

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО
Руководитель образовательной
программы А.Х. Журтов
« 30 » мая 2023г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ»

Направление подготовки
01.03.01 - Математика
(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки
Алгебра, теория чисел, математическая логика
(наименование профиля подготовки)

Квалификация (степень) выпускника
(бакалавр)

Форма обучения
(очная)

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»
/сост. М.М. Исакова – Нальчик: КБГУ, 2023г. – 40 с.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.01 – Математика, 7 и 8 семестрах, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01-Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. №8 (зарегистрировано в Минюсте России «06» февраля 2018г. №49941).

Содержание

1	Цель и задачи освоения дисциплины	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины	5
4	Содержание и структура дисциплины	6
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	11
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности	24
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	26
	7.1 Нормативно-законодательные акты	26
	7.2 Основная литература	26
	7.3 Дополнительная литература	26
	7.4 Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал)	27
	7.5 Интернет-ресурсы	27
	7.6 Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы	30
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины	35
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины	38
	Приложения	

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели дисциплины:

- получение базовых знаний по дифференциальной геометрии и топологии: основы теории кривых и теории поверхностей, основы внутренней геометрии поверхностей, основы теории метрических и топологических пространств, основы компактных пространств, основы тензорного анализа;
- формирование умений и навыков по использованию методов дифференциальной геометрии и топологии в процессе обучения;
- развитие логического мышления;
- получение представления о проблемах обоснования математики;
- формирование исследовательских умений общенаучного, специализированного математического и методического характера;
- формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы.

Задачи дисциплины:

- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для восприятия и осмысления последующих курсов в блоке математических, информационных и методических дисциплин;
- заложить базовые знания, необходимые для осмысления математических, информационных и методических дисциплин;
- сформировать навыки математического моделирования мыслительного процесса в различных предметных областях;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- сформировать умения применять полученные знания для решения геометрических и топологических задач;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области дифференциальной геометрии и топологии и сопряженных с ней областях знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Излагается на базе аналитической геометрии, математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений. Получаемые знания лежат в основе математического образования, необходимы для понимания и освоения ряда математических наук и их приложений.

На знаниях, умениях и навыках, приобретенных в ходе изучения курса «Дифференциальная геометрия и топология» базируются такие дисциплины как «Функциональный анализ», «Тензорный анализ». Полученные знания востребованы в математическом моделировании, при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующей специальной профессиональной компетенции в соответствии с ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

ПКС-1. Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории.

Индикаторы достижения компетенции ПКС-1:

ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике.

ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.

В результате изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» студент должен:

ЗНАТЬ:

- определения основных понятий, и логических связей между ними;
- методы дифференциальной геометрии и топологии;
- основы теории кривых и поверхностей;
- основы внутренней геометрии поверхностей;
- основы теории метрических, топологических и компактных пространств;
- основы тензорного анализа;
- основы теории гладких многообразий;
- методы решения задач;
- формулировки теорем;
- описания алгоритмов (процессов построения объектов, решения задач, доказательств утверждений и др.).

УМЕТЬ:

- решать типичные задачи по дифференциальной геометрии и топологии;
- применять методы дифференциальной геометрии и топологии для изучения свойств геометрических фигур на плоскости и в пространстве;
- вычислять кривизну и кручение кривых;
- составлять уравнения касательных и нормалей к кривым;
- составлять уравнения эволюты и эвольвенты плоских кривых;
- составлять уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности;
- находить первую и вторую квадратичные формы поверхностей;
- классифицировать точки на поверхности;
- вычислять главные кривизны поверхности;
- вычислять среднюю и полную кривизны поверхности;
- вычислять геодезическую кривизну кривой на поверхности и находить уравнения геодезических линий;
- приводить примеры метрик на конечных множествах;
- приводить примеры метрических, топологических и компактных пространств;
- составлять атласы карт гладких многообразий;
- выполнять операции над тензорами.

ВЛАДЕТЬ:

- методами дифференциальной геометрии и топологии;
- методами математического анализа для изучения геометрических свойств фигур на плоскости и в пространстве;
- способами применения специальных математических и других способов познавательной деятельности к объектам дифференциальной геометрии и топологии (приемами анализа формулировок задач, теорем).

4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№	Наименование раздела / темы	Содержание раздела / темы	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5 ¹
1	Основные понятия теории кривых	Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых. Пространственные кривые. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация. Кривизна и кручение пространственных кривых. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.	ПКС-1	ДЗ, К, КР, РК, Т
2	Теория поверхностей	Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности. Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны. Средняя и гауссова кривизна	ПКС-1	ДЗ, К, КР, РК, Т

		поверхности. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.		
3	Топология	Множества. Открытые и замкнутые множества. Счетность, несчетность, континуум. Метрические и топологические пространства. Непрерывные отображение, гомеоморфизмы. Связность. Аксиомы отделимости. Компактность. Определение гладкого многообразия. Примеры многообразий. Гладкие отображения. Диффеоморфизм. Касательные векторы. Касательное пространство. Многообразие с краем. Проективное пространство. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Поднятие и опускание индексов. Кососимметрические тензоры. Связности. Ковариантная производная тензоров. Параллельный перенос векторных полей, геодезические.	ПКС-1	ДЗ, К, КР, РК, Т

¹ В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), домашнего задания (ДЗ) написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т) и т.д.

На изучение курса отводится 288 часа (8 з.е.), из них: контактная работа 142 ч., в том числе лекционных – 64 ч.; практических (семинарских) – 78 ч.; самостоятельная работа студента 110 часов; завершается 7 семестр – зачет (9 часов), 8 семестр – экзамен (27 часов).

Структура дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часы		
	7 семестр	8 семестр	Всего
Общая трудоемкость (в зачетных единицах)	3	5	8
Общая трудоемкость (в часах)	108	180	288
Контактная работа	70	72	142
Лекционные занятия (Л)	28	36	64
Практические занятия (ПЗ)	42	36	78
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	38	108	146
Расчетно-графическое задание	Не предусмотрены	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Реферат (Р)	Не предусмотрены	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Эссе (Э)	Не предусмотрены	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Контрольная работа (КР)	6	6	12
Самостоятельное изучение разделов / тем	23	75	98
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	Не предусмотрена	Не предусмотрена	Не предусмотрена
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	27	36
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Экзамен	

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
7 семестр	
1	<i>Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие кривой, способы задания кривых. Изучить понятия касательной и нормали кривой. Вывести уравнения касательной и нормали кривой для различных способов задания кривой. Изучить понятие кривизны плоских кривых.</i>
2	<i>Пространственные кривые. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация. Цель и задачи изучения темы –изучить понятие репера Френе. Изучить понятие длины дуги кривой, вывести формулы для ее вычисления. Ввести понятие естественной параметризации.</i>
3	<i>Кривизна и кручение пространственных кривых. Цель и задачи изучения темы –изучить понятия кривизны и кручения пространственных кривых. Вывести формулы для их вычисления для различных способов задания кривой.</i>
4	<i>Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента. Цель и задачи изучения темы–вывести формулы Френе и натуральные уравнения кривой. Изучить понятия эволюты и эвольвенты, вывести их уравнения.</i>
5	<i>Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Цель и задачи изучения темы – изучить понятие поверхности, способы задания поверхностей. Ознакомить студентов с понятиями касательной плоскости и нормали к поверхности. вывести их уравнения.</i>

6	<p><i>Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием соприкасающегося параболоида. Изучить классификацию точек поверхности.</p>
7	<p><i>Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятием первой квадратичной формы поверхности. Рассмотреть ее свойства и приложения.</p>
8	<p><i>Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятием второй квадратичной формы поверхности. Рассмотреть ее свойства. Изучить понятие индикатрисы Дюпена и вывести ее уравнение.</p>
8 семестр	
9	<p><i>Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны поверхности.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы - ознакомить студентов с понятиями: асимптотические направления; асимптотические линии; главные направления на поверхности; главные кривизны; линии кривизны поверхности. Вывести уравнения асимптотических линий, главных направлений и линий кривизны на поверхности. Вывести формулы для вычисления главных кривизн, средней и гауссовой кривизны.</p>
10	<p><i>Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – вывести деривационные формулы. Изучить понятия геодезической кривизны и геодезических линий кривой на поверхности. Вывести формулу для вычисления геодезической кривизны кривой на поверхности. Рассмотреть свойства геодезических линий и вывести их уравнения.</p>
11	<p><i>Множества. Открытые и замкнутые множества. Счетность, несчетность, континуум. Метрические и топологические пространства.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями: счетных и несчетных множеств. Изучить свойства счетных множеств. Изучить понятия метрических и топологических пространств. Рассмотреть примеры.</p>
12	<p><i>Непрерывные отображение, гомеоморфизмы. Связность. Аксиомы отделимости. Компактность.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятиями: непрерывные отображение, гомеоморфизмы. Изучить понятия связности и линейной связности. Рассмотреть аксиомы отделимости. Изучить понятие компактности, свойства компактных пространств.</p>
13	<p><i>Определение гладкого многообразия. Примеры многообразий. Гладкие отображения. Диффеоморфизм. Касательные векторы. Касательное пространство. Многообразие с краем. Проективное пространство.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием гладкого многообразия. Рассмотреть примеры. Изучить понятия карты и атласа карт на многообразии. Изучить понятие гладкого многообразия с краем.</p>
14	<p><i>Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Поднятие и опускание индексов. Кососимметрические тензоры. Связности.</i></p> <p>Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с понятием тензора. Рассмотреть алгебраические операции над тензорами. Изучить понятия кососимметрического тензора, внешних дифференциальных форм.</p>

Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)

№ п/п	Тема
7 семестр	
1	Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.
2	Пространственные кривые. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация.
3	Кривизна и кручение пространственных кривых.
4	Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.
5	Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6	Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.
7	Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.
8	Вторая квадратичная форма её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена.
8 семестр	
9	Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны поверхности.
10	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.
11	Множества. Открытые и замкнутые множества. Счетность, несчетность, континуум. Метрические и топологические пространства.
12	Непрерывные отображение, гомеоморфизмы. Связность. Аксиомы отделимости. Компактность.
13	Определение гладкого многообразия. Примеры многообразий. Гладкие отображения. Диффеоморфизм. Касательные векторы. Касательное пространство. Многообразие с краем. Проективное пространство.
14	Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Поднятие и опускание индексов. Кососимметрические тензоры. Связности.

Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине – не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины

№ п/п	Тема
1	Особые точки регулярных плоских кривых.
2	Асимптоты плоских кривых.
3	Особые точки регулярной поверхности.
4	Линейчатые поверхности. Поверхности вращения.
5	Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци.
6	Многомерные геометрические объекты – проективное пространство.

7	Аффинная карта проективного пространства.
8	Модели проективных пространств малой размерности.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.**

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля. Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» (контролируемая компетенция ПКС-1):

7 семестр

Тема 1. Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.

1. Кривые. Способы задания кривых.
2. Длина дуги кривой.
3. Касательная и нормаль кривой

Тема 2. Пространственные кривые. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация.

4. Пространственные кривые.
5. Репер Френе.
6. Сопровождающий трехгранник.
7. Естественная параметризация.

Тема 3. Кривизна и кручение пространственных кривых.

8. Кривизна пространственных кривых.
9. Кручение пространственных кривых.

Тема 4. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.

10. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
11. Эволюта кривой.
12. Эвольвента кривой.

Тема 5. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

13. Поверхности. Способы задания поверхностей.

14. Криволинейные координаты на поверхности.

15. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 6. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.

16. Соприкасающийся параболоид.

17. Классификация точек поверхности.

Тема 7. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.

18. Первая квадратичная форма поверхности, ее свойства.

19. Длина дуги кривой на поверхности.

20. Угол между кривыми на поверхности.

21. Площадь области поверхности.

Тема 8. Вторая квадратичная форма, её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена.

22. Вторая квадратичная форма, её свойства.

23. Инварианты пары квадратичных форм.

24. Индикатриса Дюпена.

25. Нормальные и главные кривизны. Теорема Менье.

26. Главные направления и главные кривизны на поверхности.

8 семестр

Тема 9. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны поверхности.

27. Асимптотические направления и асимптотические линии.

28. Главные кривизны и главные направления на поверхности.

29. Линии кривизны поверхности.

30. Теорема Эйлера.

31. Теорема Родрига.

Тема 10. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.

32. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.

33. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.

34. Геодезические линии и их свойства.

Тема 11. Множества. Открытые и замкнутые множества. Счетность, несчетность, континуум. Метрические и топологические пространства.

35. Множества. Операции над множествами. Мощность.

36. Открытые и замкнутые множества.

37. Счетность, несчетность, континуум.

38. Метрические пространства. Примеры.

39. Топологические пространства. Примеры.

Тема 12. Непрерывные отображение, гомеоморфизмы. Связность. Аксиомы отделимости. Компактность.

40. Непрерывные отображение, гомеоморфизмы.

41. Связность. Свойства.

42. Линейная связность.

43. Аксиомы отделимости.

44. Компактность. Свойства.

Тема 13. Определение гладкого многообразия. Примеры многообразий. Гладкие отображения. Диффеоморфизм. Касательные векторы. Касательное пространство. Многообразие с краем. Проективное пространство.

45. Определение гладкого многообразия. Примеры многообразий.
46. Гладкие отображения. Диффеоморфизм. Аксиомы счетности.
47. Касательные векторы. Касательное пространство.
48. Многообразие с краем. Проективное пространство.

Тема 14. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Поднятие и опускание индексов. Кососимметрические тензоры. Связности.

49. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Поднятие и опускание индексов.
50. Кососимметрические тензоры. Связности.
51. Внешние дифференциальные формы.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

2 балла ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

1 балл ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

0 баллов ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «2», «1», «0» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемая компетенция ПКС-1):

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология».

Задачи

Тема: Основные понятия теории кривых.

1. Пусть дана линия $x = t^3 - 2t$, $y = t^2 - 2$. Проверьте, лежат ли на ней точки $M(-1, -1)$, $N(4, 2)$, $P(1, 2)$. Найдите точки пересечения линии с осями координат. Найдите точку линии с минимальной ординатой. Запишите неявное уравнение линии.
2. Указать, какие линии изображаются параметрическими уравнениями:

$$x = a \sin^2 t, \quad y = b \cos^2 t.$$
3. Составить уравнение касательной и нормали к следующим линиям:

$$x = t^3 - 2t, \quad y = t^2 + 1 \quad \text{в точке } A(t = 1).$$

4. Напишите уравнения касательных к линии $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ в точке ее пересечения с гиперболой $y = \frac{1}{x + 1}$.

5. Найдите длину линии $x = 8at^3$, $y = 3a(2t^2 - t^4)$ между точками $t_1 = 0$, $t_2 = \sqrt{2}$.

6. Составить уравнения эвольвент параболы

$$x = t, y = \frac{1}{4}t^2.$$

7. Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали линии $x = t \sin t$, $y = t \cos t$, $z = te^t$ в начале координат.

8. Найти длину дуги линии $x = ct$, $y = c\sqrt{2} \ln t$, $z = \frac{c}{t}$ между точками $t = 1$, $t = 10$.

9. Найти кривизну и кручение следующих линий:

$$x = 2t, y = \ln t, z = t^2.$$

10. Докажите, что для следующих линий кривизна равна кручению:

1) $x = a \operatorname{ch} t$, $y = a \operatorname{sh} t$, $z = at$;

2) $x = 3t - t^3$, $y = 3t^3$, $z = 3t + t^3$

Тема: Теория поверхностей

1. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x = u + v$, $y = u - v$, $z = uv$ в точке $M(u = 2, v = 1)$.

2. Написать уравнение касательной плоскости к тору

$$x = (1 + 5 \cos u) \cos v, y = (1 + 5 \cos u) \sin v, z = 5 \sin u$$

в точке $M(u, v)$, для которой $\cos u = \frac{3}{5}$, $\cos v = \frac{4}{5}$ ($0 < u, v < \frac{\pi}{2}$).

3. Найти первую и вторую квадратичную форму следующих поверхностей вращения: $x = R \cos u \cos v$, $y = R \cos u \sin v$, $z = R \sin u$ — сфера.

4. Показать, что площади областей на параболоидах

$z = \frac{a}{2}(x^2 + y^2)$ и $z = axu$, проектирующиеся на одну и ту же область плоскости xOy , равны.

5. Найти, под каким углом пересекаются линии $u + v = 0$, $u - v = 0$ на прямом геликоиде $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$

6. Найти периметр и внутренние углы криволинейного треугольника

$u = \pm \frac{1}{2}av^2$, $v = 1$ расположенного на поверхности, у которой $ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2$.

7. Найти площадь криволинейного треугольника $u = \pm av$, $v = 1$ расположенного на поверхности с первой квадратичной формой

$$ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2.$$

8. Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = av.$$

9. Дана поверхность $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$. Найти в начале координат уравнение индикатрисы Дюпена.

10. Найти полную и среднюю кривизну прямого геликоида

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = av.$$

11. Найти линии кривизны следующей поверхности

$$x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = v.$$

12. Исследовать характер точек на следующих поверхностях второго порядка

- а) эллипсоид;
- б) однополостный гиперболоид;
- в) эллиптический параболоид.

13. Найти геодезическую кривизну винтовых линий $u = \text{const}$, лежащих на прямом геликоиде $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$.

14. Найти геодезические линии прямого геликоида $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$.

15. Найти асимптотические линии катеноида

$$x = ch u \cos v, y = ch u \sin v, z = u.$$

Тема: Топология

1. Показать, что сфера $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$ является гладким многообразием.
2. Показать, что 2-мерный тор является гладким многообразием.
3. Показать, что на сфере $R^n \subset R^{n+1}$ нельзя ввести атлас, состоящий из одной карты.
4. Показать, что эллипсоид $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ является гладким многообразием. Построить атлас карт.
5. Привести пример подмногообразия. Обосновать пример.
6. Показать, что величина Γ_{ijk} – символы Кристоффеля 1-го рода не образует тензор.
7. Разность $S_{ij}^k = \Gamma_{ij}^k - \Gamma_{ji}^k$ называется кручением связности Γ_{ij}^k . Показать, что величина Γ_{ij}^k образует тензор.
8. Привести пример ковариантного тензора. Обосновать.
9. Пусть $\delta_i^j = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j \\ 0, & \text{если } i \neq j \end{cases}$. Показать, что $\{\delta_i^j\}$ – тензор валентности (1,1).
10. Пусть $\{\xi^i\}$ – тензор валентности (2,0). δ_i^j – символ Кронекера. Показать, что числа η_{ij} , удовлетворяющие условию $\xi^{ij}\eta_{ij} = \delta_i^j$ образуют тензор валентности (0,2).
11. Пусть a – тензор валентности (p, q) . Образуют ли величины $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$ тензор? Какой валентности?
12. Пусть a – тензор валентности (0,2); b – тензор валентности (1,0). Является ли их произведение тензором? Какой валентности?
13. Вычислить интеграл от внешней формы $\omega = xdy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy$ по области $D(|u| < 1; |v| < 2)$ на поверхности $x = u + v$; $y = u - v$; $z = uv$, ориентированной системой координат u, v .
14. Построить топологические пространства их трех точек.
15. Построить пример топологического пространства X , такого, что его некоторое подмножество $Y \subset X$ (указать Y) замкнутого, ограничено, не является компактом.

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (3 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (2 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1 балл) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемая компетенция ПКС-1):

Типовые Варианты контрольных работ:

7 семестр

Вариант 1.

1. Укажите, какие линии изображаются параметрическими уравнениями:

$$x = a \sin^2 t, y = b \cos^2 t.$$

2. Дана линия $\vec{r} = \{2t, \ln t, t^2\}$. Найдите единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали при значении $t = 1$.

3. Дана линия $\vec{r} = \{2t, \ln t, t^2\}$. В точке $(2, 0, 1)$ составьте уравнения нормальной, соприкасающейся, спрямляющей плоскостей.

4. Составьте уравнения главной нормали и бинормали следующих линий в указанных точках:

1) $x = t, y = t^2, z = e^t$ при $t = 0$;

2) $x = t, y = t^2, z = t^3$ при $t = 1$.

Вариант 2.

1. Вычислите длину линии $y = \ln \cos x$ между точками $x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{2}$

2. Найдите длину линии $x = 8at^3, y = 3a(2t^2 - t^4)$ между точками $t_1 = 0, t_2 = \sqrt{2}$.

3. Найти кривизну линии $y = \sin x$.

4. Составьте уравнения эволют следующей линии $x = a \cos^3 t, y = b \sin^3 t$.

Вариант 3.

1. Составьте уравнения эвольвент параболы $x = t, y = \frac{1}{4}t^2$.

2. Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали линии $x = t \sin t, y = t \cos t, z = te^t$ в начале координат.

3. Составить уравнение касательной и нормали к следующим линиям:

$(x^2 + y^2)x - ay^2 = 0$ в точке $A\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$.

4. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к следующей поверхности в указанной точке:

$x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0$ в точке $M(3, 1, -1)$.

Вариант 4.

1. Дана поверхность $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$.

1) Найти первую квадратичную форму.

2) Вычислить длину дуги линии $v = au$ между точками ее пересечения с линиями $u = 1, v = 2$.

2. Найти первую квадратичную форму поверхности:

$x = 2 \cos u, y = 2 \sin u, z = av \quad (a \neq 0, a = \text{const})$.

3. Найти вторую квадратичную форму следующей поверхности вращения:

$x = a \cos u \cos v, y = a \cos u \sin v, z = c \sin u$ — эллипсоид вращения.

4. Найти вторую квадратичную форму следующей поверхности вращения:

$x = R \cos v, y = R \sin v, z = u$ — круговой цилиндр.

Вариант 5.

1. Найти вторую квадратичную форму следующей поверхности $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$.

2. Дана поверхность $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$. Найти в начале координат уравнение индикатрисы Дюпена.

3. Найти полную и среднюю кривизну следующей поверхности вращения:

$x = R \cos v, y = R \sin v, z = u$ — круговой цилиндр.

8 семестр

Вариант 1.

1. Вычислить главные кривизны поверхности $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ в точке $M(0, 0, 0)$.

2. Если в некотором произвольном множестве положим расстояние

$\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x = y \\ 1, & \text{если } x \neq y \end{cases}$ то получим ли метрическое пространство?

3. На множестве $X = \{a, b, c\}$ укажите самую сильную топологию.

Вариант 2.

1. На множестве $X = \{a, b, c\}$ укажите самую слабую топологию.

2. Интервал $(0, 1)$ не является компактным пространством.

3. Является ли связным, но не линейно связным пространством подпространство M на плоскости R^2 , состоящее из объединения графика функции $y = \sin \frac{1}{x}$ и вертикального отрезка $[-1; 1]$ на оси Oy .

Вариант 3.

1. Пусть $\{\xi^{ij}\}$ тензор валентности $(2, 0)$, δ_k^j — символ Кронекера. Показать, что числа η_{jk} , удовлетворяющие условию образуют тензор валентности $(0, 2)$.

2. Пусть a и b тензоры валентности (p, q) . Образуют ли величины $a - b, a + b, a \cdot b$ тензор? Какой валентности?

3. Пусть a – тензор валентности $(0,2)$; b – тензор валентности $(1,0)$. Является ли их произведение тензором? Какой валентности?

4. Пусть $\bar{r} = \bar{r}(u_1, u_2)$, $g_{ik} = (\bar{r}_i, \bar{r}_j)$; $i, j = 1, 2$, $\bar{r}_1 = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u_1}$, $\bar{r}_2 = \frac{\partial \bar{r}}{\partial u_2}$. Образуют ли величины g_{ij}

тензор? Какой валентности?

Вариант 4.

1. Пусть $M = R^1$ – вещественная прямая, атлас карт состоит из двух одинаковых карт $U_1 = U_2 = M = R^1$, но с разными системами координат, на U_1 зададим координату $x_1 = x$, $x \in R^1$, а на U_2 координату зададим формулой $x_2 = x^3$. Является ли M гладким многообразием с атласом карт $\{U_1 U_2\}$?

2. Является ли свертка любого тензора типа (p, q) по любой паре индексов (верхнему и нижнему) снова тензором? Какого типа?

3. Вычислить интеграл от формы $\omega = x^2 dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy$ по области $D(-1 < u < 1, -1 < v < 1)$ на поверхности $x = u + v, y = u - v, z = uv$ ориентированной системы координат u, v .

Вариант 5.

1. Пусть $M = R^1$ – вещественная прямая, атлас карт состоит из двух одинаковых карт $U_1 = U_2 = M = R^1$, но с разными системами координат, на U_1 зададим координату $x_1 = x$, $x \in R^1$, а на U_2 координату зададим формулой $x_2 = x^2$. Является ли M гладким многообразием с атласом карт $\{U_1 U_2\}$?

2. Является ли произведение любых тензоров типа (p, q) снова тензором? Какого типа?

3. Вычислить интеграл от формы $\omega = 2x^2 dy \wedge dz + 2y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy$ по области $D(-1 < u < 1, -1 < v < 1)$ на поверхности $x = 2u + v, y = u - v, z = uv$ ориентированной системы координат u, v .

4. Дифференциальная форма ω называется замкнутой, если $d\omega = 0$. Является ли замкнутой дифференциальная форма

$$\omega = z^2(x - y)dx \wedge dy + x^2(y - x)dy \wedge dz + y^2(z - x)dz \wedge dx?$$

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

5-6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3-4 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее 3 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

5.2.2.Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» (контролируемая компетенция ПКС-1):

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС -

<http://open.kbsu.ru/moodle/enrol/index.php?id=1210>

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

Выберите правильный ответ

1. Указать, какая линия задается уравнением в полярных координатах: $\varphi = \frac{\pi}{6}$

-: прямая $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$

-: окружность $x^2 + y^2 = 1$

+: часть прямой $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$, где $x \geq 0$

-: прямая $y = \sqrt{3}x$

2. Указать, какая линия изображается параметрическими уравнениями:

$$x = t^2 - 2t + 3, \quad y = t^2 - 2t$$

+: прямая $x - y - 3 = 0$

-: прямая $x + y - 3 = 0$

-: парабола $y^2 = x - 3$

-: окружность $x^2 + y^2 = 1$

3. Уравнением касательной к линии $x = t^2$, $y = t - 1$ в точке $A(t = 1)$ является ...

+: $x - 2y - 1 = 0$

-: $2x + y - 1 = 0$

-: $x - 2y - 3 = 0$

-: $2x + y - 3 = 0$

4. Уравнением нормальной плоскости линии $x = 2t$, $y = \ln t$, $z = t^2$ в точке $t = 1$ является:

-: $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$

-: $2x - y - 2z + 6 = 0$

-: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$

+: $2x + y + 2z - 6 = 0$

5. Уравнением соприкасающейся плоскости линии $x = t + 1$, $y = t^2$, $z = e^t$ в точке $t = 0$ является:

-: $x + 2y + 2z - 4 = 0$

-: $x - 2y + z - 4 = 0$

-: $2x - y - 2z + 4 = 0$

+: $2x + y + 2z - 4 = 0$

16. Единичный вектор касательной $\bar{\tau}$ линии $x = t, y = e^t, z = t^2$ при $t = 0$ равен:

$$+: \bar{\tau} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right\}$$

$$-: \bar{\tau} = \left\{ 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right\}$$

$$-: \bar{\tau} = \{1; 1; 0\}$$

$$-: \bar{\tau} = \{1; 0; 0\}$$

7. Единичный вектор бинормали $\bar{\beta}$ линии $\bar{r} = \{t, t^2, t^3\}$ в точке $A(t = 0)$ равен:

$$-: \bar{\beta} = \{0; 0; 2\}$$

$$-: \bar{\beta} = \{0; 2; 0\}$$

$$+: \bar{\beta} = \{0; 0; 1\}$$

$$-: \bar{\beta} = \{2; 0; 0\}$$

8. Уравнением касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3, 4, 12)$ является:

$$+: 3x + 4y + 12z - 169 = 0$$

$$-: 3x - 4y + 12z + 169 = 0$$

$$-: \frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-12}{12}$$

$$-: \frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-12}{-12}$$

9. Коэффициент N второй квадратичной формы поверхности $z = \alpha xy$ равен:

$$-: 0$$

$$+: \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2 y^2 + \alpha^2 x^2}}$$

$$-: \frac{2\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2 y^2 + \alpha^2 x^2}}$$

$$-: 1$$

10. Средняя кривизна параболоида $z = 2(x^2 + y^2)$ в точке $P(0; 0; 0)$ равна ..., если в этой точке главные кривизны $k_1 = 4, k_2 = 4$

$$+: 4$$

$$-: 8$$

$$-: 16$$

$$-: 12$$

11. Уравнением индикатрисы Дюпена поверхности $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$ в начале координат является:

$$+: \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

$$-: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

12. Точки на поверхности, имеющей первую квадратичную форму

$I = du^2 + \cos^2 u dv^2$ и вторую квадратичную форму $II = du^2 + \cos^2 u dv^2$, являются ...

+: эллиптическими точками

-: гиперболическими точками

-: параболическими точками

-: точками уплощения

13. Точка x_0 топологического пространства X называется... подмножества M из X , если x_0 обладает окрестностью U_0 , целиком содержащейся в M .

+: внутренней точкой

-: граничной точкой

-: предельной точкой

-: изолированной точкой

14. Из указанных топологий на множестве $X = \{a, b, c, \}$ самой сильной является:

-: $\tau = \{\emptyset, X\}$

-: $\tau = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}\}$

+: $\tau = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

-: $\tau = \{\emptyset, X, \{a, b\}\}$

15. Свертка любого тензора типа (p, q) по любой паре индексов (верхнему и нижнему) есть снова тензор типа ...

-: (p, q)

-: $(p - 1, q - 1)$

+: $(p + 1, q + 1)$

-: $(p - 1, q)$

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 89 – 100% от общего объема заданных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 – 88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 – 69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30 – 49% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 – 29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» в виде проведения зачета или экзамена.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЧЕТ 7 СЕМЕСТР

(контролируемая компетенция ПКС-1):

1. Кривые. Способы задания кривых.
2. Длина дуги кривой.
3. Касательная и нормаль кривой.
4. Пространственные кривые. Репер Френе. Сопровождающий трехгранник.
5. Кривизна пространственных кривых.
6. Кручение пространственных кривых.
7. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
8. Эволюта и эвольвента кривой.
9. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности.
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.
12. Первая квадратичная форма поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности.
13. Вторая квадратичная форма и ее свойства.
14. Нормальные и главные кривизны. Теорема Менье.
15. Главные направления и главные кривизны на поверхности.

ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН 8 СЕМЕСТР

(контролируемая компетенция ПКС-1):

1. Кривые. Способы задания кривых.
2. Длина дуги кривой.
3. Касательная и нормаль кривой.
4. Пространственные кривые. Репер Френе. Сопровождающий трехгранник.
5. Кривизна пространственных кривых.
6. Кручение пространственных кривых.
7. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
8. Эволюта и эвольвента кривой.
9. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности.
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.
12. Первая квадратичная форма поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности.

13. Вторая квадратичная форма и ее свойства.
14. Нормальные и главные кривизны. Теорема Менье.
15. Главные направления и главные кривизны на поверхности.
16. Теорема Эйлера.
17. Теорема Родрига.
18. Средняя и гауссова кривизна поверхности.
19. Линии кривизны.
20. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.
21. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
22. Геодезические линии на поверхности. Их свойства.
23. Асимптотические направления. Асимптотические линии.
24. Классификация точек поверхности.
25. Индикатриса Дюпена.
26. Множества. Операции над множествами. Мощность. Счетность, несчетность, континуум.
27. Открытые множества. Свойства.
26. Замкнутые множества. Свойства.
27. Метрические и топологические пространства. Примеры.
28. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. Аксиомы счетности.
29. Связность. Линейная связность.
30. Аксиомы отделимости.
31. Компактные пространства. Свойства.
32. Гладкие многообразия. Гладкие отображения. Диффеоморфизм.
33. Касательные векторы. Касательное пространство. Многообразие с краем.
34. Тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Кососимметрические тензоры. Внешние дифференциальные формы.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0-15 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» в VII семестре является зачет, а VIII семестре является экзамен.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложение 2.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации (зачет):

Для получения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины в 7 семестре, студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал число баллов в пределах от 36 до 61, то он допускается к сдаче зачета. По итогам зачета он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачета.

Оценка «**зачтено**» - уровень знаний студента соответствует требованиям:

– студент свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

– относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

– в процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

Оценка «**не зачтено**» - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации (экзамен):

«**отлично**» 91-100 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

«**хорошо**» 81-90 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа

выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

«удовлетворительно» 61-80 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

«неудовлетворительно» 36-60 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ПКС-1 представлены в таблице 7

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
<p>ПКС-1</p> <p>Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории</p>	<p>Знать терминологию, основные результаты и методы предметной области, а также этические нормы поведения и использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь разработать план и структуру своего выступления, последовательно, грамотно и публично представлять свои знания с учетом уровня аудитории.</p> <p>Владеть навыками публичной речи, аргументации, ведения дискуссии и полемики, общения с аудиторией в нетипичных ситуациях.</p>	<p>ИД-1_ ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике</p> <p>ИД-2_ ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (<i>раздел 5.1.1</i>)</p> <p>Оценочные материалы для самостоятельной работы (<i> типовые задачи раздел 5.1.2</i>)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (<i>раздел 5.2.1</i>)</p> <p> типовые тестовые задания (<i>раздел 5.2.2</i>)</p> <p> типовые оценочные материалы к зачету и экзамену (<i>раздел 5.3</i>)</p>

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить

- умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории (ПКС-1).

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 №273-ФЗ http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

7.2. Основная литература.

3. Хорькова, Н.Г. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. Кривые в пространстве : учебное пособие / Н.Г. Хорькова. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 68 с. — ISBN 978-5-7038-4435-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103591>
4. Хорькова, Н.Г. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. Поверхности в пространстве : методические указания / Н.Г. Хорькова. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 97 с. — ISBN 978-5-7038-4614-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103605>
5. Нагребецкая Ю.В. Дифференциальная геометрия : практикум / Нагребецкая Ю.В., Перминова О.Е.. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2017. — 72 с. — ISBN 978-5-7996-2062-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/107033.html>
6. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / И.В. Киреев [и др.]. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. — 102 с. — ISBN 978-5-7638-3622-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/84148.html>
7. Радченко, В. П. Тензорная алгебра и дифференциальная геометрия : учебное пособие / В. П. Радченко, Н. Н. Попов. — Самара : АСИ СамГТУ, 2018. — 29 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/127746>
8. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие / В. И. Паньженский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1979-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168849>
9. Подран, В. Е. Элементы топологии : учебное пособие / В. Е. Подран. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 188 с. — ISBN 978-5-8114-5835-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147138>
10. Блатов, И. А. Геометрия и топология : учебное пособие / И. А. Блатов, О. В. Старожилова. — Самара : ПГУТИ, 2017. — 220 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/182324>

7.3. Дополнительная литература

11. Манфредо П. до Кармо Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей [Электронный ресурс]// Манфредо П. до Кармо— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013.— 608 с.— Режим доступа:

<http://www.iprbookshop.ru/28887.html>. — ЭБС «IPRbooks»

12. Мишачев Н.М. Дифференциальная геометрия и тензорный анализ [Электронный ресурс]: задания к типовому расчету/ Мишачев Н.М., Тюрин В.М.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.— 17 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22865.html>.— ЭБС «IPRbooks»
13. Щетинин А.Н. Введение в тензорный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Щетинин А.Н., Губарева Е.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2012.— 40 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31382.html>. — ЭБС «IPRbooks»
14. Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии: учебник / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 208 с. — ISBN 978-5-9221-1360-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59618>
15. Погорелов А.В. Лекции по дифференциальной геометрии. Харьков, 1967г.
16. Келли Дж. Общая топология. М.: Наука, 1981г. -432с.
17. Асташова И.В. Геометрия и топология [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В., Никишкин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 94 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10645.html>. — ЭБС «IPRbooks»
18. Элементы топологии и дифференциальной геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие/ — Электрон. текстовые данные.— М.: Московский городской педагогический университет, 2010.— 144 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26669.html>.
19. Мищенко А.С. Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Изд. Моск. ун – та. - М., 1980г. – 439 с.
20. Мищенко А. С., Соловьев Ю. П., Фоменко А. П. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. Изд. Моск. ун – та. М., 1981 г. –182 с.

7.4. Периодические издания

21. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
22. Известия РАН. Серия математическая
23. Успехи математических наук.

7.5. Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» студентам полезно пользоваться следующими Интернет – ресурсами:

– общие информационные, справочные и поисковые:

24. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
25. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
26. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

– к современным профессиональным базам данных:

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных	http://elibrary.ru	Полный доступ

		научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе		
2.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollegelib.ru	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	https://e.lanbook.com/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://rusneb.ru/	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPSMART»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700	http://iprbookshop.ru/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.		
8.	ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)	Тематическая коллекция «Русский язык как иностраный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	http://iprbookshop.ru/ http://www.ros-edu.ru/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://urait.ru/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	ЭБС «Юрайт» для ВО	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://urait.ru/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
11.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	Доступ по IP- адресам КБГУ
12.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, русской государственности, русскому языку и праву	http://www.prilib.ru	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

Кроме того обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

27. Полнотекстоваябазаданных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.

28. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

29. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия

30. Глоссарий по математике http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg

31. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>

32. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com/>

7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.

Учебная работа по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану Направления 01.03.01 – Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

Методические рекомендации по изучению дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» для обучающихся

Цель курса «Дифференциальная геометрия и топология» - подготовка обучающихся, обладающих знаниями в теории кривых и поверхностей, внутренней геометрии поверхностей, теории метрических и топологических пространств, теории компактных пространств и тензорного анализа.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из

рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры. Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа (по В.И. Далу «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него

профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;
4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.

2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
- выделить ключевые слова в тексте;
- постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к экзамену:

Экзамен в VIII-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой К

экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносятся материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердые знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала.

Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (Библиотека КБГУ, Информационный блок КБГУ) оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КБГУ.

Реализация программы бакалавриата обеспечена необходимым комплектом следующего лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения:

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

лицензионное программное обеспечение:

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business;

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12;

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный.

свободно распространяемые программы:

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами.

При осуществлении образовательного процесса студентами и преподавателем используются следующие информационно справочные системы: ЭБС «АйПиЭрбукс», ЭБС «Консультант студента», СПС «Консультант плюс», СПС «Гарант».

8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология»
по направлению подготовки 01.03.01 – Математика;
Профиль: Алгебра, теория чисел, математическая логика
на _____ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № от «__» _____ 20__ г.

Зав. кафедрой А и ДУ _____ /М.С. Нирова/

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2.	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
3.	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 10б.	от 0 до 3б.	от 0 до 3б.	от 0 до 4б.
	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70 баллов	до 23 баллов	до 23 баллов	до 24 баллов
5.	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36б.	не менее 12б.	не менее 12б.	не менее 12б.
6.	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70б. (51-69 б.)	менее 23б.	менее 23б.	менее 24б.
7.	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70б.	не менее 23б.	не менее 23б.	не менее 24б.

Шкала оценивания планируемых результатов обучения

Текущий и рубежный контроль

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
7-8	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

**Промежуточная аттестация
(для зачёта)**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
7	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопроси частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопросили частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

**Промежуточная аттестация
(для экзамена)**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетвори- тельно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
8	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример.</p> <p>Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопросы частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопросы частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно.</p> <p>Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>