

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель образовательной  
программы А.Х. Журтов  
« 30 » мая 2023г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИФ и М  
Б.М. Кунтеев  
« 30 » мая 2023г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МАТРИЧНЫЕ ГРУППЫ»**

Направление подготовки  
01.03.01 Математика  
код и наименование направления подготовки

Профиль подготовки  
Алгебра, теория чисел, математическая логика  
(наименование профиля подготовки)

Квалификация (степень) выпускника  
(бакалавр)

Форма обучения  
(очная)

Нальчик, 2023

Рабочая программа дисциплины «Матричные группы» /сост. У.М. Пачев –  
Нальчик: КБГУ, 2023г.

Рабочая программа дисциплины «Матричные группы» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.01 – Математика, 8 семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01-Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. №8 (зарегистрировано в Минюсте России «06» февраля 2018г. №49941).

## Содержание

1	Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины.....	4
4	Содержание и структура дисциплины.....	5
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	8
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности.....	16
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	17
	7.1. Нормативно-законодательные акты.....	17
	7.2. Основная литература.....	17
	7.3. Дополнительная литература.....	18
	7.4. Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал).....	19
	7.5. Интернет-ресурсы .....	19
	7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	21
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	26
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	28
	Приложения	

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

### Цели дисциплины:

- изучение основных понятий по теории матричных групп.
- дальнейшее расширение и углубление начальных знаний по теории групп и их дальнейших свойств.
- формирование умений и навыков по использованию аппарата теории конечных групп на множестве невырожденных квадратных матриц.
- формирование умений иллюстрировать теоретические положения дисциплины соответствующими примерами.
- формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы.

### Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий, определения и утверждения теории матричных групп и их основные свойства;
- изучение приложений теории матричных групп в других областях математики;
- приобретение навыков решения задач по теории матричных групп и их приложениям.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

В структуре ОПОП ВО академического бакалавриата дисциплина «Матричные группы» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» по направлению подготовки 01.03.01 – Математика.

Дисциплина «Матричные группы» является дальнейшим продолжением в изучении основных алгебраических структур. Понятие матриц и операции над ними изучались в курсе высшей алгебры и находили применения только в алгебре и теории чисел. Однако в последние десятилетия связи матриц с разными областями математики и ее прикладными разделами существенно расширились.

Дисциплина является важным звеном в дальнейшем математическом образовании студента и входит в блок профессиональных дисциплин.

## 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующей профессиональной компетенции в соответствии с ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

**ПКС-4.** Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:*

**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

**ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках

В результате изучения дисциплины «Матричные группы» студент должен:

### **ЗНАТЬ:**

- определения основных понятий из теории матричных групп.
- Основные свойства матричных групп;
- Некоторые приложения матричных групп к другим теориям;
- способ построения матричной группы.

### **УМЕТЬ:**

- определять операции над матрицами
- строить матричную группу
- применять матричные группы к другим теориям.

**ВЛАДЕТЬ:**

- методами теории конечных групп;
- аппаратом теории матричных групп;
- методами доказательства теорем;
- приемами анализа формулировок теорем из теории конечных групп.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

**Таблица 1.** Содержание дисциплины «Матричные группы», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела/темы	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3		4 <sup>1</sup>
1	Матрицы. Операции над матрицами.	Умножение матриц. Свойства. Группа квадратных матриц. Сложение и умножение матриц на число. Свойства. Определитель произведения матриц. Обратная матрица. Группы ортогональных и унитарных матриц.	ПКС -4	УО, К, КР, РК, Т
2	Матричные группы.	Группа $GL(n,q)$ . Основные свойства. Подгруппы полной линейной группы. Группа $SL(n,q)$ . Основные свойства. Группа кватернионных матриц. Подгруппы полной линейной группы над полем нулевой характеристики.	ПКС -4	УО, К, КР, РК, Т
3	Структура матричных групп.	Инволюции в матричных группах. Примеры. Идемпотенты в матричных группах. Примеры. Структура некоторых матричных групп: $GL(2,5)$ , $GL(3,5)$ , $SL(2,5)$ , $GL(3,3)$ , $SL(3,5)$ . Проективные специальные линейные группы. Теорема Жордана-Диксона о проективной специальной группе над конечным полем.	ПКС -4	УО, К, КР, РК, Т

<sup>1</sup> В графе 4 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита контрольной работы (КР), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), устный опрос (УО) и др..

На изучение курса отводится 144 часов (4 з.е.), из них: контактная работа 60ч., в том числе лекционных – 24 часов; практических (семинарских) – 48 часов; самостоятельная работа студента 75 часов; завершается зачетом с оценкой (9 часов).

**Таблица 2. Структура дисциплины**

*Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 5 зачетных единиц (180 часов)*

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	8 семестр	всего
<b>Общая трудоемкость (в зачетных единицах)</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
Лекционные занятия (Л)	36	36
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Семинарские занятия (СЗ)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Лабораторные работы (ЛР)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
Расчетно-графическое задание	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Реферат (Р)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Эссе (Э)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Контрольная работа (КР)	6	6
Самостоятельное изучение разделов/тем	57	57
Курсовой проект (КП), Курсовая работа (КР)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Зачет с оценкой</b>	<b>Зачет с оценкой</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	Умножение матриц. Свойства. Группа квадратных матриц. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – раскрыть смысл операций умножения матриц. Изучить связь этой операции с линейными преобразованиями. Рассмотреть свойства умножения матриц.
2	Сложение и умножение матриц на число. Свойства. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – напомнить операции сложения матриц и умножения матрицы на числа и их свойства. Доказать дистрибутивные законы, связывающие эти операции. Рассмотреть матричный смысл умножения матрицы на число.
3	Определитель произведения матриц. Обратная матрица. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить вопросы связанные с определителями матрицы. Доказать теорему об определителе произведения матриц. Дать

	способы нахождения обратной матрицы. Рассмотреть групповое свойство квадратных матриц.
4	Группы ортогональных и унитарных матриц. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятия ортогональной и унитарной матрицы. Доказать групповое свойство этих матриц. Изучить их связь с векторными пространствами.
5	Группа $GL(n, q)$ . Основные свойства. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие полной линейной группы над полем. Изучить основные свойства.
6	Подгруппы полной линейной группы. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить вопрос о подгруппах группы $GL(n, q)$ .
7	Группа $SL(n, q)$ . Основные свойства. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие специальной линейной группы. Изучить свойства такой группы.
8	Группа кватернионных матриц. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать матричное представление кватернионов. Изучить группу кватернионных матриц.
9	Подгруппы полной линейной группы над полем нулевой характеристики. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить вопрос о подгруппах полной линейной группы над полем нулевой характеристики.
10	Инволюции в матричных группах. Примеры. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие инволюции в матричных группах. Рассмотреть его свойства и разобрать примеры на это понятие.
11	Идемпотенты в матричных группах. Примеры. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие идемпотентной матрицы. Изучить ее свойства и рассмотреть примеры.
12	Структура некоторых матричных групп: $GL(2, 5)$ , $GL(3, 5)$ , $SL(2, 5)$ , $GL(3, 3)$ , $SL(3, 5)$ . <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить структуры некоторых линейных групп. Разобрать соответствующие примеры. Доказать формулы для порядков таких групп.
13	Проективные специальные линейные группы. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – ввести понятие проективной специальной линейной группы. Вывести формулу для порядка такой группы.
14	Теорема Жордана-Диксона о проективной специальной группе над конечным полем. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – доказать теорему Жордана-Диксона о проективной специальной группе над конечным полем. для этого предварительно доказать лемму, дающую признак простоты группы преобразований заданного множества.

**Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)**

№ п/п	Тема
1	Умножение матриц. Свойства. Группа квадратных матриц.
2	Сложение и умножение матриц на число. Свойства.
3	Определитель произведения матриц. Обратная матрица.
4	Группы ортогональных и унитарных матриц.
5	Группа $GL(n, q)$ . Основные свойства.
6	Подгруппы полной линейной группы.
7	Группа $SL(n, q)$ . Основные свойства.

8	Группа кватернионных матриц.
9	Подгруппы полной линейной группы над полем нулевой характеристики.
10	Инволюции в матричных группах. Примеры.
11	Идемпотенты в матричных группах. Примеры.
12	Структура некоторых матричных групп: $GL(2,5)$ , $GL(3,5)$ , $SL(2,5)$ , $GL(3,3)$ , $SL(3,5)$ .
13	Проективные специальные линейные группы.
14	Теорема Жордана-Диксона о проективной специальной группе над конечным полем.

**Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине – не предусмотрены**

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Тема
1	Матрицы, обратная к произведению двух матриц.
2	Специальная линейная группа над конечным полем и ее порядок.
3	Инволюция в матричных группах.
4	Циклические подгруппы в матричных группах.

## 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация**.

**5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.** Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

**Текущий контроль** успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Матричные группы» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

### 5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Матричные группы» (контролируемые компетенции ПКС-4,)

**Тема 1.** Множество прямоугольных матриц. Операции над матрицами.



1. Умножение матриц. Свойства. Группа квадратных матриц.
2. Сложение и умножение матриц на число. Свойства.
3. Определитель произведения матриц. Обратная матрица.

#### **Тема 2. Матричные группы.**

4. Группа  $GL(n, q)$ . Основные свойства.
5. Группа  $SL(n, q)$ . Основные свойства.

#### **Тема 3. Структура матричных групп.**

6. Инволюции в матричных группах. Примеры.
7. Идемпотенты в матричных группах. Примеры.
8. Структура некоторых матричных групп:  $GL(2, 5)$ ,  $GL(3, 5)$ ,  $SL(2, 5)$ ,  $GL(3, 3)$ ,  $SL(3, 5)$ .

#### **Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Матричные группы». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

**В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:**

**2 балла** ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**1 балл** ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

**0 баллов** ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «2», «1», «0» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

#### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи), (контролируемые компетенции ПКС -4).**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Матричные группы».

#### **Задачи**

##### **Тема. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства.**

1. Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ , если

$$f(x) = 3x^2 + 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить  $5A - 3B + 2C$ ,

где  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Найти произведение матриц  $ABC$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти обратную для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

6. Проверить выполняется ли равенство  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ,

$$\text{если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить  $A^2 - B^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

8. Вычислить  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^6$ .

9. Вычислить матрицу  $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^n$ ,

10. Вычислить матрицу  $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$ .

### Тема. Матричные группы.

1. Могут ли две матрицы одного и того порядка одна вырожденная и другая невырожденная входить в некоторую матричную группу.

2. Выяснить, образует ли группу множество невырожденных матриц порядка  $n$  с действительными элементами относительно умножения.

3. Вычислить  $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^5$ .

4. Найти матрицу обратную к ортогональной матрице  $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Найти матрицу, обратную к унитарной матрице

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 + 3i & 4i & -6 - 2i \\ 4i & 4 - 3i & -2 - 6i \\ 6 + 2i & -2 - 6i & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Найти коммутатор невырожденных матриц  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

7. Выяснить, является ли комплексная матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 + 3i & 1 + 2i \\ 1 + 2i & 2 - 3i \end{pmatrix}$

кватернионной матрицей.

8. Найти коммутатор группы  $SL_2(2)$ .

9. Найти коммутатор группы  $SL_2(3)$ .

10. Найти коммутатор группы  $GL_2(2)$ .

### Тема. Структура матричных групп.

1. Найти центр полной линейной группы  $GL_n(F_5)$ .
2. Найти центр специальной линейной группы  $SL_n(F_5)$ .
3. Найти порядок центра группы  $SL_n(F_9)$ .
4. Найти порядок центра группы  $GL_n(F_9)$ .
5. Вычислить порядок группы  $SL_3(5)$ .
6. Вычислить порядок проективной специальной линейной группы  $PSL_5(3)$ .
7. Найти инволюции в группе  $GL_2(3)$ .
8. Найти инволюции в группе  $SL_2(3)$ .
9. Найти идемпотенты в группе  $GL_2(3)$ .
10. Найти идемпотенты в группе  $SL_2(3)$ .

#### *Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 1,2.

#### ***Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):***

«отлично» (3 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (2 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1 балл) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

**5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.** Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ПКС -4):**

**Типовые варианты контрольных работ:**

**Вариант 1**

1. Найти обратную для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .
2. Решить матричное уравнение  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .
3. Найти центр и подгруппы группы  $SL_3(5)$ .

**Вариант 2**

1. Найти матрицу  $AB - BA$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ .
2. Дано матричное уравнение  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $X^2$ .
3. Найти центр и подгруппы группы  $GL_3(5)$ .

**Вариант 3**

1. Найти все матрицы, перестановочные с матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .
2. Дано матричное уравнение  $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу, обратную матрице  $X$ .
3. Найти центр и подгруппы группы  $SL_3(5)$ .

**Вариант 4**

1. Найти матрицу, обратную к матрице  $A^{-1}B^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ .
2. Дано матричное уравнение  $X \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $X^{-1}$ .
3. Найти циклические подгруппы группы  $GL_2(3)$ .

**Вариант 5**

1. Найти матрицу обратную к матрице  $AB^{-1}$ , если  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ .
2. Дано матричное уравнение  $X^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $X$ .
3. Найти циклические подгруппы группы  $SL_2(3)$ .

**Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)**

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

5-6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3-4 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее 3 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

### 5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Матричные группы» (контролируемые компетенции ПКС -4):

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС - <http://open.kbsu.ru/moodle/enrol/index.php?id=4596>

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

#### Выберите правильный ответ

1. Для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  перестановочной с ней является матрица:

$\therefore \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix};$        $+: \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}.$

2. Определитель произведения матриц  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  равен:

$\therefore \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 2 & 4 \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 5 & 10 \end{pmatrix};$        $\therefore 0;$        $+: -25.$

3. Множество всех постановочных матриц образует:

- $\therefore$  группу по сложению;
- $+$  группу по умножению;
- $\therefore$  кольцо относительно сложения и умножения;
- $\therefore$  поле относительно сложения и умножения.

4. Для невырожденной матрицы  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  с вещественными элементами обратной является матрица:

$\therefore \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{d} \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} b & a \\ d & c \end{pmatrix};$        $+: \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$

5. Для ортогональной матрицы  $\begin{pmatrix} 0,96 & -0,28 \\ 0,28 & 0,96 \end{pmatrix}$  обратной является матрица:

$\therefore \begin{pmatrix} 0,96 & 0,28 \\ 0,28 & -0,96 \end{pmatrix};$        $+: \begin{pmatrix} 0,96 & 0,28 \\ -0,28 & 0,96 \end{pmatrix};$

$\therefore \begin{pmatrix} 0,96^{-1} & -0,28^{-1} \\ 0,28^{-1} & -0,96^{-1} \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} 0,28 & 0,96 \\ -0,28 & 0,96 \end{pmatrix}.$

6. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  перестановочной является матрица:

$+: \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in R;$        $\therefore \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix};$

$\therefore \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix};$        $\therefore \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$

7. Над полем  $R$  вещественных чисел инволюцией является:

$$+ : \frac{1}{\sqrt{7}} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad - : \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad - : \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad - : \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

8. Порядок полной линейной группы  $GL_4(3)$  равен:

$$- : 64; \quad - : 81; \quad - : 16; \quad + : (3^4 - 1)(3^4 - 3)(3^4 - 3^3).$$

9. Порядок специальной линейной группы  $SL_3(3)$  равен:

$$- : 27; \quad + : 5616; \quad - : 9; \quad - : 81.$$

10. Порядок проективной линейной группы  $PSL_3(3)$  равен:

$$+ : 2808; \quad - : 32; \quad - : 8; \quad - : 16.$$

***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 89 – 100% от общего объема заданных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 – 88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 – 69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30 – 49% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 – 29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

**5.3. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации.***

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Матричные группы» в виде проведения зачета с оценкой.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

***ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ:  
(контролируемые компетенции ПКС -4):***

1. Прямоугольные матрицы. Линейные операции над ними.
2. Умножение прямоугольных матриц.
3. Свойства операции над матрицами.
4. Матричные группы. Свойства.
5. Обратная матрица. Методы нахождения.
6. Структура матрицы  $GL(n, q)$ .

7. Инволюции в матрице  $GL(n, q)$ .
8. Идемпотенты матрицы  $GL(n, q)$ .
9. Структура матрицы  $GL(3, 5)$ , ее подгруппы.
10. Разложение группы  $GL(n, q)$  по подгруппе  $SL(n, q)$ .
11. Инвариантные подгруппы в матричной группе.
12. Треугольная и унитреугольная группы.
13. Порядок группы  $GL(n, q)$ .
14. Порядок группы  $SL(n, q)$ .

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0-15 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

**6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Матричные группы» в VIII семестре является зачет с оценкой.

В течение учебного процесса студент обязан отчитаться по теоретическому материалу и практическим занятиям: опросы, индивидуальные задания.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 2.

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

**Критерии оценки качества освоения дисциплины**

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. Студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. Студент демонстрирует твердое знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. Студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. Студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ПКС -4 представлены в таблице 7

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций



<p style="text-align: center;"><b>ПКС -4</b></p> <p>Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках</p>	<p><b>Знать</b> основные задачи и области применения методов математического моделирования</p> <p><b>Уметь</b> ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования</p> <p><b>Владеть</b> навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям</p>	<p><b>ИД-1_ПКС -4.1.</b> Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики</p> <p><b>ИД-2_ПКС -4. 2.</b> Способен применять методы математического моделирования в естественных науках</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (<i>раздел 5.1.1</i>)</p> <p>Оценочные материалы для самостоятельной работы (<i>типовые задачи раздел 5.1.2</i>)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (<i>раздел 5.2.1</i>)</p> <p>Типовые тестовые задания (<i>раздел 5.2.2</i>)</p> <p>Типовые оценочные материалы к зачету с оценкой (<i>раздел 5.3</i>)</p>
--	--	---	--

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями от 08.02.2021г.) Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020.  
[http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301\\_B\\_3\\_15062021.pdf3](http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301_B_3_15062021.pdf3).
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ  
[http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

### 7.2. Основная литература.

3. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сикорская Г.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 304 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>. — ЭБС «IPRbooks»
4. Высшая алгебра : учебное пособие (курс лекций) / В.В. Бондарь [и др.]. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2018. — 154 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92679.html>
5. Панкратов, Е. Л. Операции над матрицами. решение систем линейных алгебраических уравнений : учебно-методическое пособие / Е. Л. Панкратов. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020. — 17 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/191782>
6. Элементы теории групп: учебно-методическое пособие / составитель А. К. Мордовской. — Улан-Удэ: БГУ, 2019. — 58 с. — ISBN 978-5-9793-1373-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154271>
7. Скворцова, М. И. Основы теории групп : учебно-методическое пособие / М. И. Скворцова, Л. М. Ожерелкова. — Москва : РТУ МИРЭА, 2020. — 76 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL:

<https://e.lanbook.com/book/167572>

8. Силантьев, А. В. Введение в теорию групп: учебное пособие / А. В. Силантьев. — Дубна: Государственный университет «Дубна», 2019. — 161 с. — ISBN 978-5-89847-585-7. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154514>
9. Ряднов, А. В. Теория групп: Практикум : учебное пособие / А. В. Ряднов, Т. В. Меренкова, В. В. Трубаев. — Москва : РУТ (МИИТ), 2020. — 52 с. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/175906>

### 7.3. Дополнительная литература

10. Лыткина Д.В. Алгебраические структуры [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лыткина Д.В., Храмова Т.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016.— 108 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69535.html>.— ЭБС «IPRbooks»
11. Ведерников В.А. Элементы теории групп [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ведерников В.А., Демина Е.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский городской педагогический университет, 2013.— 124 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26668.html>.— ЭБС «IPRbooks»
12. Каргаполов, М.И. Основы теории групп : учебное пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0894-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/177>
13. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. СПб.: Лань, 2005. — 304с.
14. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп : учебное пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1015-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/528>
15. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2004. — 432 с.
16. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – СПб.: Лань, 2005. — 416 с.
17. Михалев А.А. Алгебра матриц и линейные пространства [Электронный ресурс]/ Михалев А.А., Михалев А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 145 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52180.html>.— ЭБС «IPRbooks»
18. Кочетова Ю.В. Упорядоченные системы: решетки, группы. Курс лекций [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Кочетова Ю.В., Ширшова Е.Е.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский педагогический государственный университет, 2014.— 64 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70026.html>.— ЭБС «IPRbooks»
19. Щетинин А.Н. Применение теории групп в комбинаторике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Щетинин А.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2013.— 28 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31511.html>.— ЭБС «IPRbooks»
20. Курош, А.Г. Теория групп / А.Г. Курош. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 808 с. — ISBN 978-5-9221-1349-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59755>
21. Царев, А.В. Основы теории абелевых групп : учебное пособие / А.В. Царев. — Москва : Прометей, 2012. — 66 с. — ISBN 978-5-7042-2317-7. — Текст : электронный //

#### 7.4. Периодические издания

22. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.

23. Известия РАН. Серия математическая

24. Успехи математических наук

#### 7.5. Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Матричные группы» студентам полезно пользоваться следующими Интернет – ресурсами:

– общие информационные, справочные и поисковые:

19. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.

20. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>

21. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

#### *Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ*

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Полный доступ
2.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Полный доступ (регистрация по

		издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.		IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPSMART»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)	Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a> <a href="http://www.ros-edu.ru/">http://www.ros-edu.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	ЭБС «Юрайт»	Электронные версии	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	Полный доступ

	для ВО	8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.		(регистрация по IP-адресам КБГУ)
11.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

Кроме того обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

- 22. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.
- 23. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

- 24. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия
- 25. Глоссарий по математике [http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl\\_sch2.cgi?RMgylsgyoqg](http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg)
- 26. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>
- 27. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>

#### **7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.**

Учебная работа по дисциплине «Матричные группы» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану Направления 01.03.01 – Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Матричные группы» для обучающихся***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в

свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

#### 4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

#### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.



Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. Подготовка должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:  
*лицензионное программное обеспечение:*

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business;

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12;

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный.

*свободно распространяемые программы:*

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами.

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе

записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачете/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;
- задания для выполнения на зачете/экзамене зачитываются ассистентом;
- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента зачет/экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию студента зачет/экзамен проводится в устной форме.

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Матричные группы»  
по направлению подготовки 01.03.01 – Математика;  
Профиль: Алгебра, теория чисел, математическая логика  
на \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Зав. кафедрой А и ДУ \_\_\_\_\_ /М.С. Нирова/

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2.	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 10б.	от 0 до 3б.	от 0 до 3б.	от 0 до 4б.
3.	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
4.	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70 баллов	до 23 баллов	до 23 баллов	до 24 баллов
5.	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36б.	не менее 12б.	не менее 12б.	не менее 12б.
6.	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70б. (51-69 б.)	менее 23б.	менее 23б.	менее 24б.
7.	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70б.	не менее 23б.	не менее 23б.	не менее 24б.

*Шкала оценивания планируемых результатов обучения*

**Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>8</b>	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

**Промежуточная аттестация**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
<b>8</b>	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример.  Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно.  Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно.  Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.

	<p>неправильно.</p>	<p>пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>один вопрос и частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>	
--	---------------------	---	---	--