* локально-одномерная схема

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + B_{i_\alpha} y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} = -F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1, p}$$

для определения значения $y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ решается методом ### вдоль всех отрезков Δ_α при фиксированном α.

Правильный вариант ответа: прогонки.

Вариант 4.

Задание 1.

1. *Отметьте правильный ответ:* решая разностную схему

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha -1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + B_{i_\alpha} y_{i_\alpha +1}^{j+\frac{\alpha}{p}} = -F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_h$$

для $\alpha = 1,2,..., p$, меняя направления прогонок, определяются значения

☑ $y^{j+\frac{1}{p}}, y^{j+\frac{2}{p}},..., y^{j+1}$ ☐ $y^{j+1}, \quad j = 0,1,..., j_0$

☐ $y^j, \quad j = 0,1,..., j_0$ ☐ $A_{i_\alpha}, C_{i_\alpha}, B_{i_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1, p}$

2. *Дополните:* задача

$$\frac{z^{j+\frac{\alpha}{p}} - z^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_2 z^{j+\frac{\alpha}{p}} + \psi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$z^{j+\frac{\alpha}{p}} = 0, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad z(x,0) = 0.$$

есть задача для ### локально-одномерной схемы.

Правильный вариант ответа: погрешности.

3. *Дополните:* априорную оценку решения локально-одномерной схемы в сеточной норме пространства C можно получить с помощью ...

Правильный вариант ответа: принципа максимума.

4. *Отметьте правильный ответ:* принцип максимума применяется для сеточного уравнения

$$A(P)y(P) = \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) + F(P), \; P \in \Omega,$$

$$y(P) = \mu(P), \; P \in S,$$

в котором коэффициенты должны удовлетворять условиям:

☑ $A(P) > 0, \; B(P,Q) > 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) \geq 0$

☐ $A(P) \geq 0, \; B(P,Q) \geq 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) \leq 0$

☐ $A(P) < 0, \; B(P,Q) < 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) = 0$

☐ $A(P) = 0, \; B(P,Q) = 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) < 0$

5. *Отметьте правильный ответ:* сеточная норма $\| y \|_c$ определяется

☑ $\max_{x \in \omega_h} | y |$ ☐ $\max_{x \in \omega_h} \| y \|$ ☐ $\min_{x \in \omega_h} | y |$ ☐ $\max_{x \in G} | y |$

Задание 2.

1. *Дополните:* сетка $\overline{\omega}'_\tau = \left\{ 0, t_{j+\frac{\alpha}{p}} = \left(j + \frac{\alpha}{p} \right) \tau, \; j = 0,1,..., j_0 - 1, \alpha = 1,2,..., p \right\}$ содержит не только узлы $t_j = j\tau$, но и так называемые ### узлы $t_{j+\frac{\alpha}{p}}$.

Правильный вариант ответа: фиктивные.

2. *Отметьте правильный ответ:* при существовании непрерывных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\ \frac{\partial^4 u}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2},\ \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x_\alpha^2},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_\alpha^2},\quad 1 \le \alpha, \beta \le p$$

локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности сходится равномерно со скоростью

☑ $O\left(h^2+\tau\right)$ ☐ $O\left(h^3+\tau^2\right)$ ☐ $O\left(h^2+\tau^2\right)$ ☐ $O\left(h^2+\tau^{1/2}\right)$

3. *Дополните:* замена классического понятия аппроксимации суммарной расширяет класс решаемых задач и приводит к ... схемам.

Правильный вариант ответа: аддитивным.

4. *Дополните:* в случае ... аппроксимации каждая из вспомогательных задач может и не аппроксимировать исходную задачу.

Правильный вариант ответа: неоднородной.

5. *Отметьте правильный ответ:* явная разностная схема

$$y_t = \Lambda y,\ y\big|_{\gamma_h}=0,\ y(x,0)=u_0(x)$$

для многомерного уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t}=Lu,\ Lu=\sum_{k=1}^{p} L_k u,\ L_k u=\frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2}$

устойчива при

☑ $\tau \le 0{,}5h^2/p$ ☐ $\tau < 0{,}5h^3/p$ ☐ $\tau = 0{,}5h^2/(4p)$ ☐ $\tau > 0{,}5h^3/p$

Задание 3.

1. *Отметьте правильный ответ:* двухслойная схема в канонической форме записывается в виде

☑ $By_t + Ay = \varphi,\quad 0 \le t = j\tau < t_0,\quad j = 0,1,...\quad y(0)=y_0$

☐ $By_{\bar{t}t} + Ay = \varphi,\quad 0 \le t = j\tau < t_0,\quad j = 0,1,...\quad y(0)=y_0$

☐ $By_{\overset{\circ}{t}} + Ay = \varphi,\quad 0 \le t = j\tau < t_0,\quad j = 0,1,...\quad y(0)=y_0$

☐ $By + Ay_{\bar{x}x} = \varphi,\quad 0 \le t = j\tau < t_0,\quad j = 0,1,...\quad y(0)=y_0$

2. *Дополните:* оператор вида $B = B_1B_2...B_p$ называют ###.

Правильный вариант ответа: факторизованным.

3. *Дополните:* разностная схема

$$B\,y_t + Ay = \varphi,\ y(0)=y_0$$

с факторизованным оператором $B = B_1B_2...B_p$ будет ###, если операторы $B_1, B_2, ..., B_p$ – экономичные операторы.

Правильный вариант ответа: экономичной.

4. *Отметьте правильный ответ:* решением системы

$$B_1 y_{(1)} = F^j,\ B_\alpha y_{(\alpha)} = y_{(\alpha-1)},\ \alpha = 2,3,...,p$$

является

☑ $y^{j+1} = y_{(p)}$

☐ $y_{(1)} = y^{j+\frac{1}{p}},\ y_2 = y^{j+\frac{2}{p}},\ ...,\ y_{(p-1)} = y^{j+\frac{p-1}{p}}$

☐ $y^j = y_{(p)}$

☐ $y^{j+1} = y^j + y_{(p)}$

5. *Отметьте правильный ответ:* двумерному случаю факторизованной схемы $By^{j+1}=F^j$ соответствует система

☑ $B_1 y_{(1)}=F^j, \quad B_2 y_{(2)}=y_{(1)}$, ☐ $B_\alpha y_{(\alpha)}=y_{(\alpha-1)}, \quad \alpha=1,2$,

☐ $B_1 y_{(1)}=y_{(0)}, \quad B_2 y_{(2)}=y_{(1)}$, ☐ $B_\alpha y_{(\alpha)}=y_{(\alpha+1)}, \quad \alpha=0,1$.

Вариант 5.

Задание 1.

1. Отметьте правильный ответ: в схеме Кранка – Николсона

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi^{j+\frac{1}{2}}-\varphi^j}{\tau/2}+A\varphi^j=0 \\ \dfrac{\varphi^{j+1}-\varphi^{j+\frac{1}{2}}}{\tau/2}+A\varphi^{j+1}=0 \end{cases}$$

оператор

☐ A – линейный, зависящий от t ☐ A – самосопряженный, зависящий от t

☐ A – не зависящий от t симметричный ☑ A – линейный, не зависящий от t

2. Дополните: при решении двумерного параболического уравнения в $\overline{\omega}_h$ на каждом слое последовательно решаются ### задачи вида

$$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=\overline{1,N-1},$$
$$A_i>0,\ B_i>0,\ C_i\ge A_i+B_i$$

Правильный вариант ответа: одномерные.

3. Отметьте правильный ответ: задача для погрешности схемы

$$By_t-\wedge y=\varphi, \quad y(x,0)=u_0 \quad y\big|_{\gamma_h}=0$$

имеет вид

☑ $Bz_t=\wedge z+\psi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$ ☐ $Bz_t=\wedge z, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$

☐ $By_t-Ay=\varphi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=0$ ☐ $Bz_t=\wedge z+\psi, \quad z\big|_{\gamma_h}=0, \quad z(x,0)=u_0$

4. Отметьте правильный ответ: оператор $L_\alpha u=\dfrac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t)\dfrac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right), \quad k_\alpha>0,$ аппроксимирует оператор:

☑ $\wedge_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha=k_\alpha^{\left(-\frac{1}{2}\alpha\right)}$ ☐ $\wedge_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha=k_\alpha$

☐ $\wedge_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{\bar{x}_\alpha}, \quad a_\alpha=\dfrac{1}{2}\left(k_\alpha+k_\alpha^{(-l_\alpha)}\right)$ ☐ $\wedge_\alpha=\left(a_\alpha(x,t)y_{x_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha=k_\alpha$

5. Отметьте правильный ответ: при построении аддитивной схемы для p - мерного уравнения теплопроводности для $P_\alpha v_{(\alpha)}=0$ полагают

☑ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x), \quad v_{(\alpha)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)=v_{(\alpha-1)}\left(x,t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right), \quad \alpha=\overline{2,p}$

☐ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x), \quad v_{(\alpha)}(x,t_j)=v_{(\alpha-1)}(x,t_j)$ ☐ $v_{(1)}(x,0)=u_0(x), \quad v_{(0)}(x,t_j)=v_{(1)}(x,t_j)$

☐ $v_{(\alpha)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) = v_{(\alpha)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha}{p}}\right), \quad \alpha = \overline{2, p}$

Задание 2.

1. Дополните: схему переменных направлений

$$\frac{\varphi^{j+\frac{1}{2}} - \varphi^{j}}{\tau} + \frac{1}{2}\left(A_1\varphi^{j+\frac{1}{2}} + A_2\varphi^{j}\right) = 0$$

$$\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^{j+\frac{1}{2}}}{\tau} + \frac{1}{2}\left(A_1\varphi^{j+1} + A_2\varphi^{j+1}\right) = 0$$

$$\varphi^0 = g, \quad j = 0,1,2,...$$

называют схемой ###

2. Отметьте правильный ответ: при решении задачи вида

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$y_0 = \mu_1,\ y_N = \mu_2,\ A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i$$

на двумерной сетке $\overline{\omega}_h$ с шагами $h_1 = l_1 / N_1,\ h_2 = l_2 / N_2$ затрачивается число действий ……..

☑ $O(N_1 \cdot N_2)$ ☐ $O(N^2)$ ☐ $O(N/2)$ ☐ $O(N-1)$

3. Отметьте правильный ответ: схему переменных направлений «в целых шагах»

$$(E - 0{,}5\tau \wedge_1)(E - 0{,}5\tau \wedge_2) y_t = \wedge y + \varphi, \quad t \ge 0$$

$$y(x,0) = u_0(x), \quad y\big|_{\gamma_h} = 0$$

можно записать в виде

☑ $By_t + Ay = \varphi, \quad y(0) = u_0$ ☐ $y_t + Ay = \varphi, \quad y(0) = u_0$

☐ $By_t - Ay = \varphi, \quad y(0) = u_0$ ☐ $A(y_t + y) = \varphi, \quad y(0) = u_0$

4. Схема для уравнения с переменными коэффициентами $k_\alpha(x,t) > 0, \quad \alpha = 1, 2,$ эквивалентна схеме

$$(E - 0{,}5\tau \wedge_1)(E - 0{,}5\tau \wedge_2) y_t = \wedge y + \varphi,$$

$$y\big|_{\gamma_h} = \mu, \quad \widehat{y}\big|_{\gamma_h} = \widehat{\mu}, \quad y(x,0) = u_0(x),$$

если

☑ k_α не зависят от t, либо $\wedge_2 = \wedge_2(\bar{t})$ ☐ k_α зависят от t, и $\wedge_\alpha = \wedge_\alpha(\bar{t}), \quad \alpha = 1,2$

☐ $\wedge_\alpha = \wedge_\alpha(t), \quad \alpha = 1,2; \quad k_\alpha = 0$ ☐ $\wedge_1 = \wedge_1(t), \quad k_\alpha = k(x,t)$

5. Дополните: в простейшем случае $\Pi_\alpha y_{(\alpha)} = 0,\ \alpha = \overline{1, p}$, есть ### схема, связывающая значения $y_{(\alpha)} = y^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad y_{(\alpha-1)} = y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}$

Правильные варианты ответа: двухслойная.

Задание 3.

1. Дополните: если $A_\alpha = -a^2(\Delta x_\alpha \nabla x_\alpha) / h_\alpha^2$ трёхточечная аппроксимация оператора $-a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2}$, то схема Писмена – Рэкфорда – Дугласа является ### устойчивой

Правильный вариант ответа: абсолютно.

2. Установите соответствие

$\overline{y}_{i_1 i_2}$	$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1h_1, i_2h_2)$
$\overline{y}_{i_1-1, i_2}$	$y^{n+\frac{1}{2}}((i_1-1)h_1, i_2h_2)$
$\widehat{y}_{i_1, i_2+1}$	$y^{n+1}(i_1h_1, (i_2+1)h_2)$
$\widehat{y}_{i_1 i_2}$	$y^{n+1}(i_1h_1, i_2h_2)$
	$y^{n+1}((i_1-1)h_1, i_2h_2)$
	$y^{n+\frac{1}{2}}(i_1h_1, (i_2+1)h_2)$

3. Отметьте правильный ответ: схема $By_t + Ay = \varphi, \quad y(0) = u_0$, где
$B = (E + 0{,}5\tau A_1)(E + 0{,}5\tau A_2)$

устойчива, если

☑ $B > E + 0{,}5\tau A$ ☐ $B \ge E - 0{,}5\tau A$

☐ $B < E + 0{,}5\tau A$ ☐ $B \le E - 0{,}5\tau A$

4. Дополните: многомерное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + f(x,t), \quad 0 \le t \le t_0, \quad u(x,0) = u_0(x), \quad x = (x_1, x_2, ..., x_p)$$

при построении цепочки ### уравнений записывается

$$\sum_{\alpha=1}^{p} P_\alpha u = 0, \quad P_\alpha u = \frac{1}{p}\frac{\partial u}{\partial t} - L_\alpha u - f_\alpha .$$

Правильный вариант ответ: одномерных.

5. Дополните: схема для определения $y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ по ЛОС

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha -1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + B_{i_\alpha} y_{i_\alpha +1}^{j+\frac{\alpha}{p}} = -F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1, p}$$

решается методом ### вдоль всех отрезков Δ_α при фиксированном α

Правильный вариант ответ: прогонки.

Вариант 1.

Задание 1.

1. *Дополните:* сетка $\overline{\omega}_h$ для двумерной задачи представляется как совокупность узлов, расположенных на строках или на ###.

Правильные варианты ответа: столбцах.

2. *Дополните:* основная идея экономичных методов состоит в сведении перехода со ### на ### к последовательному решению одномерных задач вида

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$

$A_i > 0, \ B_i > 0, \ C_i \ge A_i + B_i .$

Правильный вариант ответа: слоя; слой.

3. *Отметьте правильный ответ:* по схеме переменных направлений вдоль строк и вдоль столбцов решаются одномерные уравнения

☑ $\begin{cases} A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i, \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} A_i y_{i-1/2} - C_i y_i + B_i y_{i+1/2} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i, \end{cases}$

☐ $\begin{cases} A_{i-1} y_{i-1} - C_i y_i + B_{i+1} y_{i+1} = -F_{i+1}, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_{i-1} = B_{i+1} > 0,\ \ C_i \ge A_{i-1} + B_{i+1}, \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ A_i < 0,\ B_i < 0,\ C_i \le A_i + B_i. \end{cases}$

4. *Отметьте правильный ответ:* запись

$$\sum_{i_1=1}^{N_1-1} \sum_{i_2=1}^{N_2-1} y(i_1 h_1,\, i_2 h_2) v(i_1 h_1,\, i_2 h_2) h_1 h_2$$

определяет

☑ скалярное произведение в пространстве сеточных функций

☐ норму в пространстве сеточных функций

☐ метрику в пространстве сеточных функций

☐ разностный оператор в пространстве сеточных функций.

5. *Отметьте правильный ответ:* норма в энергетическом пространстве H_A для оператора $A = -\Lambda = -(\Lambda_1 + \Lambda_2)$ имеет вид

☑ $\|y\|_A^2 = \|y_{\bar{x}_1}\|_1^2 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$ ☐ $\|y\|_A^2 = \|y_{\bar{x}_1}\|_1^2 - \|y_{\bar{x}_2}\|_2^2$

☐ $\|y\|_A = \|y_{\bar{x}_1}\|_1 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2$ ☐ $\|y\|_A = \frac{1}{2}\left(\|y_{\bar{x}_1}\|_1 + \|y_{\bar{x}_2}\|_2\right)$

Задание 2.

1. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$$\begin{cases} B\, y_t + Ay = \varphi, \\ y(0) = u_0 \end{cases}$$

с оператором $B = (E + 0{,}5\tau\, A_1)(E + 0{,}5\tau\, A_2)$ устойчива, если

☑ $B > E + 0{,}5\tau\, A$ ☐ $B \ge E - 0{,}5\tau\, A$ ☐ $B < E + 0{,}5\tau\, A$ ☐ $B \le E - 0{,}5\tau\, A$

2. *Отметьте правильный ответ:* для решения разностной схемы

$$\begin{cases} (E - 0{,}5\tau\,\Lambda_1)(E - 0{,}5\tau\,\Lambda_2) y_t = \Lambda y + \varphi, \\ y(x,0) = u_0(x), \quad y\big|_{\gamma_h} = 0 \end{cases}$$

имеет место априорная оценка

☑ $\| y(t+\tau)\|_A \le \| y(0)\|_A + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{t'=0}^{t} \tau \| \varphi(t')\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\| y(t+\tau)\|_A \le \| y(0)\|_A + \frac{\tau}{\sqrt{2}} \| \varphi(t)\|$

☐ $\| y(t+\tau)\|_A \ge \| y(0)\|_A + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{t'=0}^{t} \tau \| \varphi(t')\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\| y(t+\tau)\|_A \ge \| y(0)\|_A + \frac{\tau}{\sqrt{2}} \| \varphi(t)\|$

3. *Отметьте правильный ответ:* дифференциальный оператор

$$L_\alpha u = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha(x,t) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right), \ k_\alpha > 0$$

аппроксимирует разностный оператор

☑ $\Lambda_\alpha = \left(a_\alpha(x,t)\, y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha = k_\alpha^{\left(-\frac{1}{2}\alpha\right)}$ ☐ $\Lambda_\alpha = \left(a_\alpha(x,t)\, y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha = k_\alpha$

☐ $\Lambda_\alpha = \left(a_\alpha(x,t)\, y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{\bar{x}_\alpha}, \quad a_\alpha = \frac{1}{2}\left(k_\alpha + k_\alpha^{(-l_\alpha)}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha = \left(a_\alpha(x,t)\, y_{x_\alpha}\right)_{x_\alpha}, \quad a_\alpha = k_\alpha$

4. *Дополните:* разностная схема на ω_τ по переменной t может не иметь локальной аппроксимации, она достигается при суммировании невязок по нескольким временным ###.

Правильный вариант ответа: слоям.

5. *Дополните:* в уравнении $P_\alpha u = \frac{1}{p}\frac{\partial u}{\partial t} - L_\alpha u - f_\alpha$ функции $f_\alpha, \ \alpha = \overline{1, p}$, обладают той же ###, что и функция $f(x,t)$.

Правильный вариант ответа: гладкостью.

Задание 3.

1. *Отметьте правильный ответ:* при решении p-мерной задачи вводятся дробные слои

☑ $t_{j+\frac{\alpha}{p}} = t_j + \frac{\alpha\tau}{p}, \quad \alpha = 1,2,\dots, p-1$ ☐ $t_{j+\frac{\alpha}{2}} = t_j + \frac{\alpha\tau}{p}, \quad \alpha = \overline{1, p-1}$

☐ $t_{j+\frac{1}{2}} = t_j + \frac{\tau}{2}, \quad j = 0,1,\dots$ ☐ $t_j + \frac{\alpha-1}{p} = t_j + \frac{\alpha\tau}{p}$

2. *Отметьте правильный ответ:* при построении аддитивной схемы для p-мерного уравнения теплопроводности для $P_\alpha v_{(\alpha)} = 0$ полагают

☑ $v_{(1)}(x,0) = u_0(x), \ v_{(\alpha)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) = v_{(\alpha-1)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right), \ \alpha = \overline{2, p}$

☐ $v_{(1)}(x,0) = u_0(x), \ v_{(\alpha)}(x, t_j) = v_{(\alpha-1)}(x, t_j)$

☐ $v_{(1)}(x,0) = u_0(x), \ v_{(0)}(x, t_j) = v_{(1)}(x, t_j)$

☐ $v_{(\alpha)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) = v_{(\alpha)}\left(x, t_{j+\frac{\alpha}{p}}\right), \ \alpha = \overline{2, p}$

3. Дополните: разностная схема

$\Pi_\alpha y_{(\alpha)} = 0, \ \alpha = \overline{1, p}$ ### уравнение $P_\alpha v_{(\alpha)} = 0, \ \alpha = \overline{1, p}$ в обычном смысле.

Правильный вариант ответа: аппроксимирует.

4. *Отметьте правильный ответ:* суммарная аппроксимация для $P_\alpha v_{(\alpha)} = 0, \ \alpha = \overline{1, p}$ гарантируется выполнением условий

☑ $L = L_1 + L_2 + \dots + L_p, \quad f = f_1 + f_2 + \dots + f_p$

☐ $L = L_1 \cdot L_2 \cdot \dots \cdot L_p, \quad f = f_1 + f_2 + \dots + f_p$

☐ $f = f_1 \cdot f_2 \cdot \dots \cdot f_p, \quad L = \sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha$

☐ $L = \sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha, \quad f = \prod_{\alpha=1}^{p} f_\alpha$

5. *Дополните:* если L_α содержит производные лишь по x_α, то такой оператор называется ###.

Правильный вариант ответа: одномерным.

Вариант 2.

Задание 1.

1. *Отметьте правильный ответ:* условия $L=\sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha,\ f=\sum_{\alpha=1}^{p} f_\alpha$ можно ослабить, положив

☑ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u=O(\tau),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p} f_\alpha=O(\tau)$ ☐ $Lu-L_\alpha u=O(\tau),\quad f-f_\alpha=O(\tau)$

☐ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u=O(h),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p} f_\alpha=O(h)$ ☐ $Lu-\sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha u=O(\tau^2),\quad f-\sum_{\alpha=1}^{p} f_\alpha=O(\tau^2)$

2. *Отметьте правильный ответ:* оператор $\Lambda_\alpha y$ в случае, когда для узла $x\in\omega^*_{h_\alpha}$ узлы $x^{(\pm1_\alpha)}\in\gamma_{h_\alpha}$, имеет вид

☑ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h^*_{\alpha+}}-\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h^*_{\alpha-}}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h^*_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h^*_{\alpha+}}-\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h^*_{\alpha-}}\right)$

☐ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h_\alpha}\left(\frac{y^{(+1_\alpha)}-y}{h^*_{\alpha+}}+\frac{y-y^{(-1_\alpha)}}{h^*_{\alpha-}}\right)$ ☐ $\Lambda_\alpha y=\frac{1}{h^2_\alpha}\left(y^{(+1_\alpha)}-2y+y^{(-1\alpha)}\right)$

3. *Дополните:* разностная схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\Lambda_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

при значении параметра $\sigma_\alpha=0$ является ### схемой.

Правильный вариант ответа: явной.

4. *Отметьте правильный ответ:* разностная схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\Lambda_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+(1-\sigma_\alpha)y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right)+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

является чисто неявной схемой при значении параметра

☑ $\sigma_\alpha\equiv1$ ☐ $\sigma_\alpha=\frac{1}{2}$ ☐ $\sigma_\alpha=1$ ☐ $\sigma_\alpha=0$

5. *Отметьте правильный ответ:* разностный оператор $\Lambda_2 y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ имеет вид

☑ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}-2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}+y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h^2_\alpha$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}+2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}+y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h^2_\alpha$

☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}-y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/(2h_\alpha)$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}-y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha$

Задание 2.

1. *Дополните:* локально-одномерная схема

$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}-C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}+B_{i_\alpha} y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}}=-F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}$,

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1, p}$$

для определения значения $y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ решается методом ### вдоль всех отрезков Δ_α при фиксированном α.

Правильный вариант ответа: прогонки.

2. *Отметьте правильный ответ:* решая разностную схему

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha - 1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + B_{i_\alpha} y_{i_\alpha + 1}^{j+\frac{\alpha}{p}} = -F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_h$$

для $\alpha = 1,2,..., p$, меняя направления прогонок, определяются значения

☑ $y^{j+\frac{1}{p}}, y^{j+\frac{2}{p}},..., y^{j+1}$ ☐ $y^{j+1}, \quad j = 0,1,..., j_0$

☐ $y^j, \quad j = 0,1,..., j_0$ ☐ $A_{i_\alpha}, C_{i_\alpha}, B_{i_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1, p}$

3. *Дополните:* задача

$$\frac{z^{j+\frac{\alpha}{p}} - z^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \Lambda_2 z^{j+\frac{\alpha}{p}} + \psi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}},$$

$$z^{j+\frac{\alpha}{p}} = 0, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad z(x,0) = 0.$$

есть задача для ### локально-одномерной схемы.

Правильный вариант ответа: погрешности.

4. *Дополните:* априорную оценку решения локально-одномерной схемы в сеточной норме пространства C можно получить с помощью ...

Правильный вариант ответа: принципа максимума.

5. *Отметьте правильный ответ:* принцип максимума применяется для сеточного уравнения

$$A(P)y(P) = \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) + F(P), \; P \in \Omega,$$

$$y(P) = \mu(P), \; P \in S,$$

в котором коэффициенты должны удовлетворять условиям:

☑ $A(P) > 0, \; B(P,Q) > 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) \geq 0$

☐ $A(P) \geq 0, \; B(P,Q) \geq 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) \leq 0$

☐ $A(P) < 0, \; B(P,Q) < 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) = 0$

☐ $A(P) = 0, \; B(P,Q) = 0, \; D(P) = A(P) - \sum_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q) < 0$

Задание 3.

1. *Отметьте правильный ответ:* сеточная норма $\| y \|_c$ определяется

☑ $\max\limits_{x \in \omega_h} | y |$ ☐ $\max\limits_{x \in \omega_h} \| y \|$ ☐ $\min\limits_{x \in \omega_h} | y |$ ☐ $\max\limits_{x \in G} | y |$

2. *Дополните:* сетка $\overline{\omega}'_\tau = \left\{ 0, t_{j+\frac{\alpha}{p}} = \left(j + \frac{\alpha}{p} \right)\tau, \ j = 0,1,..., j_0 - 1, \ \alpha = 1,2,..., p \right\}$ содержит не только узлы $t_j = j\tau$, но и так называемые ### узлы $t_{j+\frac{\alpha}{p}}$.

Правильный вариант ответа: фиктивные.

3. *Отметьте правильный ответ:* при существовании непрерывных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \ \frac{\partial^4 u}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2}, \ \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x_\alpha^2}, \ \frac{\partial^2 f}{\partial x_\alpha^2}, \quad 1 \le \alpha, \beta \le p$$

локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности сходится равномерно со скоростью

☑ $O(h^2 + \tau)$ ☐ $O(h^3 + \tau^2)$ ☐ $O(h^2 + \tau^2)$ ☐ $O(h^2 + \tau^{1/2})$

4. *Дополните:* замена классического понятия аппроксимации суммарной расширяет класс решаемых задач и приводит к ... схемам.

Правильный вариант ответа: аддитивным.

5. *Дополните:* в случае ... аппроксимации каждая из вспомогательных задач может и не аппроксимировать исходную задачу.

Правильный вариант ответа: неоднородной.

Вариант 3.

Задание 1.

1. *Отметьте правильный ответ:* явная разностная схема

$$y_t = \Lambda y, \ y\big|_{\gamma_h} = 0, \ y(x,0) = u_0(x)$$

для многомерного уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = Lu, \ Lu = \sum_{k=1}^{p} L_k u, \ L_k u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2}$

устойчива при

☑ $\tau \le 0{,}5h^2 / p$ ☐ $\tau < 0{,}5h^3 / p$ ☐ $\tau = 0{,}5h^2 / (4p)$ ☐ $\tau > 0{,}5h^3 / p$

2. *Отметьте правильный ответ:* двухслойная схема в канонической форме записывается в виде

☑ $By_t + Ay = \varphi, \quad 0 \le t = j\tau < t_0, \quad j = 0,1,... \quad y(0) = y_0$

☐ $By_{\bar{t}t} + Ay = \varphi, \quad 0 \le t = j\tau < t_0, \quad j = 0,1,... \quad y(0) = y_0$

☐ $By_{\overset{\circ}{t}} + Ay = \varphi, \quad 0 \le t = j\tau < t_0, \quad j = 0,1,... \quad y(0) = y_0$

☐ $By + Ay_{\bar{x}x} = \varphi, \quad 0 \le t = j\tau < t_0, \quad j = 0,1,... \quad y(0) = y_0$

3. *Дополните:* оператор вида $B = B_1 B_2 ... B_p$ называют ###.

Правильный вариант ответа: факторизованным.

4. *Дополните:* разностная схема

$$B\,y_t + Ay = \varphi, \ y(0) = y_0$$

с факторизованным оператором $B = B_1 B_2 ... B_p$ будет ###, если операторы $B_1, B_2, ..., B_p$ – экономичные операторы.

Правильный вариант ответа: экономичной.

5. *Отметьте правильный ответ:* решением системы

$$B_1 y_{(1)} = F^j, \ B_\alpha y_{(\alpha)} = y_{(\alpha-1)}, \ \alpha = 2,3,..., p$$

является

☑ $y^{j+1} = y_{(p)}$

☐ $y_{(1)} = y^{j+\frac{1}{p}},\ y_2 = y^{j+\frac{2}{p}},\ ...,\ y_{(p-1)} = y^{j+\frac{p-1}{p}}$

☐ $y^j = y_{(p)}$

☐ $y^{j+1} = y^j + y_{(p)}$

Задание 2.

1. Двумерному случаю факторизованной схемы $By^{j+1} = F^j$ соответствует система

☑ $B_1 y_{(1)} = F^j, \quad B_2 y_{(2)} = y_{(1)}$, ☐ $B_\alpha y_{(\alpha)} = y_{(\alpha-1)}, \quad \alpha = 1,2$,

☐ $B_1 y_{(1)} = y_{(0)}, \quad B_2 y_{(2)} = y_{(1)}$, ☐ $B_\alpha y_{(\alpha)} = y_{(\alpha+1)}, \quad \alpha = 0,1$.

2. Явная схема $y_t = \wedge y$, $y\big|_{\gamma_h} = 0$, $y(x,0) = u_0(x)$ для многомерного уравнения

$\dfrac{\partial u}{\partial t} = Lu,\ Lu = \sum\limits_{k=1}^{p} L_k u,\ L_k u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_k^2}$ устойчива при

☑ $\tau \le 0{,}5h^2 / p$ ☐ $\tau < 0{,}5h^3 / p$ ☐ $\tau = 0{,}5h^2 / (4p)$ ☐ $\tau > 0{,}5h^3 / p$

3. Для явной схемы многомерного уравнения теплопроводности шаг τ надо уменьшать с ростом числа измерений и ростом максимума ### теплопроводности

Правильный вариант ответа: коэффициента.

4. Явная схема для многомерного уравнения теплопроводности с оператором

$Lu = \sum\limits_{k=1}^{p} L_k u,\ L_k u = \dfrac{\partial}{\partial x_k}\left(K_k(x,t)\dfrac{\partial u}{\partial x_k}\right),\ 0 < K_k \le c$ устойчива при

☐ $\tau > 0{,}5h^3 / p$ ☑ $\tau \le 0{,}5h^2 / (pc)$ ☐ $\tau < 0{,}5h^2 / (4p)$ ☐ $\tau = 0{,}5h^3 / (pc)$

5. Основная идея экономичных методов состоит в сведении перехода со ### на ### к последовательному решению одномерных задач вида

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$

$A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i \ge A_i + B_i$

Правильные варианты ответа: слоя; слой.

Задание 3.

1. Многомерное уравнение $\dfrac{\partial u}{\partial t} = Lu + f(x,t), \quad 0 \le t \le t_0, \quad u(x,0) = u_0(x), \quad x = (x_1, x_2, ..., x_p)$

при построении цепочки ### уравнений записывается $\sum\limits_{\alpha=1}^{p} P_\alpha u = 0, \quad P_\alpha u = \dfrac{1}{p}\dfrac{\partial u}{\partial t} - L_\alpha u - f_\alpha$.

Правильный вариант ответа: одномерных.

2. Система разностных уравнений $\Pi_\alpha y_{(\alpha)} = 0,\ \alpha = \overline{1, p}$, аппроксимирует $P_\alpha v_{(\alpha)} = 0$, если

$\Psi_\alpha = \Pi_\alpha u^{j+\frac{\alpha}{p}} - (P_\alpha u)^{j+\frac{\alpha}{p}} \to 0$

☑ при $h_\alpha \to 0,\ \tau \to 0$ ☐ при $h_\alpha \to \infty,\ \tau \to 0$

☐ при $h_\alpha \to 0,\ \tau \to \infty$ ☐ при $h_\alpha \to \infty,\ \tau \to \infty$

3. Суммарная аппроксимация для $P_\alpha v_{(\alpha)} = 0,\ \alpha = \overline{1, p}$, гарантируется выполнением

☑ $L = L_1 + L_2 + \ldots + L_p, \quad f = f_1 + f_2 + \ldots + f_p$ ☐ $L = L_1 \cdot L_2 \cdot \ldots \cdot L_p, \quad f = f_1 + f_2 + \ldots + f_p$

☐ $f = f_1 \cdot f_2 \cdot \ldots \cdot f_p, \quad L = \sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha$ ☐ $L = \sum_{\alpha=1}^{p} L_\alpha, \quad f = \prod_{\alpha=1}^{p} f_\alpha$

4. Схема

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}} - y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} = \wedge_2\left(\sigma_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}} + (1-\sigma_\alpha) y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}\right) + \varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

является чисто неявной при

☑ $\sigma_\alpha \equiv 1$ ☐ $\sigma_\alpha = \frac{1}{2}$ ☐ $\sigma_\alpha = 1$ ☐ $\sigma_\alpha = 0$

5. Оператор $\wedge_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ имеет вид

☑ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - 2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha^2$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} + 2y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha^2$

☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/(2h_\alpha)$ ☐ $\left(y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}\right)/h_\alpha$

Вариант 4.

Задание 1.

1. Схема для определения $y^{j+\frac{\alpha}{p}}$ по ЛОС

$$A_{i_\alpha} y_{i_\alpha-1}^{j+\frac{\alpha}{p}} - C_{i_\alpha} y_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}} + B_{i_\alpha} y_{i_\alpha+1}^{j+\frac{\alpha}{p}} = -F_{i_\alpha}^{j+\frac{\alpha}{p}}$$

$$y^{j+\frac{\alpha}{p}} = \mu^{j+\frac{\alpha}{p}}, \quad x \in \gamma_{h_\alpha}, \quad \alpha = \overline{1,p}$$

решается методом ### вдоль всех отрезков Δ_α при фиксированном α

Правильный вариант ответа: прогонки;

2. Погрешность аппроксимации

$$\psi_\alpha^* = \left(\wedge_\alpha u^{j+\frac{\alpha}{p}} - L_\alpha u^{j+\frac{1}{2}}\right) + \left(\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}} - f_\alpha^{j+\frac{1}{2}}\right) - \left(\frac{u^{j+\frac{\alpha}{p}} - u^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau} - \frac{1}{p}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^{j+\frac{1}{2}}\right)$$

в регулярных узлах равна

☑ $O(h_\alpha^2 + \tau)$ ☐ $O(h_\alpha^2 + \tau^2)$

☐ $O(h_\alpha + \tau)$ ☐ $O(h_\alpha^3 + \tau^2)$

3. В ... моделях разностных схем каждая конкретная компонента вектора решения аппроксимирует решение исходной задачи

Правильный вариант ответа: векторных.

4. В векторных моделях разностных схем каждая конкретная компонента ... решения аппроксимирует решение исходной задачи

Правильный вариант ответа: вектора.

5. В векторных моделях разностных схем каждая конкретная компонента вектора решения ... решение исходной задачи

Правильный вариант ответа: аппроксимирует.

Задание 2.

1. Векторно-аддитивные схемы связаны с известными методами ... аппроксимации

Правильный вариант ответа: суммарной.

2. Векторно-аддитивные схемы связаны с известными методами суммарной ...

Правильный вариант ответа: аппроксимации.

3. Векторно-аддитивные схемы связаны с ... методами

Правильный вариант ответа: локально-одномерными.

4. Существует тесная связь ...-аддитивных схем с локально-одномерными методами

Правильный вариант ответа: векторно.

5. Существует тесная связь векторно-... схем с локально-одномерными методами

Правильный вариант ответа: аддитивных.

Задание 3.

1. Многокомпонентные векторные схемы применяются при решении задач в областях ... формы

Правильный вариант ответа: сложной.

2. Векторные многокомпонентные схемы рассматривались как новый подход к построению ... алгоритмов

Правильный вариант ответа: итерационных.

3. Многокомпонентные ... схемы рассматривались как новый подход к построению итерационных алгоритмов

Правильный вариант ответа: векторные.

4. Многокомпонентные схемы расщепления позволяют строить безусловно ... алгоритмы для произвольного числа разбиений

Правильный вариант ответа: устойчивые.

5. Многокомпонентные схемы расщепления позволяют строить безусловно устойчивые алгоритмы для произвольного числа ...

Правильный вариант ответа: разбиений.

Вариант 5.

Задание 1.

1. Многокомпонентные схемы расщепления позволяют строить устойчивые алгоритмы при минимальных ограничениях на компоненты ...

Правильный вариант ответа: оператора.

2. Многокомпонентные схемы расщепления позволяют строить ... алгоритмы при минимальных ограничениях на компоненты оператора

Правильный вариант ответа: устойчивые.

3. Многокомпонентные схемы расщепления обладают неограниченным потенциалом в ... вычислительного процесса

Правильный вариант ответа: распараллеливании.

4. Многокомпонентные векторные схемы обладают возможностью распараллеливания вычислений при ... по пространственным переменным

Правильный вариант ответа: расщеплении.

5. Многокомпонентные векторные схемы обладают возможностью распараллеливания вычислений при ... по подобластям

Правильный вариант ответа: расщеплении.

Задание 2.

1. Многокомпонентные векторные схемы обладают возможностью ... вычислений при расщеплении по подобластям

Правильный вариант ответа: распараллеливания.

2. Для векторно-аддитивных схем оператор абстрактной задачи Коши должен быть

☑ линейным, сопряженным, положительно определенным

☐ положительным, линейным

☐ сопряженным, линейным

☐ положительным, сопряженным

3. При рассмотрении векторно-аддитивных схем оператор задачи должен удовлетворять

☑ $A=\sum_{\alpha=1}^{p}A_\alpha$ ☐ $A=A^{-1}$ ☐ $A=\sum_{\alpha=1}^{p}A_\alpha^{-1}$ ☐ $A=\sum_{\alpha=1}^{p}A_\alpha A_\alpha^{-1}$

4. Для оператора $A=\sum_{\alpha=1}^{p}A_\alpha$ область определения есть

☑ $D(A)=\sum_{\alpha=1}^{p}D(A_\alpha)$ ☐ $D(A)=D(A^{-1})$ ☐ $D(A)=\sum_{\alpha=1}^{p}D(A_\alpha^{-1})$ ☐ $D(A)=\sum_{\alpha=1}^{p}D(A_\alpha\cdot A_\alpha^{-1})$

5. Достоинство векторно-аддитивных схем - минимальные требования к свойствам ... задач

Правильный вариант ответа: операторов.

Задание 2.

1. В векторно-аддитивных методах вместо одного решения вводится ... решений

Правильный вариант ответа: вектор.

2. В векторе решений $U(t)=(u_1(t),u_2(t),...,u_p(t))$ функции $u_1(t),u_2(t),...,u_p(t)$ трактуются как ### вектора решения

Правильный вариант ответа: компоненты.

3. Число компонент вектор-решения $U(t)$ равно числу ### в сумме $\sum_{\alpha=1}^{p}A_\alpha$

Правильный вариант ответа: слагаемых.

4. В векторе решений $U(t)$ каждая компонента u_α ### решение исходной задачи

Правильный вариант ответа: аппроксимирует.

5. Простейший способ построения векторной схемы - сведение исходной задачи к системе однотипных ...

Правильный варианты ответа: подзадач.

Задание 3.

1. В многокомпонентной схеме, когда верхний предел ... меньше нижнего, сумма считается равной нулю

Правильный вариант ответа: суммирования.

2. Для многокомпонентной схемы решения абстрактной задачи Коши невязки ψ'_α, $\alpha = \overline{1, p}$ есть величины порядка

☑ $O\left(\tau + \sum {}_\alpha^p h_\alpha^q\right)$ ☐ $O(\tau)$ ☐ $O\left(\sum {}_\alpha^p h_\alpha^q\right)$ ☐ $O\left(\tau^2 + \sum {}_\alpha^p h_\alpha^q\right)$

3. В качестве ### условия в многокомпонентной схеме задается $y(0) = (u_0, ..., u_0)$

Правильный вариант ответа: начального.

4. Для векторно-аддитивных схем в качестве приближенного решения абстрактной задачи Коши можно взять любую ...

Правильный вариант ответа: компоненту.

5. Непрерывный аналог многокомпонентного метода на каждом ... промежутке есть цепочка "одномерных" задач Коши

Правильный вариант ответа: временном.

Оценочные материалы для ***коллоквиумов*** приведены в п. 5.1.1.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы, коллоквиум).

В результате *контрольной точки (контрольные работы, коллоквиум)* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов); - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы; - решено менее 50 % задач.

В результате прохождения *текущего и рубежного контроля* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
3	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации.	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».

5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации (контролируемые компетенции УК-5, ПКС-1)

Целью промежуточной аттестации по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указаний этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;

- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;

- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

Промежуточная аттестация завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце каждого семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики» в форме проведения зачета во II семестре и экзамена в III семестре, которыми заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;

- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;

- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения *экзамена* в 3 семестре студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к экзамену студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На экзамене он может повысить сумму баллов от 61 и выше (до 100), необходимых для получения экзамена.

Вопросы, выносимые на экзамен (контролируемые компетенции УК-5, ПКС-1)

1. Экономичные схемы. Дивергентность схемы.
2. Метод переменных направлений (продольно-поперечная схема – ППС).

3. Схема Кранка-Николсона. Порядок аппроксимации схемы Кранка – Николсона. Поведение ошибки по каждому направлению схемы Кранка – Николсона.
4. Схема Писмена-Рэкфорда. Устойчивость схемы Писмена-Рэкфорда. Сходимость и точность схемы Писмена-Рэкфорда.
5. Метод стабилизирующей поправки (неявная схема переменных направлений). Схема с поправкой на устойчивость.
6. Пригодность неявных схем переменных направлений для решения трехмерного уравнения теплопроводности.
7. Экономичные факторизованные схемы. Построение экономичных факторизованных схем (метод регуляризации). Условия устойчивости.
8. Трехслойные факторизованные схемы. Устойчивость трехслойных факторизованных схем.
9. Общий метод построения трехслойных экономичных факторизованных схем, основанный на принципе регуляризации разностных схем.
10. Метод суммарной аппроксимации. Сведение многомерной задачи к цепочке одномерных задач.
11. Локально-одномерная схема (ЛОС) для уравнения теплопроводности в произвольной области.
12. Погрешность аппроксимации локально-одномерной схемы для уравнения теплопроводности в произвольной области.
13. Устойчивость ЛОС для уравнения теплопроводности в произвольной области.
14. Равномерная сходимость ЛОС для уравнения теплопроводности в произвольной области.
15. Локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами.
16. Локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода.
17. Устойчивость и сходимость ЛОС для уравнения теплопроводности с краевыми условиями третьего рода.
18. Локально-одномерная схема для нестационарного уравнения с дробной производной по пространственной переменной в p-мерном параллелепипеде.
19. Дискретный аналог дробной производной по пространственной переменной.
20. Доказательство устойчивости локально-одномерной схемы с помощью принципа максимума для нестационарного уравнения с дробной производной по пространственной переменной в p-мерном параллелепипеде.
21. Равномерная сходимость ЛОС для нестационарного уравнения с дробной производной по пространственной переменной в p-мерном параллелепипеде.
22. Начально-краевая задача для обобщенного уравнения диффузии в p-мерном параллелепипеде.
23. Дискретный аналог дробной производной по времени.
24. Построение локально-одномерной схемы для обобщенного уравнения диффузии в p-мерном параллелепипеде.
25. Доказательство устойчивости локально-одномерной схемы с помощью принципа максимума для обобщенного уравнения диффузии в p-мерном параллелепипеде.

26. Сходимость ЛОС для обобщенного уравнения диффузии в p-мерном параллелепипеде.
27. Обобщенное уравнение диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.
28. Построение локально-одномерной схемы для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.
29. Устойчивость ЛОС (принцип максимума) для обобщенного уравнения диффузии с сосредоточенной теплоёмкостью в многомерной области.
30. Связь многокомпонентных векторно-аддитивных схем известными методами суммарной аппроксимации (с локально–одномерными схемами).
31. Многокомпонентные векторные схемы расщепления для решения многомерных задач математической физики. Постановка задачи.
32. Абстрактная задача Коши с линейным самосопряженным положительно–определенным оператором, действующим в некотором гильбертовом пространстве.
33. О подходе к моделированию векторных схем, в основе которого лежит принцип аддитивности.
34. Простейший способ построения векторной схемы, состоящей в сведении исходной задачи к системе однотипных подзадач.
35. Многокомпонентная разностная задача. Непрерывный аналог многокомпонентного метода как цепочки «одномерных» относительно неизвестной компоненты вектора-решения дифференциальных задач Коши. Невязка.
36. Сущность метода многокомпонентного векторного расщепления. Устойчивость по начальным данным и правой части.
37. Доказательство теоремы о корректной постановке задачи, полученной в результате перехода от скалярного решения абстрактной задачи Коши к вектору-решению.
38. Доказательство равенства компонент вектора-решения точному решению для абстрактной задачи Коши.
39. Использование системы однотипных подзадач, наряду с абстрактной задачей Коши, для построения разностных схем решения нестационарных многомерных задач (многомерного уравнения с граничными условиями первого рода).
40. Безусловная устойчивость и выбор решения многокомпонентной разностной схемы для абстрактной задачи Коши.
41. Волновое уравнение в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности. Система однотипных подзадач.
42. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для волнового уравнения в неидеальной среде с учетом вязкости и теплопроводности.
43. Векторно-аддитивная схема для волнового уравнения. Устойчивость.
44. Волновое уравнение в релаксирующих средах. Постановка задачи.
45. Система однотипных подзадач. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для волнового уравнения в релаксирующих средах.
46. Векторно-аддитивная схема для волнового уравнения в релаксирующих средах. Устойчивость.

47. Модифицированное уравнение влагопереноса. Постановка задачи. Система однотипных подзадач.
48. Доказательство устойчивости по правой части и начальным данным решения вспомогательной задачи для модифицированного уравнения влагопереноса.
49. Векторно-аддитивная схема для модифицированного уравнения влагопереноса. Устойчивость.

В результате *прохождения промежуточной аттестации (экзамена)* оценивание планируемых результатов обучения по дисциплине проводится по ниже следующей шкале.

Шкала оценивания планируемых результатов обучения

Семестр	**Шкала оценивания**			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	**Удовлетворительно (61-80 баллов)**	**Хорошо (81-90 баллов)**	**Отлично (91-100 баллов)**
3	Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36–50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61–70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61–65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Учебная работа по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине, включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма в баллах	**1-я точка**	**2-я точка**	**3-я точка**
1.	**Посещение занятий**	**10**	**3**	**3**	**4**
2.	**Текущий контроль:**	**до 30**	**до 10**	**до 10**	**до 10**
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	0 -15	0 - 5	0 -5	0- 5
3.	**Рубежный контроль**	**до 30**	**до 10**	**до 10**	**до 10**
	Тестирование	0- 12	0- 4	0- 4.	0- 4.
	Коллоквиум	0 – 18	0 - 6	0 -6	0- 6
4.	**Итого сумма текущего и рубежного контроля**	**до 70**	**до 23**	**до 23**	**до 24**
	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетво рительно»	не менее 36	не менее 12 б.	не менее 12 б	не менее 12б
	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 (51-69)	менее 23	менее 23	менее 24
	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70	не менее 23	не менее 23	не менее 24

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

По дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачёт 3 семестр. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции *УК-5, ПКС-1* представлены в таблице 7.

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	**Индикаторы достижения компетенций**	**Вид оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций**	**Основные показатели оценки результатов обучения**
УК-5 Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия.	**УК-5.1** Способен применить навыки межкультурного взаимодействия в различных социокультурных ситуациях, для самостоятельного анализа и оценки социальных явлений.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.3).	**Знать:** Различные исторические типы культур. **Уметь:** Понимать и воспринимать разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах. **Владеть:** Навыками формирования психологически-безопасной среды в профессиональной деятельности.
	УК-5.2 Способен определять и применять способы межкультурного взаимодействия в различных социокультурных ситуациях, применяя научную .терминологию		**Знать:** Механизмы межкультурного взаимодействия обществе на современном этапе, принципы соотношения общемировых и национальных культурных процессов. **Уметь:** Объяснить феномен культуры, её роль в человеческой жизнедеятельности. **Владеть:** Навыками межкультурного взаимодействия с учетом разнообразия культур.
ПКС-1 Способен проводить научные исследования и получать прикладные	**ПКС-1.1** Способен применить современный математический аппарат в	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые	**Знать:** Передовые научные достижения в области своих научных Интересов. **Уметь:**

результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	исследовательской деятельности при решении задач.	оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.3).	Систематизировать научные результаты, выделять из них главное, и удалять второстепенное, объективно оценивать результаты научных разработок, выполненных другими специалистами. **Владеть:** Современными методами решения научных задач в области своих научных интересов.
	ПКС-1.2 Способен применить методы внедрения и контроля результатов исследований и разработок, методы анализа результатов исследований и разработок самостоятельно и в составе научного коллектива.		**Знать:** Классические методы, применяемые в прикладной математике и информатике. **Уметь:** Самостоятельно выбирать эффективные методы решения поставленных задач и разрабатывать новые методы для получения новых научных и прикладных результатов. **Владеть:** Наукоемкими технологиями и пакетами прикладных программ для решения прикладных задач.

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 01.04.02- Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры), утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. № 13 (зарегистрировано в Минюсте

России «06» февраля 2018г. №49939).
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

7.2. Основная литература

1. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные вычисления. – Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/57105.html.— ЭБС «IPRbooks».
2. Тарасов, В. Н. Численные методы. Теория, алгоритмы, программы [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева. — Электронные текстовые данные. — Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 266 c. — 5-7410-0451-2. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71903.html
3. Костомаров, Д. П. Программирование и численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие / Д. П. Костомаров, Л. С Корухова, С. Г. Манжелей. — Электронные текстовые данные. — М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001. — 224 c. — 5-211-04059-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13108.html
4. Нахушева Ф.М., Керефов М.А., Водахова В.А., Кармоков М.М. Аддитивные схемы для задач математической физики. Учебное пособие. Изд. КБГУ. Нальчик, 2021. 180 с.
5. Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Векторные аддитивные схемы полной аппроксимации в математической физике (*Электронный учебник*). Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2014615479. 27.05.2014г.
6. Нахушева Ф.М., Керефов М.А., Исакова М.М. Методы решения многомерных задач математической физики (учебное пособие). Изд. КБГУ. Нальчик, 2017. 107 с.
7. Волков Е.А. Численные методы. – Санкт-Петербург: Лань, 2008, 256 с. http://e.lanbook.com/books
8. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику: учебное пособие. – Санкт-Петербург: Лань, 2008, 288 с.- http://e.lanbook.com/books/element.
9. Срочко В.А. Численные методы. Курс лекций. – Санкт-Петербург: Лань, 2010, 208 с. // https://e-lanbook.com

7.3. Дополнительная литература

1. Абрашина-Жадоева Н.Г., Романова Н.С. Многокомпонентные векторные схемы расщепления для решения многомерных задач математической физики // Диффенц. уравнения. Т.42. №7. 2006г., с. 883–894.

2. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989г.
4. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988г.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989г.
6. Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы решения эллиптических уравнений. М.: Наука. 1976г.
7. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Аддитивные схемы для задач математической физики. –М.: Наука, 1999г.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М.: Наука,1973г.
9. Шхануков–Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Векторные аддитивные схемы полной аппроксимации (методические рекомендации по изучению курса «Аддитивные схемы полной аппроксимации»). Нальчик. 2012г.

7.4. Периодические издания

1. Вестник СОГУ. Серия «Естественные науки», Владикавказ.
2. Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ).
3. Известия КБНЦ РАН. Нальчик.

7.5. Интернет-ресурсы

1. *http://www.EXPonenta.ru*
2. http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html
3. http://Math.ru
4. http://electrolibrary.narod.ru
5. http://lib.mexmat.ru
6. http://math-portal.ru
7. http://uchites.ru
8. http://softlab-portable.ru
9. http://intuit.ru
10. http://eduScan.net
11. http://ph4s.ru

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч. год)

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	**Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)**	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г. Бессрочное	Полный доступ
2.	**ЭБС «Консультант студента»**	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollegelib.ru	ООО «Консультант студента» (г. Москва) **Договор №750КС/07-2022** От 26.09.2022 г. Активен до 30.09.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
3.	**«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)**	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) **Договор №849КС/03-2023** от 11.04.2023 г. Активен до 19.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	**ЭБС «Лань»**	Электронные версии книг ведущих	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)	Полный доступ (регистрация

		издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.		**Договор №41ЕП/223** от 14.02.2023 г. Активен до 15.02.2024г.	по IP-адресам КБГУ)
5.	**ЭБС «Лань»**	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) **Договор №246ЕП/223** от 31.07.2023 г. Активен до 01.09.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	**Национальная электронная библиотека РГБ**	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://rusneb.ru/	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г. Бессрочный	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	**ЭБС «IPSMART»**	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) **Договор №75/ЕП-223** от 23.03.2023 г. Активен до 02.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	**ЭБС «IPSMART»**	Тематическая коллекция «Русский язык как	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа»	Полный доступ (регистрация

	(ЭОР РКИ)	иностранный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	http://www.ros-edu.ru/	(г. Москва) **Договор №142/ЕП-223** от 18.05.2023 г. срок предоставления лицензии: с 01.06.2023 по 01.06.2024	по IP-адресам КБГУ)
9.	**ЭБС «Юрайт» для СПО**	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://urait.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) **Договор №305/ЕП-223** От 27.10.2022 г. Активен до 31.10.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	**ЭБС «Юрайт» для ВО**	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://urait.ru/	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) **Договор №44/ЕП-223** От 16.02.2023 г. Активен с 01.03.2023 г. по 29.02.2024 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
11.	**Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье**	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	**Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина**	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и	http://www.prlib.ru	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) **Соглашение от**	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

		праву		**15.11.2016г.** Бессрочный	

7.6. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Учебная работа по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Курс изучается на лекциях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к практическим занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Целью практических занятий является обеспечение связи теории и практики. Практические занятия содействуют выработке у студентов умений и навыков применения знаний, полученных на лекциях и в ходе самостоятельной работы. В ходе практических занятий студенты приобретают профессиональные умения и навыки для решения практических задач и развития у них математического мышления, и интеллектуальных способностей.

Практические занятия позволяют углубить и закрепить теоретические знания в интересах профессиональной подготовки. Они позволяют продемонстрировать знания, умение читать и понимать учебные и научные материалы, а также применять их при решении конкретных задач прикладной математики.

Для подготовки к практическим занятиям следует использовать рекомендованную литературу и источники. Есть доступ к электронному варианту конспекта лекций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку.

Самостоятельная работа обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;

- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:
1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);

2) выполнение разноуровневых задач и заданий;

3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;

4) выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций и методические рекомендации по изучению курса. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы заданий. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;
- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к экзамену

Экзамен является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся в 3 семестре по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену, обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:
- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающемуся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к экзамену, доведенных до сведения обучающихся накануне.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твёрдое знание основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средства обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

№ п/п	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения	Кол-во
1.	*Операционная система РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»*	Российская Федерация	12 месяцев	1000
2.	Система оптического распознавания текста *SETERE OCR для РЭД ОС*	Российская Федерация	12 месяцев	30
3.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты *Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition*	Российская Федерация	12 месяцев	700
4.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров)	Российская Федерация	12 месяцев	1

	Webinar Enterprise TOTAL 150 участников			
5.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем *Асмо-графический редактор*	Российская Федерация	бессрочные	32
6.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы *Spider Project Professional*	Российская Федерация	бессрочные	16

8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

9. Лист изменений (дополнений)

в рабочую программу по дисциплине «Аддитивные схемы для задач математической физики» направления подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика направленности «Математическая физика и современные компьютерные технологии» на 2023-2024 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание
1.			
2.			
3.			

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол № 2 от «02» сентября 2023г.

Зав. кафедрой ___________А.Р. Бечелова