

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет**  
**им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**СОГЛАСОВАНО**  
Руководитель образовательной  
программы А.Х. Журтов  
« 30 » мая 2023г.

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор института искусственного  
интеллекта и цифровых технологий  
А.Х. Шапсигов  
« 30 » мая 20 23 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ»**

Направление подготовки: 01.03.01– Математика

Профиль подготовки: «Алгебра, теория чисел, математическая логика»

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

**Нальчик, 2023г.**

Рабочая программа дисциплины «Методы вычислений» / сост. Ф.М. Нахушева – Нальчик: КБГУ, 2023г.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.01 – «Математика», профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика» 7 семестр, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 – «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 06 января 2018 г. № 8 (зарегистрировано в Минюсте России 06.02.2018 г. №49941).

## Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины .....	5
4. Содержание и структура дисциплины .....	6
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации .....	11
5.1. Оценочные материалы для текущего контроля .....	12
5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.....	24
5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.....	34
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	37
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	39
7.1. Нормативно-законодательные акты .....	39
7.2. Основная литература .....	39
7.3. Дополнительная литература .....	40
7.4. Периодические издания.....	41
7.5. Интернет-ресурсы .....	41
7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам .....	42
7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	43
7.8. Программное обеспечение современных информационно-коммуникационных технологий .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	47
8.1. Требования к материально-техническому обеспечению .....	47
8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	48
Лист изменений (дополнений).....	51

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Методы вычислений» является общепрофессиональной дисциплиной по подготовке выпускников направления 01.03.01 – «Математика» и входит в проблематику, связанную с решением численными методами дифференциальных уравнений (обыкновенных, в частных производных) и их исследованием современными средствами. Будут изложены методы вычислительной математики, различные методы и приемы построения аппроксимирующих схем.

### Цель освоения дисциплины:

- подготовка выпускника, владеющего основными методами вычислительной математики;
- формирование системы теоретических, методических знаний и практических навыков с использованием методов вычислений решать различные задачи математической физики, оптимального подбора метода для конкретной практической задачи;
- подготовка студентов к разработке и применению с помощью ЭВМ вычислительных алгоритмов решения математических задач, возникающих в процессе познания реального мира посредством математического моделирования;
- научить овладению практическими навыками применения вычислительных алгоритмов;
- показать, что при формулировке разностной задачи, помимо аппроксимации дифференциального уравнения, необходимо описать в разностном виде дополнительные условия (краевые и начальные), обеспечивающие выделение единственного решения из всей совокупности возможных решений;
- показать, что при решении задачи приближенным методом надо иметь предварительное суждение о том, с какой точностью можно приблизить точное решение задачи;
- научить овладению практическими навыками построения разностных схем.

В результате освоения данной дисциплины обеспечивается достижение целей основной образовательной программы по направлению «Математика». Приобретенные знания, умения и навыки позволяют подготовить выпускника к исследовательской деятельности, к производственно-технологической деятельности в области создания современных систем для решения задач реального мира.

### Задачи освоения дисциплины:

- изучение понятийного аппарата дисциплины, основных теоретических положений и методов, формирование умений и привитие навыков применения теоретических знаний для решения практических задач.
- выработка у студентов навыков использования различных приемов и методов численного решения задач математической физики;

В результате изучения дисциплины студенты должны научиться применять конкретные приемы и методы вычислительной математики при численном решении задач математической физики. Они должны свободно ориентироваться во всех излагаемых методах.

В результате изучения дисциплины студенты должны свободно ориентироваться в различных методах вычислительной математики и научиться строить вычислительные алгоритмы для различных практических задач. Изучение данной дисциплины должно способствовать развитию точного научного мышления, повышению программистской и исследовательской культуры для решения конкретных практических задач, возникающих в реальном мире.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Методы вычислений» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 – «Математика», профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Дисциплина «Методы вычислений» логически и содержательно-методически взаимосвязана с такими дисциплинами ОПОП ВО, как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Алгебра и базируется на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения этих дисциплин.

Дисциплина позволит расширить теоретическую подготовку бакалавра, получить практические навыки по применению методов вычислений для решения прикладных задач.

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующей общепрофессиональной компетенции (ОПК) в соответствии с ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

**ОПК-2.** Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.

*Индикаторы достижения компетенции ОПК-2:*

**ОПК-2.1.** Способен оценивать существующие принципы математических моделей.

**ОПК-2.2.** Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.

В результате изучения дисциплины «Методы вычислений» студент должен:

**знать:**

- основные источники и классификация погрешностей, действия с приближенными числами, способы оценки погрешностей;
- приближение функций и их производных (интерполяционные многочлены и оценка погрешностей интерполяционных формул; конечные и разделенные разности; постановка задачи численного дифференцирования, погрешность формул численного дифференцирования);
- численное интегрирование (квадратурные формулы Ньютона - Котеса; интерполяционные квадратурные формулы; формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса);
- численные методы алгебры (метод простой итерации, метод Зейделя; сходимость и оценка погрешности этих методов; постановка полной и частичной проблемы собственных значений);
- численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (одношаговые методы, метод Эйлера и его модификации, метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем, схема Рунге-Кутты четвертого порядка, особенности его реализации на ЭВМ, многошаговые методы);
- численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (однородные разностные схемы, методы построения разностных схем, аппроксимация и устойчивость, сходимость схем, метод прогонки решения сеточных уравнений);
- численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных (сетки и сеточные функции, аппроксимация частных производных, порядки аппроксимации, устойчивость; метод сеток решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности, явные и неявные схемы, схема Кранка-Николсона, устойчивость двухслойных схем, принцип максимума для разностной схемы; разностные схемы для уравнений гиперболического типа, задача Коши для волнового уравнения; разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона, устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле);
- разностные методы решения уравнений гиперболического типа (семейство разностных схем для численного решения гиперболической задачи; условия повышения аппроксимации; гиперболическая задача с условиями третьего порядка);

- методы решения интегральных уравнений (приближенное решение интегральных уравнений);

**уметь:**

- реализовывать основные методы, применяемые в численном анализе;

**владеть:**

- технологиями применения вычислительных методов для решения конкретных задач из различных областей математики и ее приложений;
- навыками практической оценки точности результатов, полученных в ходе решения тех или иных вычислительных задач, на основе теории приближений;
- основными приемами использования вычислительных методов при решении различных задач профессиональной деятельности.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

*Таблица 1. Содержание дисциплины «Методы вычислений», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций*

№ п/п	Наименование темы	Содержание темы	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
<b>7 семестр</b>				
<b>РАЗДЕЛ I. Введение</b>				
1	Обзор развития вычислительной техники и теории численных методов.	Математическое моделирование и его роль в процессе познания. Вычислительный эксперимент – новый способ исследования сложных процессов. Приближенные числа.	ОПК-2	Практическая работа (ПР), лабораторная работа (ЛР), Контрольная работа (К), рубежный контроль (РК)
<b>РАЗДЕЛ II. Интерполирование и приближение функций</b>				
2	Интерполирование функций.	Интерполяционный многочлен Лагранжа. Многочлены Чебышева. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа. Интерполяционная формула Ньютона.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
3	Численное дифференцирование.	Численное дифференцирование. Приближение сплайнами. Метод наименьших квадратов.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
4	Численное интегрирование.	Интерполяционные квадратичные формулы. Формулы прямоугольников, Симпсона, Гаусса. Оптимизация распределения узлов квадратурной формулы.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
<b>РАЗДЕЛ III. Методы решения систем уравнений</b>				
5	Численные методы алгебры.	Метод Гаусса. Метод простой итерации.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК

		Метод Зейделя.		
РАЗДЕЛ IV. Методы решения задачи Коши				
6	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
РАЗДЕЛ V. Методы решения краевых задач				
7	Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Погрешность аппроксимации на сетке. Однородные разностные схемы для уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Консервативные схемы. Априорная оценка в равномерной метрике. Третья краевая задача. Разностная задача Дирихле для уравнения Лапласа. Запись разностного уравнения в канонической форме. Принцип максимума. Оценка решения неоднородного уравнения.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
8	Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики.	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость и сходимость. Метод энергетических неравенств. Краевые задачи с условиями третьего рода. Повышение порядка аппроксимации до второго порядка.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
9	Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.	Семейство разностных схем для численного решения гиперболической задачи. Метод решения разностной задачи для гиперболической задачи. Условия повышения аппроксимации. Гиперболическая задача с условиями третьего порядка.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК
РАЗДЕЛ VI. Решение интегральных уравнений				
10	Численные методы решения интегральных уравнений.	Метод замены интеграла квадратной формулой. Метод регуляризации для решения интегральных уравнений I рода.	ОПК-2	ПР, ЛР, К, РК

**Таблица 2. Структура дисциплины «Методы вычислений»**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часов	
	VII семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>56</b>	<b>56</b>
Лекции (Л)	28	28
Практические занятия (ПЗ)	14	14
Семинарские занятия (СЗ)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	14	14
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>52</b>	<b>52</b>
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-
Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	37	37
Контрольная работа (К)	6	6
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>зачёт</b>	<b>зачёт</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	<i>Обзор развития вычислительной техники и теории численных методов.</i> Цель и задачи изучения темы – дать обзор этапов развития вычислительной техники и численных методов; показать действия с приближенными числами; дать определение погрешности суммы, произведения, частного; выработать навыки использования на практике.
2	<i>Интерполирование функций.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с задачей интерполирования; ознакомить с интерполяционным многочленом Лагранжа, многочленами Чебышева, интерполяционными формулами Ньютона и формулой Стирлинга; рассмотреть вопрос о минимизации оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа и научить их применять при решении задач.
3	<i>Численное дифференцирование.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с формулами численного дифференцирования, основанными на интерполяционных формулах Ньютона для равных и неравных промежутков, а также на формуле Стирлинга; выработать навыки их применения.
4	<i>Численное интегрирование.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с задачей численного интегрирования и формулами вычисления определенных интегралов (трапеций, прямоугольников, Симпсона) и развить навыки их применения.
5	<i>Численные методы алгебры.</i> Цель и задачи изучения темы – ознакомить с методом Гаусса, итерационными методами решения систем алгебраических уравнений (методом простой итерации и методом Зейделя и условиями их сходимости); выработать навыки их применения.



6	<p><i>Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностной аппроксимацией простейших дифференциальных операторов; научить строить однородные разностные схемы для уравнения второго порядка с переменными коэффициентами; ознакомить с консервативными схемами; научить получать априорные оценки в равномерной метрике; рассмотреть разностную задачу Дирихле для уравнения Лапласа; научить приводить разностное уравнение к каноническому виду; ознакомить с разностным аналогом принципа максимума; показать, как получать оценку решения разностной задачи для неоднородного уравнения; выработать навыки применения; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
7	<p><i>Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностными схемами для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами; научить доказывать устойчивость и сходимость схемы; научить применять метод энергетических неравенств; научить строить разностные аналоги краевых задач с условиями третьего рода и повышать порядок аппроксимации до второго порядка; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
8	<p><i>Разностные методы решения уравнений гиперболического типа.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с разностными схемами для численного решения гиперболической задачи; методом решения разностной задачи; схемами повышенного порядка аппроксимации; гиперболической задачей с условиями третьего порядка; развить навыки их применения; привить навыки применения при решении практических задач.</p>
9	<p><i>Численные методы решения интегральных уравнений.</i></p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – ознакомить с методом замены интеграла квадратурной формулой и методом регуляризации для решения интегральных уравнений I рода; привить навыки применения.</p>

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Тема
1	Приближенные числа. Действия с приближенными числами.
2	Интерполирование функций.
3	Численное дифференцирование.
4	Метод наименьших квадратов.
5	Численное интегрирование. Вычисление определенных интегралов.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений (метод простой итерации, метод Зейделя).
7	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности.
8	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки.
9	Монотонные схемы для обыкновенного дифференциального уравнения общего вида.
10	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.
11	Разностные схемы для нестационарных уравнений с переменными коэффициентами.
12	Разностные методы решения уравнений гиперболического типа. Схема повышенного порядка точности.

13	Методы решения интегральных уравнений.
----	--

**Таблица 5. Лабораторные работы**

№ п/п	Тема
1	Приближенные числа. Действия с приближенными числами.
2	Интерполирование функций.
3	Численное дифференцирование.
4	Метод наименьших квадратов.
5	Численное интегрирование. Вычисление определенных интегралов.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса. Итерационные методы решения систем алгебраических уравнений (метод простой итерации, метод Зейделя).
7	Одношаговые методы. Метод Эйлера и его модификации. Оценка погрешности метода Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Схема четвертого порядка точности.
8	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод прогонки.
9	Монотонные схемы для обыкновенного дифференциального уравнения общего вида.
10	Разностные схемы для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.
11	Разностные схемы для гиперболических уравнений.

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1	Погрешности произведения, частного.
2	Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга.
3	Формулы численного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Гаусса и Стирлинга.
4	Метод наименьших квадратов. Сглаживание наблюдений.
5	Формулы прямоугольников численного интегрирования.
6	Численные методы алгебры. Метод Гаусса.
7	Метод Эйлера для систем уравнений.
8	Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
9	Устойчивость разностных схем для нестационарных уравнений с постоянными коэффициентами.

## 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные материалы предназначены для установления соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО). Оценочные материалы (ОМ) являются центральным звеном системы оценки качества освоения обучающимся дисциплины. Целью разработки ОМ по дисциплине является оценка знаний, умений, навыков и уровня освоения обучающимися компетенций дисциплины.

ОМ дисциплины является составной частью рабочей программы дисциплины. Это – *оценочные средства, контрольно-измерительные и методические материалы*, предназначенные для определения качества результатов обучения и уровня сформированности комплекций обучающихся в ходе освоения дисциплины.

Оценочные средства формируются на основе ключевых *принципов оценивания*:

- валидность – объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надёжность – при оценивании достижений обучающихся должны использоваться единые образцы стандартов и критерии;
- развивающего характера – фиксация персональных достижений обучающихся и предполагаемые мероприятия по улучшению результатов;
- своевременность – поддержание обратной связи с обучающимися при освоении учебных материалов.

Формирование оценочных средств дисциплины проходит следующие *этапы*:

- формируется система показателей, характеризующих состояние и динамику развития компетенций обучающихся и выпускников;
- определяются оценочные средства и процедуры оценивания знаний, умений, навыков, овладения компетенциями обучающихся.

Задания для оценивания умений, навыков и (или) опыта деятельности предусматривают выполнение аттестуемыми действий:

- по обработке информации, выделению ее элементов и выявлению взаимосвязи между ними и т.п.;
- по интерпретации и усвоению информации из разных источников, ее системному структурированию;
- по выявлению значения предмета учебной дисциплины для достижения конкретной цели;
- по решению учебных задач.

На проверку накопленных знаний направлены такие формы контроля, как устный опрос, коллоквиум и компьютерное тестирование. Они проводятся в целях побуждения самостоятельной мыслительной деятельности студентов.

Устный опрос учебной проводится с целью выявления и закрепления полученных знаний и умений, определения уровня подготовленности к изучению новой темы.

Коллоквиум предусматривает развёрнутое изложение по определённому вопросу, основанное на привлечении теоретического материала с целью активизации самостоятельной работы обучающегося по изучению материала. Он позволяет оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом, выявить объём полученных знаний, полученных на занятиях, а также путем самостоятельной работы.

Компьютерное тестирование проводится для закрепления и проверки знаний, умений и навыков с применением технических средств.

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида знаний и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий контроль, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

*Контрольные мероприятия по дисциплине* проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ (19.01.2016г.). Оценка успеваемости студентов осуществляется в ходе текущего и рубежного контроля, а также промежуточной аттестации.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных, практических и лабораторных занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины и включает: ответы на теоретические вопросы на практических и лабораторном занятиях, решение практических задач и выполнение заданий на лабораторных занятиях, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности и качества выполнения задания.

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Методы вычислений» (контролируемая компетенция ОПК-2)**

*Тема 1: «Приближенные числа»*

1. Действия с приближенными числами.
2. Погрешность суммы.
3. Погрешность произведения.
4. Погрешность частного.

*Тема 2: «Приближение функций и их производных»*

5. Общая задача интерполирования.
6. Интерполирование по значениям функции.
7. Алгебраическое интерполирование.
8. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
9. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
10. Многочлены Чебышева.
11. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
12. Конечные и разделенные разности.
13. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.
14. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
15. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
16. Постановка задач численного дифференцирования.
17. Основные формулы численного дифференцирования.
18. Погрешность формул численного дифференцирования.
19. Некорректность задачи численного дифференцирования.
20. Задача наилучшего равномерного приближения функции.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Обработка результатов наблюдения.

*Тема 3: «Численное интегрирование»*

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
2. Интерполяционные квадратурные формулы.
3. Формулы прямоугольников.
4. Формула трапеции.
5. Формулы Симпсона.
6. Формулы Гаусса.

*Тема 4: «Численные методы алгебры»*

1. Метод простой итерации.
2. Сходимость метода простой итерации.
3. Оценка погрешности метода простой итерации.
4. Процесс практической оценки погрешности метода простой итерации.
5. Метод Зейделя.
6. Метод релаксации.
7. Сходимость метода Зейделя.
8. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
9. Метод Ньютона.
10. Метод секущих.
11. Сходимость методов.

*Тема 5: «Численные методы решения задачи Коши для ОДУ»*

1. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Одношаговые методы.
3. Метод Эйлера и его модификации.
4. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
5. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности.
6. Особенности ее реализации на ЭВМ.
7. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
8. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
9. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности.
10. Особенности ее реализации на ЭВМ.
11. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
12. Многошаговые методы.
13. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.
14. Формулы Штермера.
15. Устойчивость и сходимость многошаговых методов.

*Тема 6: «Численные методы решения краевых задач для ОДУ»*

1. Однородные разностные схемы.
2. Методы построения разностных схем.
3. Аппроксимация и устойчивость.
4. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
5. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
6. Вариационно-разностные схемы.

*Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для ДУ в частных производных»*

1. Сетки и сеточные функции.
2. Аппроксимация частных производных.
3. Порядок аппроксимации.
4. Устойчивость.

5. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
6. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
7. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
8. Задача Коши для волнового уравнения.
9. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
11. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.

*Тема 8: «Методы решения интегральных уравнений»*

1. Приближенное решение интегральных уравнений.
2. Метод замены интеграла квадратурной суммой.
3. Метод замены ядра вырожденным ядром.
4. Способы замены ядра вырожденным ядром.
5. Решение интегральных уравнений первого рода.
6. Понятие о методе регуляризации при решении уравнения первого рода.
7. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.

***Критерии формирования оценок (оценивания) по результатам устного опроса***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Методы вычислений». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять изучаемые методы при решении практических задач.

В результате *устного опроса* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

***Таблица 7. Шкала оценивания***

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

### 5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи) (контролируемая компетенция ОПК-2)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических и лабораторных занятий по дисциплине «Методы вычислений».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения (см. таблицу 6) и индивидуальным выполнением заданий к практическим и лабораторным занятиям.

Все задания к практическим и лабораторным занятиям приведены в издании: Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы. Изд. КБГУ. Нальчик, 2010. 129 с.

#### Задания

##### Тема 1: «Действия с приближенными числами»

1. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить абсолютную погрешность  $\Delta_a$  приближенных чисел:

- |                |          |          |          |
|----------------|----------|----------|----------|
| 1) 2,1514;     | 1,1273;  | -2,145;  | 2,355;   |
| 2) 0,16152;    | 0,1725;  | -0,1635; | 2,1452;  |
| 3) 0,01207;    | -0,1265; | 10,15;   | 1,3852;  |
| 4) 1,225;      | 0,01366; | -0,1535; | 0,62851; |
| 5) -0,0015281; | 13,45;   | 0,1235;  | 14,854.  |

2. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить относительную погрешность  $\delta_a$  полученных приближенных чисел:

- |                |          |          |          |
|----------------|----------|----------|----------|
| 1) 2,1514;     | 1,1273;  | -2,145;  | 2,355;   |
| 2) 0,16152;    | 0,1725;  | -0,1635; | 2,1452;  |
| 3) 0,01207;    | -0,1265; | 10,15;   | 1,3852;  |
| 4) 1,225;      | 0,01366; | -0,1535; | 0,62851; |
| 5) -0,0015281; | 13,45;   | 0,1235;  | 14,854.  |

3. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел по их относительным погрешностям:

- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $a = 13267$ ; $\delta = 0,1\%$ ; | 2) $a = 2,32$ ; $\delta = 0,7\%$ ; |
| 3) $a = 35,72$ ; $\delta = 1\%$ ;   | 4) $a = 0,896$ ; $\delta = 10\%$ ; |
| 5) $a = 232,44$ ; $\delta = 1\%$ ;  | 6) $a = 14387$ ; $\delta = 1\%$ .  |

4. Определить количество верных знаков в числе  $a$ , если известна его абсолютная погрешность:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $a = 0,3971$ ; $\Delta_a = 0,25 \cdot 10^{-2}$ ;  | 2) $a = 0,1132$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ ;   |
| 3) $a = 38,2543$ ; $\Delta_a = 0,27 \cdot 10^{-2}$ ; | 4) $a = 293,481$ ; $\Delta_a = 0,1$ ;                |
| 5) $a = 2,325$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-1}$ ;    | 6) $a = 14,00231$ ; $\Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ . |

5. Определить количество верных знаков в числе  $a$ , если известна его относительная погрешность:

- |  |   |
|--|---|
| 1) $a = 1,8921$ ; $\delta_a = 0,1 \cdot 10^{-2}$ ; | 2) $a = 0,2218$ ; $\delta_a = 0,2 \cdot 10^{-1}$ ;  |
| 3) $a = 22,351$ ; $\delta_a = 0,1$ ;               | 4) $a = 0,02425$ ; $\delta_a = 0,5 \cdot 10^{-2}$ ; |
| 5) $a = 0,000135$ ; $\delta_a = 0,15$ ;            | 6) $a = 9,3598$ ; $\delta_a = 0,1\%$ .              |

6. Найти сумму приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |             |       |        |        |          |         |
|-------------|-------|--------|--------|----------|---------|
| 1) 0,15655; | 0,43; | 2,005; | 14,11; | 4,11651; | 1,2235; |
|-------------|-------|--------|--------|----------|---------|

- |    |          |          |         |         |         |          |
|----|----------|----------|---------|---------|---------|----------|
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465; | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125; | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345; | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;  | 6,7.     |

**7.** Найти сумму приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

**8.** Найти разность приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

**9.** Найти разность приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

- |    |          |          |         |         |          |          |
|----|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1) | 0,15655; | 0,43;    | 2,005;  | 14,11;  | 4,11651; | 1,2235;  |
| 2) | 12,4375; | 0,015;   | 12,16;  | 0,05;   | 0,1465;  | 1,07651; |
| 3) | 0,0457;  | 12,97;   | 6,5;    | 0,1;    | 10,125;  | 0,055;   |
| 4) | 9,2675;  | 0,06851; | 13,55;  | 66,175; | 0,1345;  | 2,1125;  |
| 5) | 1,1;     | 6,965;   | 0,0651; | 7,63;   | 0,155;   | 6,7.     |

**10.** Найти произведение приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

- 1)  $4,27 \cdot 6,7$ ;  $2,134 : 1,973$ ;
- 2)  $33,1 \cdot 1,547$ ;  $0,156 : 1,5$ ;
- 3)  $0,05 \cdot 17,2$ ;  $136 : 2$ ;
- 4)  $0,137 \cdot 456$ ;  $457,123 : 918$ ;
- 5)  $1,87 \cdot 1,194$ ;  $133,4576 : 35,2$ .

**11.** Найти частное приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

- 1)  $4,27 \cdot 6,7$ ;  $2,134 : 1,973$ ;
- 2)  $33,1 \cdot 1,547$ ;  $0,156 : 1,5$ ;
- 3)  $0,05 \cdot 17,2$ ;  $136 : 2$ ;
- 4)  $0,137 \cdot 456$ ;  $457,123 : 918$ ;
- 5)  $1,87 \cdot 1,194$ ;  $133,4576 : 35,2$ .

## **Тема 2: «Интерполирование функций»**

**1.** Построить интерполяционный полином Лагранжа для функций  $f(x) = \ln x$ , заданной в узлах интерполяции. Оценить погрешность интерполяционного полинома при заданном значении  $x$ .

1)  $x = 1,05$

$x$	1,0	1,1	1,2
$f(x)$	0,0000	0,0953	0,1823

2)  $x = 2,05$

$x$	2,0	2,1	2,2
$f(x)$	0,6931	0,7419	0,7885



3)  $x = 3,05$

$x$	3,0	3,1	3,2
$f(x)$	1,0986	1,1314	1,1632

4)  $x = 1,55$

$x$	1,5	1,6	1,7
$f(x)$	0,4055	0,4700	0,5306

5)  $x = 2,55$

$x$	2,5	2,6	2,7
$f(x)$	0,9163	0,9555	0,9933

**2.** Построить интерполяционный полином Ньютона, составив таблицу разностей, если функция  $f(x)$  задана в узлах интерполирования:

1) 

$x$	1	3	4
$f(x)$	3	2	5

2) 

$x$	2	3	6
$f(x)$	1	3	2

3) 

$x$	3	4	6
$f(x)$	5	3	2

4) 

$x$	4	6	7
$f(x)$	4	1	5

5) 

$x$	5	6	8
$f(x)$	4	1	3

6) 

$x$	6	8	9
$f(x)$	5	2	3

**3.** По заданным таблицам значений функции  $f(x)$  (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулу Ньютона для интерполирования вперед (до второго порядка) вычислить значения  $f(x)$  в указанных значениях аргумента  $x$ . При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

Таблица 1

$x$	$f(x)$
0,115	5,49543
0,120	5,65583
0,125	5,82558
0,130	6,00551
0,135	6,19658
0,140	6,39986
0,145	6,61659
0,150	6,84815
0,155	7,09613
0,160	7,36235
0,165	7,64893
0,170	7,95829
0,175	8,29329
0,180	8,65729

Таблица 2

$x$	$f(x)$
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522
1,355	4,56184
1,360	4,67344
1,365	4,79038
1,370	4,91306
1,375	5,04192
1,380	5,17744
1,385	5,32016
1,390	5,47069
1,395	5,62968
1,400	5,79754
1,405	5,96237

- 1) 0,1217; 0,1161;      2) 1,3415; 1,3371;  
 3) 0,1152; 1,1162;      4) 1,3426; 1,3719;  
 5) 0,1213; 0,1144      6) 1,3454; 1,3317.

**4.** По заданным таблицам значений функции  $f(x)$  задания 3 (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулы Ньютона для интерполирования назад (до второго порядка) вычислить значения  $f(x)$  в указанных значениях аргумента  $x$ . При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

- 1) 0,1736; 0,1751;      2) 0,3911; 1,3962;  
 3) 1,1728; 0,1762;      4) 1,3921; 1,3971;

5) 0,1714; 0,1852; 6) 1,3858; 1,3961.

5. По формуле Ньютона для равноотстоящих узлов уплотнить в два раза таблицы в первом задании. Осуществить контроль результатов по разностям.

### Тема 3: «Численное дифференцирование»

1. Найти  $y'(50)$  функции  $y = \lg x$ , заданной таблицей:

$x$	50	55	60	65
$y$	1,6990	1,7404	1,7782	1,8129

Оценить ошибку.

2. Путь  $y = f(t)$ , пройденный прямолинейно движущейся точкой за время  $t$ , дается таблицей:

$i$	0	1	2	3	4	5
Время $t_i$ (сек)	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Путь $y(t_i)$ (см)	0,000	1,512	6,022	13,385	22,385	34,921

Используя конечные разности до пятого порядка включительно, приближенно найдите скорость  $V = \frac{dy}{dt}$  и ускорение  $W = \frac{d^2y}{dt^2}$  точки для моментов времени  $t = 0; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$ .

Значение  $t$  выбрать по номеру варианта.

### Тема 4: «Численное интегрирование»

1. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^3}$  по формуле трапеций при  $n=8$  и оценить остаточный член.

2. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a+x^2}}$  по формуле трапеций с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$ , определяя величину шага  $h$  по оценке остаточного члена.

3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^2}$  с помощью формулы Симпсона с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$ . Величину шага  $h$ , обеспечивающую требуемую точность, определить с помощью двойного пересчета.

4. Вычислить с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$  интеграл  $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a+x^2} dx$  по составной формуле Симпсона при  $N=10$ .

5. Вычислить с точностью  $\varepsilon=10^{-5}$  интеграл  $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a+x^2} dx$

по формуле Гаусса при  $n=5$ .

Во всех заданиях  $a = 0,1 \cdot k$ , где  $k$  – номер варианта.

### Тема 5: «Численные методы алгебры»

1. Используя метод простой итерации, найти решение системы

$$\begin{cases} (24,21 + \alpha) x_1 + 2,42 x_2 + 3,85 x_3 = 30,24, \\ 2,31 x_1 + 31,49 x_2 + 1,52 x_3 = 40,95 - \beta, \\ 3,49 x_1 + 4,85 x_2 + (28,72 + \alpha) x_3 = 42,81 \end{cases}$$

с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ . Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для вариантов приведены в таблице:

№№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0
$\beta$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4

2. Используя метод Зейделя, найти решение системы, приведенной в первом задании с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

### Тема 6: «Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Применяя метод Эйлера решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

2. Применяя метод предиктор-корректор решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

3. Применяя метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x u, \quad u(0) = 1$$

на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Результаты сравнить с точным решением.

4. Составить программу и получить численные результаты решения дифференциального уравнения

$$\frac{du}{dx} = 1 + \alpha u \sin x - \beta u^2$$

методом Эйлера на отрезке  $[0, 1]$  с начальным условием  $u(0) = 0$ , выбрав шаг  $h$  равным 0,1. Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для всех вариантов даны в таблице.

№ № вариантов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\beta$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25

**5.** Используя метод Рунге – Кутта четвертого порядка точности, составить программу и получить результаты численного решения задачи Коши для модели хищник-жертва (уравнение Лотки-Вольтерра):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x + \beta y x, & \alpha > 0, \beta < 0, & x(0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} = \gamma y + \delta x y, & \gamma < 0, \delta > 0, & y(0) = y_0. \end{cases}$$

Здесь  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  – количество жертв и хищников соответственно в момент времени  $t$ .  
Входные данные:

$$\alpha = 0,25, \beta = -0,01, \gamma = -1, \delta = 0,01, x_0 = 80, y_0 = 30, \tau = 0,25;$$

$\tau$  – шаг сетки по времени.

**6.** Проверить устойчивость решения задачи по начальным данным. Для этого измените начальные условия  $x_0 = 80$ ,  $y_0 = 30$  на единицу в каждом направлении (четыре различных случая) и повторите вычисления, используя метод Рунге – Кутта. Построить графики на координатной плоскости  $xOy$ .

### **Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений»**

Методом прогонки решить задачу:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x)u = -f(x), & 0 < x < 1, \\ k(0)u'(0) = \beta_1 u(0) - \mu_1, & x = 0, \\ -k(1)u'(1) = \beta_2 u(1) - \mu_2, & x = 1, \quad \beta_1 \geq 0, \beta_2 \geq 0, \beta_1 + \beta_2 > 0 \end{cases}$$

с использованием однородной разностной схемы

$$\begin{cases} (a y_{\bar{x}})_x - d y = -\varphi(x), \\ a_1 y_{\bar{x},1} = \bar{\beta}_1 y_0 - \bar{\mu}_1, & \bar{\beta}_1 = \beta_1 + 0,5 h q_0, \bar{\mu}_1 = \mu_1 + 0,5 h f_0, \\ -a_N y_{\bar{x},N} = \bar{\beta}_2 y_N - \bar{\mu}_2, & \bar{\beta}_2 = \beta_2 + 0,5 h q_N, \bar{\mu}_2 = \mu_2 + 0,5 h f_N. \end{cases}$$

Составить программу. Значение шага  $h$  выбирать, исходя из требований к точности решения. Коэффициенты уравнения и граничных условий приведены в таблице.

№	$k(x)$	$q(x)$	$f(x)$	$\beta_1$	$\mu_1$	$\beta_2$	$\mu_2$	$\varepsilon$
1	$e^x$	$e^x$	$\sin x$	0	0	1	0	0,1
2	$x^2 + 1$	$x$	$e^{-x}$	0	0	1	0	0,1
3	$x + 1$	$e^x$	$e^{-x^2}$	0	0	1	0	0,1
4	$e^x$	$e^x$	$e^{-x}$	1	0	1	0	0,1
5	$e^x$	$e^x$	$\cos x$	1	0	1	1	0,001

### **Тема 8: «Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики»**

**1.** Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq 0,01,$$

удовлетворяющее условиям:

$$u(x, 0) = e^{-\beta x} \sin \alpha x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = e^{-\beta} \sin \alpha$$

1) по явной разностной схеме, взяв  $h=0,1$ ;  $\tau=0,002$ ;

2) по неявной разностной схеме, взяв  $h=0,1$ ;  $\tau=0,01$ .

Сравнить полученные решения.

Значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  для всех вариантов даны в таблице.

№ вар-та	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$
$\beta$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

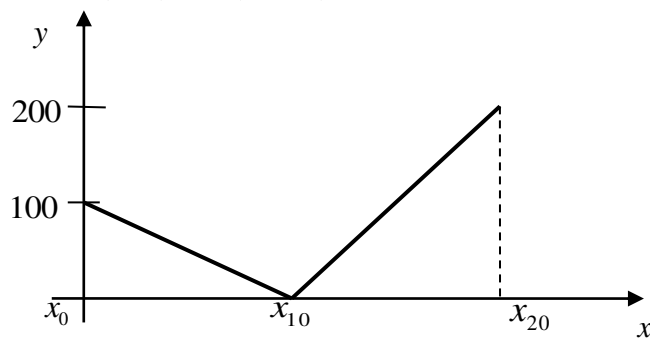
2. Для параболического уравнения  $u_t = u_{xx}$  решить первую краевую задачу

$$u(0, t_j) = 100, \quad u(20, t_j) = 200, \quad j = 0, 1, 2, \dots, 200.$$

Начальное условие задается таким образом:

$$u(x_i, 0) = 10(10 - x_i); \quad i = 0, 1, \dots, 10;$$

$$u(x_i, 0) = 20(x_i - 10); \quad i = 10, 11, \dots, 20;$$



Для решения сформулированной задачи воспользоваться явной схемой, приняв  $h=1$ ;  $\lambda=0,2$ ;  $\lambda = \frac{\tau}{h^2}$ .

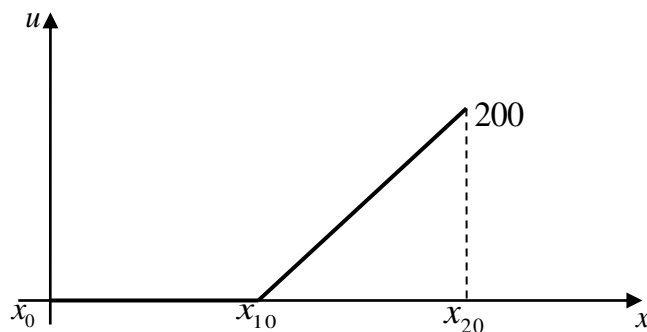
К какому виду должно стремиться распределение температуры по истечении достаточно длительного времени?

3. Решить ту же задачу, что в задании 2, приняв:

$$\lambda=0,1 \text{ и } j_{\max}=400; \quad \lambda=0,4 \text{ и } j_{\max}=100; \quad \lambda=0,8 \text{ и } j_{\max}=50; \quad \lambda=1 \text{ и } j_{\max}=20.$$

4. С помощью неявной схемы решить уравнение  $u_t = u_{xx}$ , приняв граничные и начальные условия заданными по формулам:

$$u(0, t_j) = 0; \quad u(x_{20}, t_j) = 200; \quad u(x_i, 0) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, 10; \quad u(x_i, 0) = 20(x_i - 10), \quad i = 10, 11, \dots, 20;$$



5. Составить алгоритм решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leq T, \\ u'(0) &= \beta_1 u(0) - \mu_1(t), \\ -u'(1) &= \beta_2 u(1) - \mu_2(t), \quad \beta_1, \beta_2 \geq 0, \quad \beta_1 + \beta_2 > 0,\end{aligned}$$

а) с помощью явной схемы;

б) с помощью неявной схемы.

6. Построить разностную схему, аппроксимирующую со вторым порядком по  $\tau$  и  $h$  дифференциальную задачу:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= f(x, t), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, T], \\ u(x, 0) &= \psi_0(x), \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) &= \psi_1(t), \quad u(1, t) = \psi_2(t).\end{aligned}$$

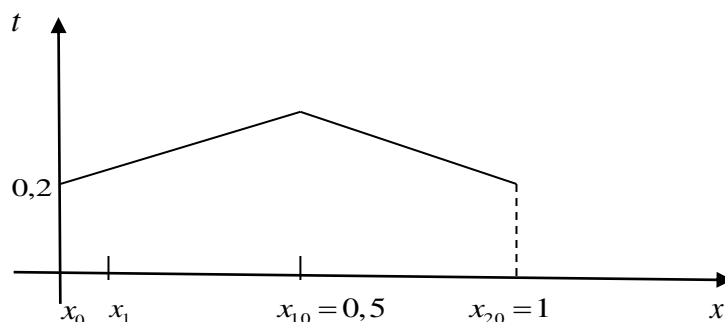
Записать расчетные формулы алгоритма.

### Тема 9: «Численные методы решения уравнений гиперболического типа»

1. Решить волновое уравнение  $u_{tt} = u_{xx}$  с помощью явной схемы ( $\sigma = 0$ ) для  $h = 1/20$ ,  $\gamma = 0,2$  с граничными условиями  $u(0, t) = u(20, t) = 0$ .

Начальные условия задаются в виде

$$u_0(x) = u(x, 0) = \begin{cases} 3,6x + 0,2; & x \in [0; 0,5], \\ -3,6x + 3,8; & x \in [0,5; 1]. \end{cases}$$



Чтобы начать вычисление принять  $u(x, \tau) = u(x, 0)$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ .

Продолжите счёт до  $j = 250$ .

2. Решите задачу в первом задании при начальных условиях

$$u(x_i, 0) = u(x_i, \tau) = 2 \sin \pi x_i, \quad i = 0, 1, \dots, 20.$$

Постройте график решения при  $j = 202$  как функцию от  $x_i$ .

Аналогично постройте график положения средней точки струны  $x_{10} = 0,5$  как функцию от времени.

3. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации краевой задачи:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) &= \beta_1 u(0, t) - \mu_1(t),\end{aligned}$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = \beta_2 u(1, t) - \mu_2(t), \quad t \geq 0,$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = \bar{u}_0(x) \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Составить алгоритм решения схемы.

### **Тема 10: «Численные методы решения интегральных уравнений»**

1. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^{0,96} \frac{(1+x+s)y(s)}{2+x^2+s^2} ds = e^{-x},$$

применяя квадратурную формулу Симпсона при  $n=4$ .

2. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^1 \frac{1+x+s}{2+xs} y(s) ds = 1-x^2,$$

применяя квадратурную формулу Гаусса при  $n=4$ .

3. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x) - \int_0^x \frac{y(s)}{(1+x+y)} ds = (1+x),$$

применяя квадратурную формулу трапеций при  $h=0,2$ .

### **Методические рекомендации по решению задач**

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач численными методами, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по заданиям для самостоятельной работы студента ( типовые задачи)**

Самостоятельное выполнение заданий на практических и лабораторных занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Методы вычислений».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 8. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	<p>Обучающийся</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач;</li> <li>- знает все формулы, применяемые методы и их точность;</li> <li>- может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.</li> </ul>

4	Обучающийся - даёт ответ, удовлетворяющий требованиям; - твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач; - сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

## 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

*Рубежный контроль* проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику*.

Рубежный контроль проводится в виде коллоквиумов (или самостоятельных, контрольных) на практических и лабораторных занятиях, а также компьютерного тестирования.

Выполняемые работы хранятся на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляются в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия выносятся программный материал (разделы) по дисциплине.

По каждой контрольной точке обязательным является компьютерное тестирование, которое проводится в группе вне рамок учебного расписания. Разработана и сертифицирована в установленном порядке база тестовых заданий по дисциплине. Она ежегодно обновляется и (или) дополняется на 15%.

Проведение бально-рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.

### 5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов) (контролируемая компетенция ОПК-2)

#### *Типовые варианты контрольных работ*

##### *Вариант 1.*

#### **Задание 1.**

**1.** Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

4: 1.031

2: 0.017

3: 0.0105

5: 7.0409

1: 0.01

**2.** Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

3: 0.0304

1: 0.03



4: 9.401

5: 9.0018

2: 0.022

3. Относительная погрешность  $\delta_a$  приближенного числа  $a$  при заданной абсолютной погрешности  $\Delta_a = 0.008$  и точным значением  $A = 0.4$  равна...

*Правильные варианты ответа:* 0.02; 0,02.

4. Предельная относительная погрешность  $\delta_a^*$  приближенного числа  $a = 2$  при заданной предельной абсолютной погрешности  $\Delta_a^* = 0.06$  равна...

*Правильные варианты ответа:* 0.02; 0,02.

5. В приближенном числе  $a = 24.79$  с абсолютной погрешностью  $\Delta_a = 0.012$  количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно...

*Правильные варианты ответа:* 3.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Для величин  $x = 4$  и  $y = 2$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.1$  и  $\Delta y = 0.02$  абсолютная погрешность суммы  $\Delta(x + y)$  равна

☐ 0.07   ☐ 0.05   ☐ 0.03   ☒ 0.12

2. Для величин  $x = 2$  и  $y = 1$  с относительными погрешностями  $\delta x = 0.01$  и  $\Delta y = 0.02$  относительная погрешность произведения  $\delta(x \cdot y)$  равна

☐ 0.17   ☐ 0.22   ☐ 0.19   ☒ 0.21

3. Правило Чеботарева вычисления абсолютной погрешности суммы  $n$  - приближенных чисел  $a$  записывается в виде

☒  $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{-m}$    ☐  $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^m$    ☐  $\Delta_s = \sqrt{n} \cdot \Delta_a$    ☐  $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot \Delta_a \cdot \delta_a$

4. Говорят, что приближенное число  $a$  (с  $m$  - старшим десятичным разрядом) содержит  $n$  - верных значащих цифр в широком смысле, если абсолютная погрешность удовлетворяет неравенству

☒  $\Delta_a \leq 1 \cdot 10^{m-n+1}$    ☐  $\Delta_a > 1 \cdot 10^{m-n+1}$    ☐  $\Delta_a \geq 1 \cdot 10^{m-n+1}$    ☐  $\Delta_a \leq 0.5 \cdot 10^{m-n+1}$

5. Предельная относительная погрешность  $\delta_a^*$  приближенного числа  $a$  связана с предельной абсолютной погрешностью  $\Delta_a^*$  по формуле

☒  $\delta_a^* = \frac{\Delta_a^*}{|a|}$    ☐  $\delta_a^* = \frac{\Delta_a^*}{A}$    ☐  $\delta_a^* = \frac{|a|}{\Delta_a^*}$    ☐  $\delta_a^* = \Delta_a^* - A$

**Задание 3.**

1. Определить абсолютную погрешность суммы  $\Delta(x + y)$  для величин  $x = 2$  и  $y = 3$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.17$  и  $\Delta y = 0.03$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.2; 0,2.

2. Определить абсолютную погрешность частного  $\Delta(a/b)$  для величин  $a = 4.2$  и  $b = 2.1$  с относительными погрешностями  $\delta a = 0.01$  и  $\delta b = 0.2$ .

*Правильные варианты ответа:* 0,42; 0.42.

3. Определить абсолютную погрешность разности  $\Delta(x - y)$  для величин  $x = 7$  и  $y = 5$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.715$  и  $\Delta y = 0.035$ .

*Правильные варианты ответа:* 0,75; 0.75.

4. Определить абсолютную погрешность произведения  $\Delta(x \cdot y)$  для величин  $x = 3.05$  и  $y = 2.01$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x = 0.05$  и  $\Delta y = 0.01$ .

*Правильные варианты ответа:* 0.131; 0,131.

5. Определить абсолютную погрешность произведения  $\Delta(x \cdot y)$  для величин  $x=5$  и  $y=1.02$  с относительными погрешностями  $\delta_x = 0.02$  и  $\delta_y = 0.05$ .

Правильные варианты ответа: 0.357; 0,357.

### Вариант 2.

**Задание 1.** Вставьте пропущенное слово:

1. Формулы численного дифференцирования, в которых учитываются значения заданной функции как и при  $x > x_0$ , так и при  $x < x_0$ , называются ... формулами численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: центральными.

2. С ростом порядка ... обычно резко снижается точность численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: производной.

3. Некорректность в С задачи численного дифференцирования заключается в сколь угодно ... расхождении производных двух сколь угодно близких функций.

Правильный вариант ответа: большом.

4. Для сколько угодно близких  $x(t), \tilde{x}(t) \in C^1[a, b]$  расстояние между их производными в  $C[a, b]$  может быть сколь угодно ...

Правильные варианты ответа: велико.

5. Если табулирована не только функция, но и ее производные, то следует составлять и дифференцировать интерполяционный многочлен ...

Правильный вариант ответа: Эрмита.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Можно построить формулу численного дифференцирования с  $n$  узлами, точную для многочленов степени

☒  $n-1$    ☐  $n+1$    ☐  $n$    ☐  $2n+1$

2. Практической формулой  $r_n(x_0) \leq \frac{1}{h} \frac{\Delta^{n+1} y_0}{n+1}$  пользуются для оценки ошибки при вычислении первой производной по формуле

☒  $y'_0 = \frac{1}{h} \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$    ☐  $y'_0 = \frac{1}{h} \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$

☐  $y'_0 = \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$    ☐  $y'_0 = h \left( \Delta y_0 - \frac{1}{2!} \Delta^2 y_0 - \frac{1}{3!} \Delta^3 y_0 - \dots \right)$

3. Для задачи Коши  $y' = ux^2$ ,  $y(2)=3$  один шаг метода Эйлера с  $h=0,1$  даёт результат для  $y(2,1)$ , равный

☒ 4,2   ☐ 3,2   ☐ 4,1   ☐ 3,8

4. Для задачи  $y' = x + y^2$ ,  $y(0)=1$  один шаг метода Эйлера при  $h=0,2$  дает значение

☒ 1,2   ☐ 1,25   ☐ 1,5   ☐ 1,3

5. Для таблично заданной функции

$x$	0	0,2	0,4
$y$	1	1,3	1,8

значение  $y'(0,2)$  по формуле для центральных разностей равно

☒ 2   ☐ 2,2   ☐ 2,1   ☐ 1,8

**Задание 3.**

1. Определить один шаг метода Эйлера при  $h=0,2$  для задачи  $y' = x + y^2$ ,  $y(0)=1$ .

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

2. Определить один шаг метода Эйлера при  $h = 0,2$  для задачи  $y' = y$ ,  $y(0) = 1$ .

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

3. Определить один шаг метода Эйлера для  $y(1,1)$  при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = x - y^2$ ,  $y(1) = 2$ .

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

4. Определить один шаг метода Эйлера для  $y(2,1)$  при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = xy^2$ ,  $y(2) = 3$ .

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

5. Определить один шаг метода Эйлера при  $h = 0,1$  для задачи Коши  $y' = xy$ ,  $y(1) = 2$ .

Правильные варианты ответа: 2.2; 2,2.

### Вариант 3.

**Задание 1.** Вставьте пропущенное слово:

1. Конечное множество точек  $\omega_h = \{x_i = ih, i = 1, 2, \dots, N-1\}$  на оси  $x$  есть...

Правильный вариант ответа: сетка.

2. Расстояние между ближайшими узлами сетки есть...

Правильный вариант ответа: шаг

3. Функция, определенная на сетке  $\omega_h = \{x_i = ih, i = 1, 2, \dots, N-1\}$  есть...

Правильный вариант ответа: сеточная функция

4. Выражение  $\frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$  является дискретным аналогом производной ... порядка.

Правильный вариант ответа: первого

5. Формула  $(uv)_x = u_x v + u^{(+)} v_x$  является разностным аналогом формулы дифференцирования ...

Правильный вариант ответа: произведения.

**Задание 2.** Выберите правильный ответ.

1. Разностный аналог формулы интегрирования по частям имеет вид:

☒  $(u, v_x) = -(u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$     ☐  $(u, v_x) = (u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$

☐  $(u, v_x) = (u_x, v) + u_N v_N - u_0 v_1$     ☐  $(u, v_x) = (u_x, v) - u_N v_N - u_0 v_1$

2. Неравенство Коши - Буняковского имеет вид:

☒  $|(u, v)| \leq \|u\| \cdot \|v\|$     ☐  $|(u, v)| \geq \|u\| \cdot \|v\|$

☐  $|(u, v)| \leq \|u\| + \|v\|$     ☐  $|(u, v)| < \|u\| \cdot \|v\|$

3.  $\varepsilon$ -неравенство Юнга имеет вид:

☒  $|ab| \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2$     ☐  $|ab| \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{\varepsilon} b^2$

☐  $|ab| \geq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2$     ☐  $|ab| \leq 2\varepsilon a^2 + \frac{1}{2\varepsilon} b^2$

4. Нетривиальными решениями задачи  $u''(x) + \lambda u = 0$ ,  $0 < x < l$ ,  $u(0) = u(l) = 0$  являются:

☒ собственные функции    ☐ собственные значения

☐ собственные решения    ☐ частные решения

5. Для всякой сеточной функции  $y(x)$ , заданной на сетке  $\bar{\omega}_h = \{x_i = ih, 0 \leq i \leq N, x_0 = 0, x_N = 1\}$  и обращающейся в нуль в точках  $x = 0, x = 1$  справедливо неравенство:

☒  $\|y\|_c \leq \frac{1}{2} \|y_x^-\|$ , где  $\|y\|_c = \max_{x \in \bar{\omega}_h} |y(x)|$ ,  $\|y_x^-\| = (y_x^-, y_x^-)^{1/2}$

☐  $\|y\|_c \geq \frac{1}{2} \|y_x^-\|$     ☐  $\|y\|_c \leq \frac{1}{18} \|y_x^-\|$     ☐  $\|y\|_c \leq \frac{1}{16} \|y_x^-\|$

### Задание 3.

1. Если  $\left| (L^h(u))_h - (Lu)_h \right|_{x=x_i} \leq Ch^n$ , то говорят что оператор  $L^h \dots$  аппроксимирует в точке  $x = x_i$  оператор  $L$  на функции  $u$  с порядком  $n$ .

Правильный вариант ответа: локально.

2. Разность  $\psi = L^h u - Lu$  есть погрешность аппроксимации оператора  $L$  оператором  $L^h$ .

Правильный вариант ответа: погрешность.

3. Разностная схема  $L^h u = \varphi \dots$ , если для ее решения справедливо неравенство

$$\|y\|_{(1)} \leq M \|\varphi\|_{(2)}, \quad M > 0 \text{ не зависит от } h$$

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Разностная схема  $L^h u = \varphi \dots$ , если  $\|(L^h)^{-1}\| \rightarrow \infty$  при  $h \rightarrow 0$ .

Правильный вариант ответа: неустойчива.

5. Разностное уравнение  $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 7y_{n+3} = 21$  имеет ... порядок точности.

Правильные варианты ответа: 3; третий.

### Вариант 4.

Задание 1. Вставьте пропущенное слово.

1. Аппроксимация второй производной  $u''(x_i) \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$

имеет погрешность ... порядка.

Правильные варианты ответа: 2; второго.

2. Порядок разностного уравнения  $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 4y_{n+3} = 5$  равен ...

Правильные варианты ответа: 2; двум.

3. Разностная схема  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N-1$ ,  $y_0 = \mu_1$ ,  $y_N = \mu_2 \dots$ , если  $A_i > 0$ ,  $B_i > 0$ ,  $C_i - A_i - B_i \geq 0$

Правильный вариант ответа: монотонна.

4. Выражение  $\frac{y_i - y_{i-1}}{h_i}$  — есть левая разностная производная на ... сетке.

Правильные варианты ответа: неравномерной.

5. ... разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения  $(ku_x)_x - q(x)y = -f(x)$  имеет вид  $(au_x)_x - dy = -\varphi$ .

Правильный вариант ответа: однородная.

Задание 2. Выберите правильный ответ.

1. Задача Коши для дифференциального уравнения  $Lu \equiv \frac{du}{dt} + \lambda u = f(t)$ ,  $t > 0$  имеет вид:

☒  $Lu = f$ ,  $u(0) = u_0$     ☐  $Lu = f$ ,  $u(0) = u(1) = 0$

$$\square Lu = f, \quad u(0) = u(1) \quad \square Lu = f, \quad u(t_0) = u(t_1)$$

2. Явная разностная схема Эйлера для задачи Коши  $\frac{du}{dt} + \lambda u = f(t), \quad t > 0, \quad u(0) = u_0$  имеет вид

$$\checkmark \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = f_n, \quad y_0 = u_0, \quad y_n = y(t_n) \quad \square \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_n, \quad y_0 = u_0$$

$$\square \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_{n+1}, \quad y_0 = u_0 \quad \square \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{\tau} + \lambda y_{n-1} = f_n, \quad y_0 = u_0$$

3. Уравнение  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x)u = -f(x), \quad 0 < x < 1$ , описывает

☒ стационарное распределение температуры ☐ нестационарные процессы

☐ нестационарный процесс диффузии ☐ поток тепла в точке  $x_0$

4. Задача  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] - q(x)u = -f(x), \quad 0 < x < 1, \quad u(0) = u(1) = 0, \quad k(x) \geq c_1 > 0, \quad q(x) \geq 0$

имеет единственное решение, если

☒  $k(x) \in C^1[0,1], \quad q, f \in C[0,1] \quad \square k, q, f$  - знакоопределенные на  $(0,1)$  функции

☐  $k(x), q, f$  - кусочно-непрерывные функции ☐  $k, q, f$  имеют разрывы первого рода

5. Оператор, порожденный дифференциальным выражением  $Lu \equiv \frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] + q(x)u$  и

граничными условиями  $u(0) = u(1) = 0$ , является положительным, если

☒  $k(x) \geq c > 0, \quad q(x) \geq 0 \quad \square |k(x)| \leq c_1, \quad |q| \leq c_2$

☐  $q(x) \geq 0, \quad |k| \leq c_1 \quad \square k(x) \leq c_1 < 0, \quad q \geq 0$

### Задание 3.

1. Метод прогонки для решения системы разностных уравнений

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad y_0 = \chi_1 y_1 - \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2, \dots$ , если

$|C_i| \geq |A_i| + |B_i|, \quad i = 1, N-1; \quad |\chi_\alpha| \leq 1, \quad \alpha = 1, 2; \quad |\chi_1| + |\chi_2| < 2$

Правильный вариант ответа: устойчив.

2. Неявная схема Эйлера  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = 0 \dots$  при условии  $\lambda > 0$ .

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Явная схема  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = 0 \dots$  при условии  $\tau \leq \frac{2}{\lambda}, \quad \lambda > 0$ .

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Оператор  $A$  называют ... в  $H$ , если  $(Ax, x) \geq \delta \|x\|^2, \quad \delta > 0$ .

Правильный вариант ответа: положительно определенным.

5. Оператор  $A: H \rightarrow H$  является ..., если имеет место  $(Ax, y) = (x, Ay), \quad x, y \in H$ .

Правильный вариант ответа: самосопряженным.

### Вариант 5.

Задание 1. Выберите правильный ответ.

1. Расчетная форма разностной схемы первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид:

$$\checkmark A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = 1, N-1, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$$

$$\square A_i y_{i-1} + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = 1, N-1, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$$

- ☐  $A_i y_{i-1} - C_i y_i = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$
- ☐  $A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

2. Схема предиктор-корректор задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = f(t, u), \quad t > 0$$

$$u(0) = u_0$$

имеет вид

☒  $\begin{cases} \frac{\bar{y}_n - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, \bar{y}_n\right) \end{cases}$

☐  $\begin{cases} \frac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n + \frac{\tau}{2}, \bar{y}_{n+1}) \end{cases}$

☐  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_{n+1}, y_{n+1})$

☐  $\frac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n)$

3. Для решения разностной задачи  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$  справедлив принцип максимума, если

- ☐  $A_i \geq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$
- ☐  $A_i \leq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$
- ☒  $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$
- ☐  $A_i \leq 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

4. Для решения задачи  $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$  справедлива

оценка  $\|y\|_c \leq \left\| \frac{F}{D} \right\|_c$ , если

- ☒  $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \bar{D}_i = |C_i| - |A_i| - |B_i| > 0, \quad i = \overline{1, N-1}$
- ☐  $|A_i| > 0, \quad B_i \geq 0, \quad \bar{D}_i > 0$
- ☐  $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \bar{D}_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$
- ☐  $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad \bar{D}_i \geq 0$

5. Каноническая форма сеточного уравнения для эллиптических уравнений имеет вид:

☒  $A(P)y(P) = \sum_{Q \in \Pi'(P)} B(P, Q)y(Q) + F(P)$

☐  $\sum_{Q \in \Pi'(P)} B(P, Q)y(Q) = F(P)$

☐  $Lu = -f, u(0) = u(1), u'(0) = u_1$

☐  $Lu = -f, u(0) = \int_0^1 u(x) dx, u(1) = u_2$

**Задание 2.** Вставьте пропущенное слово.

1. Наибольшее ... значение разностной задачи Штурма - Лиувилля

$$X_{xx} + \lambda X = 0, \quad X(0) = X(1) = 0 \quad \text{равно} \quad \lambda_{N-1} = \frac{4}{h^2} \cos^2 \frac{\pi h}{2}$$

Правильный вариант ответа: собственное.

2. Если схема ... по правой части и аппроксимирует исходную дифференциальную задачу, то она сходится и ее точность совпадает с порядком аппроксимации.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Матрица системы уравнений

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$y_0 = \chi_1 y_1 + \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2$$

является ...

Правильный вариант ответа: трёхдиагональной.

4. Оператор  $A$  называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве  $H$ , если  $(Ax, x) \geq 0, x \in H$

Правильный вариант ответа: неотрицательным.

5. Однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке в классе гладких коэффициентов имеет ... порядок точности  
 Правильные варианты ответа: 2; второй.

### Задание 3.

1. Прогночные коэффициенты в формулах прогонки определяются по формулам

$$\boxed{\checkmark} \quad \begin{cases} \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1 \\ \beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \beta_1 = \nu_1 \end{cases}$$

$$\square \quad \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{F_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}$$

$$\square \quad \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1, \quad \beta_1 = \nu_1$$

$$\square \quad \alpha_{i+1} = \frac{A_i B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \nu_1, \quad \beta_1 = \chi_1$$

2. Схема предиктор-корректор для решения задачи Коши  $u_t = f(t, u)$ ,  $u(0) = u_0$  имеет вид

$$\boxed{\checkmark} \quad \begin{cases} \bar{y}_n = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \tau f(t_{n+1/2}, \bar{y}_n) \end{cases} \quad \square \quad \bar{y}_{n+1} = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n)$$

$$\square \quad y_{n+1} = y_n + \tau f_n \quad \square \quad \begin{cases} \bar{y}_n = y_n - \tau f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n - \tau f(t_n, \bar{y}_n) \end{cases}$$

3. Схема второго порядка аппроксимации для задачи  $\frac{d}{dx} \left[ k(x) \frac{du}{dx} \right] = -f(x)$ ,  $0 < x < 1$ ,

$u(0) = u(1) = 0$  имеет вид

$$\boxed{\checkmark} \quad (a_{\bar{x}})_x = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0 \quad \square \quad \frac{1}{h} (a_{i+1} y_{\bar{x},i} - a_i y_{\bar{x},i}) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$$

$$\square \quad y_{\bar{x}\bar{x}} = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0 \quad \square \quad \frac{1}{h} \left( a_{i+1} \frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1} \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \right) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$$

4. Каноническая форма трехслойных схем имеет вид

$$\boxed{\checkmark} \quad B \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\tau} + R(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + Ay_n = \varphi_n, n = 1, 2, \dots \quad \square \quad Ry_{it} + Ay = \varphi$$

$$\square \quad B \frac{y_{n+1} - y_n}{2\tau} + \tau^2 Ry_{it} + Ay = \varphi \quad \square \quad By_0 + Ry_{it} + Ay = \varphi$$

5. Сеточное уравнение  $y_i = \sum_{j=0}^N k_{ij} y_j + f_i, i = \overline{0, N}$  является дискретным аналогом интегрального уравнения

$$\boxed{\checkmark} \quad \varphi(x) = \int_0^1 k(x, s) \varphi(s) ds + f(x) \quad \square \quad \varphi(x) = \int_0^x k(x, s) \varphi(s) ds + f(x)$$

$$\square \quad \varphi(x) = \int_1^x k(x, s) \varphi(s) ds + f(x) \quad \square \quad \varphi(x) = \int_0^1 k(x, s) f(s) ds + f(x)$$

Оценочные материалы для **коллоквиумов** приведены в п. 5.1.1.

**Критерии формирования оценок (оценивания) по контрольным точкам (контрольные работы, коллоквиум)**

В результате контрольной точки (контрольные работы, коллоквиум) знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 9. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов); - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы; - решено менее 50 % задач.

**5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемая компетенция ОПК-2)**

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС –

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1527>

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1450>

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

**Образцы тестовых заданий**

1. Для величин  $x=4$  и  $y=2$  с абсолютными погрешностями  $\Delta x=0.1$  и  $\Delta y=0.02$  абсолютная погрешность суммы  $\Delta(x+y)$  равна:

- ☐ 0.07  
☐ 0.05  
☐ 0.03  
☒ 0.12

2. Отметьте правильный ответ

Оператор  $A$  называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве  $H$ , если

- ☒  $(Ax, x) \geq 0, \quad x \in H$   
☐  $(Ax, x) \geq -c\|x\|^2$   
☐  $(Ax, x) > 0, \quad x \in H$   
☐  $(Ax, x) = 0, \quad x \in H$



3. Отметьте правильный ответ

Явная схема Эйлера  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = 0$

- ☒ условно устойчива при  $\tau \leq 2/\lambda$
- ☐ безусловно устойчива
- ☐ устойчива при  $\tau > 2/\lambda$
- ☐ неустойчива

5. Отметьте правильный ответ

Схема с весами  $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda(\sigma y_{n+1} + (1-\sigma)y_n) = 0$

- ☒ безусловно устойчива при  $\sigma > \frac{1}{2}$
- ☐ устойчива при любом  $\sigma < \frac{1}{2}$
- ☐ неустойчива
- ☐ безусловно устойчива при  $\sigma = \frac{1}{4}$

7. Отметьте правильный ответ

Число арифметических операций  $Q$  в методе прогонки

- ☒  $Q = O(N)$
- ☐  $Q = O(N^2)$
- ☐  $Q = O\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$
- ☐  $Q = O\left(N^{\frac{1}{2}}\right)$

8. Отметьте правильный ответ

Разностная схема однородна, если

- ☒ её коэффициенты вычисляются во всех узлах сетки по одним и тем же формулам
- ☐ монотонна
- ☐ её коэффициенты во всех узлах сетки вычисляются по разным формулам
- ☐ коэффициенты положительны

10. Отметьте правильный ответ

Разностный аналог формулы дифференцирования произведения имеет вид

- ☒  $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$
- ☐  $(uv)_x = u_x v + uv_x$
- ☐  $(uv)_x = u_x v^{(-1)} + uv_x$
- ☐  $(uv)_x = u_x v^{(-1)} + u^{(+1)} v_x$

### **Критерии формирования оценок (оценивания) по компьютерному тестированию**

В результате компьютерного тестирования знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 10. Шкала оценивания**

Процент правильных ответов, критерии оценивания	Количество баллов
Более 85 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	5
От 71 до 84 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	4
От 41 до 70 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	3
От 21 до 40 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	2
От 10 до 20 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	1
Менее 10 % правильных ответов на предложенные тестовые задания.	0

В результате прохождения *текущего и рубежного контроля* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 11. Шкала оценивания**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
VII	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации/	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».

### 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Оценочные материалы для проведения *промежуточной аттестации* по дисциплине включают в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Для каждого результата обучения определяются показатели и критерии оценивания сформированных компетенций на различных этапах их формирования, шкалы и процедуры оценивания. При составлении оценочных материалов основываются на компетентных принципах. Они содержат комплексные средства оценки, объективно отражающие качество подготовки специалиста по данной дисциплине.

*Промежуточная аттестация* завершает изучение дисциплины и помогает оценить совокупности знаний и умений, а также формирование определенных профессиональных компетенций. Она служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Оценивание знаний, умений и навыков носит комплексный, системный характер – с учетом как места дисциплины в структуре образовательной программы, так и содержательных и смысловых внутренних связей. Связи формируемых компетенций с разделами и темами дисциплины обеспечивают возможность реализации для текущего контроля наиболее подходящих оценочных средств.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Методы вычислений» в форме проведения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины. Она может проводиться в устной и письменной форме, и в форме тестирования. Итоговая оценка определяется суммой баллов, полученных студентом в ходе текущего и рубежного контроля, а также в ходе промежуточной аттестации.

Для успешной промежуточной аттестации студент должен:

- показать полные и глубокие знания материала;
- уметь применять полученные знания для решения практических задач и быть способным анализировать проблемы, формулировать выводы;
- владеть необходимыми навыками для применения полученных знаний и умений в своей профессиональной деятельности.

Для получения зачёта студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Для допуска к зачёту студент должен по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости набрать число баллов не менее 36. На зачёте он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачёта. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал 61 и более баллов, то ему может выставляться зачёт без сдачи.

#### ***Вопросы, выносимые на зачет (контролируемая компетенция ОПК-2)***

1. Современные вычислительные средства и численные методы, их связь и взаимное влияние.
2. Основные источники и классификация погрешностей.
3. Действия с приближенными числами.
4. Простейшие способы оценки погрешностей.
5. Общая задача интерполирования.
6. Интерполирование по значениям функции.
7. Алгебраическое интерполирование.
8. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
9. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
10. Многочлены Чебышева.
11. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
12. Конечные и разделенные разности.
13. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.
14. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
15. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
16. Постановка задач численного дифференцирования.
17. Основные формулы численного дифференцирования.
18. Погрешность формул численного дифференцирования.
19. Некорректность задачи численного дифференцирования.

20. Задача наилучшего равномерного приближения функции.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Обработка результатов наблюдения.
23. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
24. Интерполяционные квадратурные формулы.
25. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса.
26. Метод простой итерации.
27. Сходимость, оценка погрешности.
28. Процесс практической оценки погрешности.
29. Метод Зейделя, релаксации.
30. Сходимость методов Зейделя и релаксации.
31. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
32. Метод Ньютона и секущих. Сходимость.
33. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
34. Одношаговые методы.
35. Метод Эйлера и его модификации.
36. Метод Рунге-Кутты построения одношаговых схем.
37. Схема Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Особенности ее реализации на ЭВМ.
38. Метод Рунге-Кутты для систем уравнений.
39. Многошаговые методы.
40. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.
41. Однородные разностные схемы.
42. Методы построения разностных схем.
43. Аппроксимация и устойчивость.
44. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
45. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
46. Теорема о минимуме функционала энергии.
47. Сетки и сеточные функции.
48. Аппроксимация частных производных.
49. Порядок аппроксимации. Устойчивость.
50. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
51. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
52. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
53. Задача Коши для волнового уравнения.
54. Области влияния дифференциальной и разностной задач.
55. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
56. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
57. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.
58. Метод установления. Сходимость явной схемы установления.
59. Быстрое преобразование Фурье.
60. Приближенное решение интегральных уравнений.
61. Метод замены интеграла квадратурной суммой.
62. Метод замены ядра вырожденным ядром. Способы замены ядра вырожденным ядром.
63. Решение интегральных уравнений I рода.
64. Понятие о методе регуляризации при решении уравнения I рода.
65. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.

***Критерии формирования оценок (оценивания) по промежуточной аттестации***

Знания обучающегося во время прохождения *промежуточной аттестации* оцениваются по ниже следующей шкале.

**Таблица 12. Шкала оценивания**

Количество баллов	Критерии оценивания
20–25	Обучающийся свободно ориентируется в материале и отвечают без затруднений; способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 71– 100% задач.
14–18	Обучающийся относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок; способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
9–13	Обучающийся недостаточно высоко владеет материалом. В процессе ответа на зачете допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Правильно выполнено не менее 2/3 всей работы или допущено не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач.
1–8	Обучающийся допускает значительные ошибки; имеет лишь начальную степень ориентации в материале. Правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

В результате *прохождения промежуточной аттестации (зачета)* оценивание планируемых результатов обучения по дисциплине проводится по ниже следующей шкале.

**Таблица 13. Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36–60)	Зачтено (61–70)
VII–VIII	Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

## 6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Минимальная сумма – 61 балл, набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

- *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.
- *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 25 – баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Методы вычислений» в VII семестре является зачет.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из составляющих, приводимых в таблице 14.

**Таблица 14. Распределение баллов текущего и рубежного контроля**

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<b>Посещение занятий</b>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<b>Текущий контроль:</b>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	<b>Ответ на 5 вопросов</b>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 6 до 12 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.
	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.
	<b>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</b>	<i>от 0 до 15 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>	<i>от 0 до 5 б.</i>
3	<b>Рубежный контроль</b>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	тестирование	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	коллоквиум	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
<b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b>		<i>до 70 баллов</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 24 б.</i>

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. По дисциплине «Методы вычислений» учебным планом предусмотрены форма промежуточной аттестации – зачет в VII семестре. Проводится комплексная проверка обучающихся на определение степени овладения знаниями, умениями и навыками, полученными на занятиях, а также путём самостоятельной работы.

Качество освоения дисциплины оценивается по ниже приводимой таблице.

**Таблица 15. Критерии оценки качества освоения дисциплины**

Баллы (рейтинговой оценки)	Результат освоения	Требования к уровню сформированности компетенций
61-70	Зачтено (без процедуры сдачи зачета)	Обучающийся освоил знания, умения и навыки, входящие в состав компетенции: ОПК-2 – способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.
36-60	Зачтено (с процедурой сдачи зачета)	Обучающийся проявляет компетенцию ОПК-2, но не в полном объеме входящих в её состав действий. Обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы.
менее 36	не зачтено	Компетенция не сформирована.

**«Зачтено»** выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

**«Не зачтено»** может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ОПК-1, ОПК-4 представлены в таблице 16

**Таблица 16. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Категория компетенции	Код и наименование компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающего формирование компетенций
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	<b>ОПК-2</b> Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	<b>Знать</b> математические модели и их использование в естествознании, экономике и управлении  <b>Уметь</b> модифицировать и анализировать существующие математические модели  <b>Владеть</b> навыками построения математических моделей	<b>ИД_1_ОПК-2.1.</b> Способен оценивать существующие принципы математических моделей.  <b>ИД_2_ОПК-2.2.</b> Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1)  Типовые оценочные материалы для самостоятельной работы (п. 5.1.2.)  Типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.2.1.)  Типовые тестовые задания (п. 5.2.2.)  Типовые оценочные материалы к зачету (п. 5.3.)

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.

2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями от 08.02.2021г.) Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020.

[http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301\\_B\\_3\\_15062021.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301_B_3_15062021.pdf)

3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

### 7.2. Основная литература

4. Волков, Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-7899-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167179>

5. Вагер Б.Г. Численные методы : учебное пособие / Вагер Б.Г.. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ,



2017. — 152 с. — ISBN 978-5-9227-0786-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/78584.html>

6. Новиков, А. И. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / А. И. Новиков. — Рязань : РГРТУ, 2021. — 50 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168043>

7. Бахвалов Н.С. Численные методы / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 637 с. — ISBN 978-5-00101-836-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88986.html>

8. Карманова, Е. В. Численные методы : учебное пособие / Е. В. Карманова. — 3-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2020. — 172 с. — ISBN 978-5-9765-2303-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/152402>

9. Олегин И.П. Введение в численные методы : учебное пособие / Олегин И.П., Красноруцкий Д.А.. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. — 115 с. — ISBN 978-5-7782-3632-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91332.html>

10. Батищев Р.В. Численные методы : учебное пособие / Батищев Р.В.. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2018. — 73 с. — ISBN 978-5-88247-900-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88750.html>

### 7.3. Дополнительная литература

11. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные вычисления— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57105.html>.— ЭБС «IPRbooks»

12. Руев Г.А., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений и их реализация в.— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2008.— 98 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68788.html>.— ЭБС «IPRbooks»

13. Бедарев И.А., Кратова Ю.В., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений в пакете MathCAD [— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2013.— 169 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68893.html>.— ЭБС «IPRbooks»

14. Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы (Лабораторный практикум). Изд. КБГУ. – Нальчик, 2010. – 129 с.

15. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978г.-512с.

16. Сулова С.А. Численные методы: методические указания к выполнению лабораторных работ. Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. – 34 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55178>. – ЭБС «IPRbooks»

17. Абрамкин, Г.П. Численные методы : учебное пособие / Г.П. Абрамкин. — Барнаул : АлтГПУ, 2016. — 260 с. — ISBN 978-5-88210-829-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112165>

18. Пирумов У.Г. Численные методы. М.: Дрофа, 2004г.-224с.

19. Самарский А.А. Введение в численные методы. С.-П.: Лань, 2005г.-288с.

20. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989г. - 432с.

21. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. М.: Мир, 1982.

22. Гавришина, О.Н. Численные методы : учебное пособие / О.Н. Гавришина, Ю.Н. Захаров, Л.Н. Фомина. — Кемерово : КемГУ, 2011. — 237 с. — ISBN 978-5-8353-1126-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/30129>



23. Даутов, Р.З. Практикум по курсу Численные методы. Решение задачи Коши для системы ОДУ: учебное пособие / Р.З. Даутов. — Казань : КФУ, 2014. — 100 с. — ISBN 978-5-00019-312-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/72806>

24. Мастяева И.Н. Численные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Мастяева И.Н., Семенихина О.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2003.— 241 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11121.html>.

25. Махмутов М.М. Лекции по численным методам [Электронный ресурс]/ Махмутов М.М.— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2007.— 237 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16558.html>.

#### 7.4. Периодические издания

26. Журнал вычислительной математики и математической физики.
27. Вестник РАН. Серия математическая.
28. Успехи математических наук

#### 7.5. Интернет-ресурсы

29. <http://www.EXPonenta.ru>
30. <http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html>
31. <http://Math.ru>
32. <http://electrolibrary.narod.ru>
33. <http://lib.mexmat.ru>
34. <http://math-portal.ru>
35. <http://uchites.ru>
36. <http://softlab-portable.ru>
37. <http://intuit.ru>
38. <http://eduScan.net>
39. <http://ph4s.ru>

#### *Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ*

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Полный доступ
2.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

	студента))			
4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPSMART»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)	Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык» (Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a> <a href="http://www.ros-edu.ru/">http://www.ros-edu.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	ЭБС «Юрайт» для ВО	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
11.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

## 7.6. Методические указания к практическим и лабораторным работам

Целью практических и лабораторных занятий является приобретение студентами новых знаний, профессиональных умений и навыков для самостоятельной практической работы. Практические и лабораторные занятия позволяют углубить и закрепить теоретические знания в интересах профессиональной подготовки. Они позволяют продемонстрировать знания, самостоятельность, умение читать и понимать учебные и научные материалы, а также применять их при решении конкретных задач прикладной математики.

Для подготовки к практическим и лабораторным занятиям следует использовать рекомендованную литературу и источники. Есть доступ к электронному варианту конспекта лекций, а также имеется лабораторный практикум: Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы. Нальчик: Полиграфический участок ИПЦ КБГУ, 2010г.

### **7.7. Методические указания по проведению учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы**

Учебная работа по дисциплине «Методы вычислений» состоит из контактной работы (лекции, практические и лабораторные занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану направления 01.03.01 – «Математика», профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика»

Для подготовки к практическим и лабораторным занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации для обучающихся по изучению дисциплины «Методы вычислений»***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения учебных работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; готовятся к практическим и лабораторным занятиям; выполняют самостоятельные работы; участвуют в выполнении практических и лабораторных заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, практических и лабораторных занятиях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. В случае нерегулярного посещения занятий у обучающихся есть доступ к электронному варианту лекции, заданий к практическим и лабораторным занятиям. Лекции включают все темы и основные вопросы. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим и лабораторным занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических и лабораторных занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим и лабораторным занятиям***

Практические и лабораторные занятия – составная часть учебного процесса, проходящие при активном участии студентов. Они способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических и лабораторных занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к этим занятиям необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические и лабораторные задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим и лабораторным занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы. В заданиях к лабораторным работам приводятся рекомендуемая литература.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. На лабораторных занятиях обучающиеся учатся грамотно самостоятельно решать предлагаемые индивидуально для каждого задания, а затем их защищать.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Для *самостоятельной работы* имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку. Имеется электронный вариант конспекта лекций, а также: Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы. Нальчик: Полиграфический участок ИПЦ КБГУ, 2010г.

*Самостоятельная работа* обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разноуровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций и лабораторный практикум. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;

- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических и лабораторных занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических и лабораторных занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать до 25 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому

материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу. На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет перечень вопросов, которые включают в себя тестовые задания, теоретические задания, задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня вопросов к зачету, доведенных до сведения обучающихся накануне. Результат устного (письменного) зачета – «зачтено», «не зачтено»

**Курсовое проектирование** не предусмотрено.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и практического типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Материально-техническое обеспечение: доступ к фондам учебных пособий, библиотечным фондам с периодическими изданиями по соответствующим темам, наличие компьютеров, подключенных к сети «Интернет» и оснащенных средствами медиапрезентаций (медиакоммуникаций).

Чтение лекций проводится в аудитории, обеспеченной мультимедийными средствами (презентационная лекционная часть доступна всем). Практические и лабораторные занятия проводятся в аудитории, оснащенной интерактивной и обычной доской.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:

*лицензионное программное обеспечение:*

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFAQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business;

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12;

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный.

*свободно распространяемые программы:*

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами.

## **8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невидимого доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;
3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;
4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на зачете/экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента зачет/экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями



двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию студента зачет/экзамен проводится в устной форме.

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Методы вычислений»  
по направлению подготовки 01.03.01 – Математика,  
профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика»  
на \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры прикладной математики и информатики

протокол № \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.Р. Бечелова