

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной  
программы А.Х. Журтов  
« 30 » мая 2023г.

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИФ и М Б.И. Куниев  
« 30 » мая 2023г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«Дискретный эргодический метод в теории чисел»**

Направление подготовки

01.04.01 Математика

код и наименование специальности или направления подготовки

Магистерская программа

Алгебра, математическая логика, теория чисел

(наименование профиля, специализации, магистерской программы)

Квалификация (степень) выпускника

(магистр)

Форма обучения

(очная)

**Нальчик, 2023**

Рабочая программа дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» /сост. У.М. Пачев – Нальчик: КБГУ, 2023г.

Рабочая программа дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.04.01 – Математика, 2 семестре, 1 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. №12 (с изменениями и дополнениями). Редакция с изменениями №1456 от 26.11.2020 (Зарегистрировано в Минюсте России 06 февраля 2018 г. № 49940)

## Содержание

1	Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины.....	4
4	Содержание и структура дисциплины.....	5
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	9
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности.....	15
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	16
	7.1 Основная литература.....	16
	7.2 Дополнительная литература.....	17
	7.3 Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал).....	17
	7.4 Интернет-ресурсы .....	17
	7.5 Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	17
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	25
9	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	27
	Приложения	

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

### Цели дисциплины:

- Ознакомить студентов-магистров с проблемой представления чисел тернарными квадратичными формами.
- Ознакомить студентов-магистров с основами дискретного эргодического метода Ю.В. Линника (ДЭМ).
- Формирование умений и навыков по использованию ДЭМ к арифметике тернарных и бинарных квадратичных форм.
- Дать обзор современных достижений по приложениям ДЭМ.

### Задачи дисциплины:

- Изучение основных понятий, определений и утверждений арифметики квадратичных форм.
- Изучение некоммутативной арифметики кватернионов и матриц в связи с ее приложениями к ДЭМ.
- Изучение теории поворотов векторов.
- Научить построению потоков векторов для получения эргодических теорем и теорем равномерного распределения целых точек на сферах и гиперboloидах.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Дискретный эргодический метод в теории чисел» относится к обязательной части модуля «Теория групп и групповые свойства графов» Блока 1 основной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.01 Математика, направленность (программа) «Алгебра, математическая логика, теория чисел».

Для успешного изучения дисциплины необходимы знания, приобретенные в курсах математического анализа, алгебры и теории чисел. Полученные знания могут быть востребованы при выполнении курсовых работ в магистратуре.

Дисциплина является важным звеном в дальнейшем математическом образовании магистранта и входит в блок профессиональных дисциплин.

## 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В совокупности с другими дисциплинами программы «Алгебра, математическая логика, теория чисел» дисциплина «Дискретный эргодический метод в теории чисел» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.04.01- Математика (уровень магистратуры):

**ОПК-3** – способен использовать знания в сфере математики в педагогической деятельности.

### *Индикаторы достижимости компетенции ОПК-3:*

**ОПК-3.1.** Способен применять теоретические знания области математики в педагогической деятельности

**ОПК-3.2.** Способен применять методы педагогики в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» студент должен:

### **ЗНАТЬ:**

- Определения основных понятий из некоммутативной арифметики, используемых в ДЭМ: кватернионы, бинарная квадратичная форма, вектор-матрица, след и норма кватерниона и матриц второго порядка;

- Действие поворота вектора;
- Применение теории поворотов векторов к построению потоков целых точек на сферах и гиперboloидах;
- Приложения ДЭМ к изучению распределения целых точек.

**УМЕТЬ:**

- Находить действие поворота на вектор;
- Строить потоки векторов (целых точек) на сферах и гиперboloидах;
- Асимптотически подсчитывать количество целых точек в областях на сферах и гиперboloидах, а также по классам вычетов по данному модулю.

**ВЛАДЕТЬ:**

- Базовыми понятиями из ДЭМ, доказательствами эргодических теорем и теорем равномерного распределения точек.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание разделов дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел», перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование раздела/темы	Содержание раздела/темы	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Алгебра и арифметика кватернионов.	Введение. Определение алгебры кватернионов. Частный случай гамильтоновых кватернионов.	ОПК-3	УО, К, РК
		Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства.	ОПК-3	
		Целые кватернионы. Кватернионные единицы.	ОПК-3	
		Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов.	ОПК-3	
		Алгоритм Евклида в кольце целых кватернионов. Наибольший общий делитель целых кватернионов.	ОПК-3	
		Кватернионный аналог основной теоремы арифметики.	ОПК-3	
2	Алгебра и арифметика матриц второго порядка.	Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства.	ОПК-3	УО, К, РК
		Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка.	ОПК-3	
		Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы.	ОПК-3	
		Сравнимость в кольце матриц второго порядка и ее свойства.	ОПК-3 ПК-10	
		Алгоритм Евклида в кольце целых матриц второго порядка.	ПК-10	
		Аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка.	ОПК-3	

3	Теория поворотов кватернионов и матриц и ее приложения в дискретном эргодическом методе (ДЭМ).	Теория поворотов кватернионных векторов.	ОПК-3	УО, К, РК
		Построение потоков целых точек на сфере.	ОПК-3	
		Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере.	ОПК-3	
		Теория поворотов вектор-матриц второго порядка.	ОПК-3	
		Построение потоков целых точек на гиперболоидах.	ОПК-3	
		Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперболоидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ	ОПК-3	

Структура дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел»  
 Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 3 зачетные единицы (108 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часов	
	2 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в зачетных единицах)</b>	3	3
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа:</b>	<b>34</b>	<b>34</b>
Лекционные занятия (Л)	17	17
Практические занятия (ПЗ)	17	17
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>74</b>	<b>74</b>
Самостоятельное изучение разделов/тем	65	65
Курсовой проект (КП), Курсовая работа (КР)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	Введение. Определение алгебры кватернионов. Частный случай гамильтоновых кватернионов. <i>Цель и задачи</i> – изложить основы алгебры кватернионов. Изучить частный случай гамильтоновых кватернионов.
2	Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства. <i>Цель и задачи</i> – ввести основные понятия связанные с алгеброй кватернионов. Изучить свойства скалярной части и нормы кватерниона.
3	Целые кватернионы. Кватернионные единицы. <i>Цель и задачи</i> – ввести понятие целого кватерниона. Изучить свойства целых кватернионов и кватернионных единиц.

4	Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов. <i>Цель и задачи</i> – перенести понятие делимости и сравнимости на кольцо кватернионов. Изучить свойство делимости и сравнимости кватернионов.
5	Алгоритм Евклида в кольце целых кватернионов. Наибольший общий делитель целых кватернионов. <i>Цель и задачи</i> – распространить на кольцо целых кватернионов алгоритм Евклида. Изучить понятие НОД кватернионов и его свойства.
6	Кватернионный аналог основной теоремы арифметики. <i>Цель и задачи</i> – изложить кватернионный аналог основной теоремы арифметики. Изучить его следствия.
7	Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства. <i>Цель и задачи</i> – изложить алгебру матриц второго порядка над полем рациональных чисел. Изучить свойства алгебры матриц второго порядка.
8	Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка. <i>Цель и задачи</i> – построить теорию делимости в кольце целых матриц второго порядка. Изучить свойства делимости таких матриц.
9	Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы. <i>Цель и задачи</i> – ввести понятие ассоциированности в кольце целых матриц второго порядка. Изучить вопрос о числе неассоциированных матриц второго порядка.
10	Сравнимость в кольце матриц второго порядка и ее свойства. <i>Цель и задачи</i> – изложить основы теории делимости матриц второго порядка.
11	Алгоритм Евклида в кольце целых матриц второго порядка. <i>Цель и задачи</i> – распространить алгоритм Евклида на кольцо целых матриц второго порядка. Изучить следствие этого алгоритма.
12	Аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка. <i>Цель и задачи</i> – рассмотреть аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка. Изучить следствия этой теоремы.
13	Теория поворотов кватернионных векторов. <i>Цель и задачи</i> – изложить основы теории поворотов кватернионных векторов. Изучить свойства поворотной эквивалентности кватернионных векторов.
14	Построение потоков целых точек на сфере. <i>Цель и задачи</i> – изложить способ построения потоков целых точек на сфере растущего радиуса. Изучить асимптотические свойства этих потоков.
15	Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере. <i>Цель и задачи</i> – дать формулировки эргодических теорем для целых точек на сфере. Изучить схему доказательства эргодической теоремы для целых точек на сфере.
16	Теория поворотов вектор-матриц второго порядка. <i>Цель и задачи</i> – изложить теорию поворотов матриц второго порядка. Изучить следствия этой теории.
17	Построение потоков целых точек на гиперboloидах. <i>Цель и задачи</i> – изложить способ построения потоков целых точек на гиперboloидах. Изучить асимптотические свойства этих потоков.
18	Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперboloидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ. <i>Цель и задачи</i> – сформулировать эргодические теоремы для целых точек на гиперboloидах. Рассмотреть следствия этой теоремы. Сделать постановку проблем относящихся к ДЭМ

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Тема
1	Введение. Определение алгебры кватернионов. Частный случай гамильтоновых кватернионов.
2	Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства.
3	Целые кватернионы. Кватернионные единицы.
4	Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов.
5	Алгоритм Евклида в кольце целых кватернионов. Наибольший общий делитель целых кватернионов.
6	Кватернионный аналог основной теоремы арифметики.
7	Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства.
8	Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка. Содержание дисциплины «ДЭМ».
9	Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы.
10	Сравнимость в кольце матриц второго порядка и ее свойства.
11	Алгоритм Евклида в кольце целых матриц второго порядка.
12	Аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка.
13	Теория поворотов кватернионных векторов.
14	Построение потоков целых точек на сфере.
15	Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере.
16	Теория поворотов вектор-матриц второго порядка.
17	Построение потоков целых точек на гиперболоидах.
18	Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперболоидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ

**Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине – не предусмотрены**

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Тема
1	Основные свойства алгебры кватернионов общего вида.
2	Дальнейшие свойства сравнений в кольце кватернионов.
3	Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка. Формулы для числа неассоциированных матриц.
4	Эргодические теоремы для целых точек на двуполостных гиперболоидах.
5	Эргодические теоремы для целых точек на однополостных гиперболоидах.

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**



Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

**5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.** Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

**Текущий контроль** успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

**5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» (контролируемая компетенция ОПК-3)**

**Тема 1. Алгебра и арифметика кватернионов.**

1. Введение. Определение алгебры кватернионов. Частный случай гамильтоновых кватернионов.
2. Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства.
3. Целые кватернионы. Кватернионные единицы.
4. Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов.
5. Алгоритм Евклида в кольце целых кватернионов. Наибольший общий делитель целых кватернионов.

**Тема 2. Алгебра и арифметика матриц второго порядка.**

6. Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства.
  7. Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка. Содержание дисциплины «ДЭМ».
  8. Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы.
  9. Сравнимость в кольце матриц второго порядка и ее свойства.
  10. Алгоритм Евклида в кольце целых матриц второго порядка.
- Аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка.

**Тема 3. Теория поворотов кватернионов и матриц и ее приложения в дискретном эргодическом методе (ДЭМ).**

11. Теория поворотов кватернионных векторов.
12. Построение потоков целых точек на сфере.
13. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере.
14. Теория поворотов вектор-матриц второго порядка.
15. Построение потоков целых точек на гиперболоидах.
16. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперболоидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ.

**Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

**В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:**

**1** балл, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определение экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**0,5** балла, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

**0** баллов, ставится, если обучающийся показывает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «1», «0,5», «0» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел».

#### **Задачи**

##### **Тема 1. Алгебра и арифметика кватернионов.**

1. Если  $A$  – целый кватернион, то доказать, что норма кватерниона  $A$  делится на его сопряженный кватернион.
2. Найти число положительных числовых делителей кватерниона  
$$A = 6 + 12i + 18j + 6k.$$
3. Доказать, что если кватернион  $A$  имеет нулевую скалярную часть, то  $A^2$  есть вещественное число.
4. Доказать мультипликативность нормы кватернионов.
5. Найти норму  $N(q \cdot \bar{q})$ , если  $q = 3 + 10i + 18j + 6k$
6. Найти норму  $p \cdot \bar{q}$ , если  $p = 3 + 2i - j + 2k$ ,  $q = 4 - 3i + 2j + k$
7. Найти все примитивные кватернионы нормы равной 9.
8. Доказать, что отношение сравнимости кватернионов по модулю  $M$  справа (слева) есть отношение эквивалентности.
9. Доказать, что всякий примитивный кватернион имеет норму не делящуюся на 4.
10. Найти норму кватерниона  $A = 6 + 12i + 18j + 6k$ .

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

##### **Тема 2. Алгебра и арифметика матриц второго порядка.**

11. Доказать, что если матрицы  $A, B \in M^2(Q)$  второго порядка с рациональными элементами связаны равенством  $B = \lambda + \mu A$ ,  $\mu\lambda \in Q$ , то  $AB = BA$ .
12. Доказать, что если следующие матрицы  $A \in M^2(Q)$  равен нулю, то  $A^2$  является рациональным числом.
13. Выяснить, делится ли матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  на матрицу  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  в кольце  $M_2(Z)$ .
14. Представить матрицу  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  в виде суммы скалярной матрицы и вектор-матрицы.
15. Найти норму для обратной матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$ .
16. Сформулировать числовые свойства поворотно-эквивалентных вектор-матриц.
17. Найти норму вектор – матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
18. Является ли обратимой матрица  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  в кольце целых матриц второго порядка
19. При каком значении  $\det A$  матрица  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  матрица является целой.
20. Разделить число 5 на матрицу  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  в кольце целых матриц второго порядка

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

**Тема 3. Теория поворотов кватернионов и матриц и ее приложения в дискретном эргодическом методе (ДЭМ).**

21. Доказать, что отношение поворотной эквивалентности вектор-матриц второго порядка есть отношение эквивалентности.
22. Найти главный член асимптотической формулы для числа целых точек в области приведения на однополостном гиперboloиде.
23. Найти число всех цепочек в потоке вектор-матриц нормы  $m=23$ .
24. Записать уравнение сферы уравнением в кватернионах.
25. Найти число неассоциированных матриц второго порядка нормы 6.
26. Сформулировать эргодическую теорему для целых точек на сфере.
27. Сформулировать теорему перемешивания для целых точек на сфере.
28. Сформулировать эргодическую теорему для целых точек на гиперboloидах.
29. Сформулировать теорему перемешивания для целых точек на гиперboloидах.
30. Сформулировать теорему о равномерном распределении целых точек на гиперboloидах.

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

**Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):**

«отлично» (5 баллов) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3-4 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1-2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала

по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

*«неудовлетворительно»* (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

**5.1.3. Оценочные материалы для выполнения сообщений (докладов) по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел» (контролируемая компетенция ОПК-3).**

**Сообщение (доклад)** – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы

**Примерные темы докладов по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел»**

1. Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства.
2. Целые кватернионы. Кватернионные единицы.
3. Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов.
4. Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства.
5. Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка. Содержание дисциплины «ДЭМ».
6. Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы.
7. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере.
8. Теория поворотов вектор-матриц второго порядка.
9. Построение потоков целых точек на гиперболоидах.
10. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперболоидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ.

**Методические рекомендации по написанию доклада**

**Доклад** – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Изложенное понимание доклада как целостного авторского текста определяет критерии его оценки: новизна текста; обоснованность выбора источника; степень раскрытия сущности вопроса; соблюдения требований к оформлению.

**Требования к докладу:**

Общее время доклада (сообщения) не должно превышать более 15 минут.

**Критерии оценки доклада:**

*«отлично»* (2 балла) ставится, если обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению сложных заданий, организационные способности. Отмечается способность к публичной коммуникации. Доклад представлен в срок.

*«хорошо»* (1 балл) – обучающийся достаточно полно, но без инициативы и творческих находок выполнил возложенные на него задачи. Доклад представлен достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками

*«удовлетворительно»* (0,5 балла) – обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Доклад представлен со значительным опозданием (более недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.

*«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции»* (менее 0,5 баллов) – обучающийся не выполнил свои задачи или выполнил лишь отдельные несущественные поручения. Доклад не представлен.

**5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.** Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится *три таких контрольных мероприятия по графику*.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течении учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**5.2.1. Оценочные материалы для проведения устного коллоквиума (контролируемая компетенция ОПК-3):**

***Рейтинговая точка №1***

1. Введение. Определение алгебры кватернионов. Частный случай гамильтоновых кватернионов.
2. Скалярная и векторная часть кватерниона. Сопряженные кватернионы. Скалярная часть и норма кватерниона и их свойства.
3. Целые кватернионы. Кватернионные единицы.
4. Делимость кватернионов. Сравнения в кольце кватернионов.
5. Алгоритм Евклида в кольце целых кватернионов. Наибольший общий делитель целых кватернионов.

***Рейтинговая точка №2***

6. Алгебра матриц второго порядка над полем рациональных чисел и ее свойства.
7. Теория делимости в кольце целых матриц второго порядка. Содержание дисциплины «ДЭМ».
8. Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка; количественные вопросы.
9. Сравнимость в кольце матриц второго порядка и ее свойства.
10. Алгоритм Евклида в кольце целых матриц второго порядка.
11. Аналог основной теоремы арифметики для матриц второго порядка.

***Рейтинговая точка №3***

12. Теория поворотов кватернионных векторов.
13. Построение потоков целых точек на сфере.
14. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на сфере.
15. Теория поворотов вектор-матриц второго порядка.
16. Построение потоков целых точек на гиперboloидах.
17. Эргодические теоремы и равномерное распределение целых точек на гиперboloидах. Постановка проблем, относящихся к ДЭМ.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

5 баллов - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100% задач;

4 балла - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70% задач;

3 балла – ставится в случае когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 55% задач

2 и менее баллов – ставится в случае когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на менее 50 % задач.

**5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.** Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел» в виде проведения зачета с оценкой.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

**ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ  
(контролируемая компетенция ОПК-3):**

1. Делимость целых кватернионов слева и справа.
2. Теорема о делении с остатком для кватернионов.
3. Аналог основной теоремы арифметики для кватернионов.
4. Кватернионные единицы.
5. Наибольший общий делитель кватернионов.
6. Сравнения в кольце целых кватернионов.
7. Делимость в кольце целых матриц второго порядка.
8. Ассоциированность в кольце целых матриц второго порядка и ее свойства.
9. Число целых неассоциированных матриц второго порядка.
10. Алгоритм Евклида для целых матриц второго порядка.
11. Аналог основной теоремы арифметики для целых матриц второго порядка.
12. Повороты кватернионов.
13. Повороты целых вектор-матриц второго порядка.
14. Поворотная эквивалентность целых вектор-матриц.
15. Теорема о НОД двух кватернионов.
16. Теорема о числовых свойствах поворотно эквивалентных вектор-матриц.
17. Построение потока вектор-матриц второго порядка.
18. Эргодическая теорема для кватернионов и распределение целых точек на сфере.
19. Эргодическая теорема для вектор-матриц и распределение целых точек на двуполостном гиперboloиде.
20. Эргодическая теорема для целых вектор-матриц и распределение целых точек на однополостном гиперboloиде.

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

**26-30 баллов** – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

**21-25 баллов** – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

**16-20 баллов** – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» во 2 семестре является зачет с оценкой.

В течение учебного процесса студент обязан отчитаться по теоретическому материалу и практическим занятиям: опросы, индивидуальные задания.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих (приложение 2).

**Целью промежуточных аттестаций** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

### **Критерии оценки качества освоения дисциплины**

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. Студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. Студент демонстрирует твердые знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. Студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала.

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. Студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ОПК-3 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
<b>ОПК-3</b> способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	<b>Знать</b> математических материал необходимый для педагогической деятельности  <b>Уметь</b> применять математические знания в педагогической деятельности  <b>Владеть</b> методами применения математики в педагогической деятельности	<b>ИД_1_ОПК-3.1.</b> Способен применять теоретические знания области математики в педагогической деятельности  <b>ИД_2_ОПК-3.2.</b> Способен применять методы педагогики в профессиональной деятельности	Типовые оценочные материалы для устного опроса ( <i>раздел 5.1.1</i> ); типовые оценочные материалы к докладу ( <i>раздел 5.1.2</i> ); оценочные материалы для проведения коллоквиума ( <i>раздел 5.2.1</i> ); типовые оценочные материалы для проведения контрольной работы ( <i>раздел 5.2.2</i> ); типовые оценочные материалы к зачету с оценкой ( <i>раздел 5.3</i> .)

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы «Гарант». <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 12 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика" (с изменениями и дополнениями от 08.02.2021г.). Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020  
[http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Mag/010401\\_%D0%9C\\_3\\_17062021.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Mag/010401_%D0%9C_3_17062021.pdf)
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

### 7.2. Основная литература.

1. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сикорская Г.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 304 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>. — ЭБС «IPRbooks»
2. Веселова Л.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веселова Л.В., Тихонов О.Е.— Электрон. текстовые данные.— Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014.— 107 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/61956.html>. — ЭБС «IPRbooks»
3. Веретенников Б.М. Алгебра и теория чисел. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веретенников Б.М., Михалева М.М.— Электрон. текстовые данные.—



### 7.3. Дополнительная литература

4. Виноградов, И.М. Основы теории чисел. СПб.: Лань, 2004. — 176 с.
5. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966. — 383 с.
6. Пачев У.М. Избранные главы теории чисел. Нальчик, 2001. — 110 с.
7. Балюкевич Э.Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Балюкевич Э.Л., Алферова З.В., Романников А.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 278 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>. — ЭБС «IPRbooks»
8. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1985. — 560 с.

### 7.4. Периодические издания

9. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
10. Известия РАН. Серия математическая
11. Успехи математических наук.

### 7.5. Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Основы теории дробного исчисления» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– **общие информационные, справочные и поисковые:**

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс». URL: <http://www.consultant.ru>

### **Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ (2023-2024 уч.г.)**

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г. Бессрочное	Полный доступ
2.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07-2022</b> От 26.09.2022 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

				Активен до 30.09.2023г.	
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва) <b>Договор №849КС/03-2023</b> от 11.04.2023 г. Активен до 19.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №41ЕП/223</b> от 14.02.2023 г. Активен до 15.02.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	ЭБС «Лань»	Коллекция электронных изданий «ФПУ. 10-11 кл. Изд-во «Просвещение». Общеобразовательные предметы.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №246ЕП/223</b> от 31.07.2023 г. Активен до 01.09.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г. Бессрочный	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	ЭБС «IPSMART»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) <b>Договор №75/ЕП-223</b> от 23.03.2023 г. Активен до 02.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	ЭБС «IPSMART» (ЭОР РКИ)	Тематическая коллекция «Русский язык как иностранный» Издательские коллекции: «Златоуст»; «Русский язык. Курсы»; «Русский язык»	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a> <a href="http://www.ros-edu.ru/">http://www.ros-edu.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) <b>Договор №142/ЕП-223</b> от 18.05.2023 г. срок предоставления лицензии:	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		(Курсы УМК «Русский язык сегодня» - 6 книг)		с 01.06.2023 по 01.06.2024г.	
9.	ЭБС «Юрайт» для СПО	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №305/ЕП-223</b> От 27.10.2022 г. Активен до 31.10.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	ЭБС «Юрайт» для ВО	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №44/ЕП-223</b> От 16.02.2023 г. Активен с 01.03.2023 г. по 29.02.2024 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
11.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
12.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prlib.ru">http://www.prlib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) <b>Соглашение от 15.11.2016г.</b> Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

***Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:***

1. Служба тематических толковых словарей <http://glossary.ru/>
2. Словари и энциклопедии <https://dic.academic.ru/>
3. Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>

## **7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий и другим видам самостоятельной работы**

Учебная работа по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану Направления 01.04.01 Математика, программа «Алгебра, математическая логика, теория чисел».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Дискретный эргодический метод в теории чисел» для обучающихся***

Цель курса «Дискретный эргодический метод в теории чисел» - подготовка обучающихся, обладающих знаниями в теории чисел.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа (по В.И. Далю «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

#### 4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

#### ***Методические рекомендации по подготовке сообщений (докладов)***

Сообщение (доклад) представляет собой сокращенный пересказ содержания первичного документа (или его части) с основными фактическими сведениями и выводами. Написание сообщения (доклада) используется в учебном процессе вуза в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью сообщений (докладов) студент глубже постигает наиболее сложные проблемы курса, учится лаконично излагать свои мысли,

правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда. Процесс написания сообщения (доклада) включает: выбор темы; подбор специальной литературы и иных источников, их изучение; составление плана; написание текста работы и ее оформление; устное изложение сообщения (доклада).

Сообщения (доклады) пишутся по наиболее актуальным темам. В них на основе тщательного анализа и обобщения научного материала сопоставляются различные взгляды авторов и определяется собственная позиция студента с изложением соответствующих аргументов. Темы сообщений (докладов) должны охватывать и дискуссионные вопросы курса. Они призваны отражать передовые научные идеи, обобщать тенденции практической деятельности, учитывая при этом изменения в текущем законодательстве. Рекомендованная тематика сообщениям (докладам) примерная. Студент при желании может сам предложить ту или иную тему, предварительно согласовав ее с научным руководителем.

По объему текст, который рекомендуется использовать устного сообщения (доклада) – не более трех страниц печатного текста. Если сообщение (доклад) делается в письменном виде – объем его должен быть 3 – 5 страниц.

Устное сообщение может сопровождаться презентацией. Рекомендуемое количество слайдов – около 10. Текст слайда должен дополнять информацию, которая произносится докладчиком во время выступления. Полностью повторять на слайде текст выступления не целесообразно. Приоритет при написании слайдов отдается таблицам, схемам, рисункам, кратким заключениям и выводам.

В сообщении должна быть раскрыта заявленная тема. Приветствуется внимание аудитории к докладу, содержательные вопросы аудитории и достойные ответы на них поощряются более высокой оценкой выступающему.

Время выступления – 10 – 15 минут.

Литература и другие источники могут быть найдены обучающимся самостоятельно или рекомендованы преподавателем (если возникнут сложности с поиском материала по теме); при предложении конкретной темы сообщения преподаватель должен ориентироваться в проблеме и уметь направить студента.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень

этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.

2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
- выделить ключевые слова в тексте;
- постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка зачету с оценкой должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.



## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1 Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа используются:

*лицензионное программное обеспечение:*

- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499 Node 1 year Educational Renewal License

- Пакет офисного программного обеспечения Р7-Офис. Профессиональный (Десктопная версия)

*свободно распространяемые программы:*

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- WinZip для Windows - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader для Windows – программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами;
- Foxit PDF Reader - для просмотра электронных документов в стандарте PDF;
- Far Manager - консольный файловый менеджер для операционных систем семейства Microsoft Windows.

### **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;
3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;
4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также

пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);
- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;
- задания для выполнения на зачете/экзамене зачитываются ассистентом;
- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);
- зачет/экзамен проводится в письменной форме;
- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- по желанию студента зачет/экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
- по желанию студента зачет/экзамен проводится в устной форме.

### Лист изменений (дополнений)

в рабочую программу по дисциплине «Дискретный эргодический метод в теории чисел» по направлению подготовки 01.04.01 Математика;  
магистерская программа «Алгебра, математическая логика, теория чисел»  
на \_\_\_\_\_уч. год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Зав. кафедрой А и ДУ \_\_\_\_\_/Нирова М.С./

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2.	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 10б.	от 0 до 3б.	от 0 до 3б.	от 0 до 4б.
3.	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
4.	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70баллов	до 23баллов	до 23баллов	до 24баллов
5.	Первый этап (базовый)уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36б.	не менее 12б.	не менее 12б.	не менее 12б.
6.	Второй этап (продвинутый)уровень) – оценка «хорошо»	менее 70б. (51-69 б.)	менее 23б.	менее 23б.	менее 24б.
7.	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70б.	не менее 23б.	не менее 23б.	не менее 24б.

**Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

**Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
2	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».

**Промежуточная аттестация**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
2	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, не дал полного ответа ни на один вопрос.  Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ только на один вопрос	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.  Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос или	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.  Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

		<p>частично ответил на оба вопроса.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов не дал полного ответа ни на один вопрос.</p>	<p>один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, дал полный ответ только на один вопрос.</p>	
--	--	--	---	--