

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Согласовано

**Руководитель образовательной
программы _____ А.Х. Журтов**
« _____ » _____ 2024г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФ и М
_____ Б.И. Кунижев
« _____ » _____ 2024г..

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ»

Направление подготовки
01.03.01 - Математика
(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки
Алгебра, теория чисел, математическая логика
(наименование профиля подготовки)

Квалификация (степень) выпускника
(бакалавр)

Форма обучения
(очная)

Нальчик, 2024

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» /сост. У.М. Пачев – Нальчик: КБГУ, 2024г.

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.01 Математика, 8 семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01-Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. №8 (зарегистрировано в Минюсте России «06» февраля 2018г. №49941).

Содержание

1	Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины.....	4
4	Содержание и структура дисциплины.....	6
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	12
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности.....	23
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	24
	7.1 Нормативно-законодательные акты.....	24
	7.2 Основная литература.....	25
	7.3 Дополнительная литература.....	25
	7.4 Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал).....	26
	7.5 Интернет-ресурсы	26
	7.6 Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	29
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	33
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	35
	Приложения	

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели дисциплины:

- Дальнейшее углубление и расширение знаний студентов по теории чисел: делимость в областях главных идеалов; арифметические функции, конечные поля, уравнения в конечном поле, теория характеров Дирихле.
- Дальнейшее развитие навыков по использованию алгоритмов теории чисел
- Изложение курса средствами самой теории чисел так и на основе понятий и конструкции общей алгебры, позволяющее с более общих позиций подойти к изучаемым вопросам теории чисел.

Задачи дисциплины:

- Дальнейшее изучение основных понятий и утверждений теории чисел с привлечением соответствующего алгебраического аппарата
- Способствовать дальнейшему формированию навыков работы с учебной научной и научно – методической литературой по теории чисел.
- Дать более широкое представление о современном состоянии исследований в области теории чисел и сложных с ней областях знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Избранные вопросы теории чисел» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Дисциплина «Избранные вопросы теории чисел» является завершающим этапом в арифметическом образовании студентов, и входит в блок профессиональных дисциплин. Она тесно связана с другими математическими дисциплинами: математическим анализом, алгеброй; например, теорию конечных полей можно считать общим разделом алгебры и теории чисел. В последнее время обнаружились связи теории чисел с криптографией ввиду чего придается большее значение этой дисциплине в математическом образовании студентов.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Алгебра, теория чисел, математическая логика» дисциплина «Избранные вопросы теории чисел» направлена на формирование следующей **универсальной компетенции (УК)** в соответствии с ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.01- Математика (уровень бакалавриата):

УК-1 – способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

Индикаторы достижения компетенции УК – 1:

УК-1.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-1.2. Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий.

В результате изучения дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» студент должен:

ЗНАТЬ:

- основные понятия и определения с разных возможных точек зрения и логическая взаимосвязь между ними.
- Методы решения теоретико – числовых задач
- Операцию умножения по Дирихле арифметических функции
- Связь между конечными полями и сравнениями по простому модулю.
- Китайскую теорему об остатках и ее алгебраическую интерпретацию
- Способы построения конечных полей
- Теорему Шевалле – Варнинга о сравнениях
- Характеристики Дирихле и конечной абелевой группы.

УМЕТЬ:

- Доказывать теоретико – числовые факты как средствами самой теории чисел, так и с использованием алгебраических рассуждений
- Решать задачи по теоретической части дисциплины.
- Оперировать определениям понятий и результатов в разных вариантах

ВЛАДЕТЬ:

- Методами и алгоритмами теории чисел.
- Аппаратом теории сравнений.
- Приемами анализа формулировок теорем.

4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание разделов дисциплины «Избранные вопросы теории чисел», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела/темы	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5 ¹
1	Теория делимости в кольце целых чисел	Делимость в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком	УК-1	УО, К, КР, РК, Т
		Теорема о существовании НОД в кольце \mathbb{Z} . Теорема Евклида о простых числах		
		Функция ord_p и ее свойства. Леммы о простых числах		
		Основная теорема арифметики.		
		Аналоги основной теоремы арифметики для других колец.		
2	Арифметические	Теорема о мультипликативных	УК-1	УО, К, КР,

	функции	функциях.		РК, Т
		Функции числа делителей и суммы делителей		
		Функция Мебиуса и ее свойства.		
		Произведение по Дирихле арифметических функций. Теорема обращения Мебиуса. Функция Эйлера. Соотношение Гаусса.		
		О других функциях в теории чисел.		
3	Сравнения	Сравнения. Классы вычетов и их свойства.	УК-1	УО, К, КР, РК, Т
		Кольцо классов вычетов.		
		Дальнейшие свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма о сравнениях.		
		Китайская теорема об остатках		
		Теорема о системах сравнений с неизвестными. Линейные сравнения с одной неизвестной		
4	Конечные поля	Теорема о числе элементов конечного поля. Теорема о существовании конечного поля с заданным числом элементов.	УК-1	УО, К, КР, РК, Т
		Теорема о мультипликативной группе конечного поля. Критерий подполя конечного поля.		
		Дальнейшие свойства конечных полей.		
		Первообразные корни и исчисление индексов по простому модулю и их свойства.		
		Способы построения конечных полей. Сравнения по двойному модулю.		
		Уравнения в конечном поле. Теорема Шевалле – Варнинга.		
		Сравнения с одной неизвестной по простому модулю.		
5	Квадратичные вычеты. Обзор исследований по распределению простых чисел Характеры Дирихле	Двучленные уравнения и сравнения. Квадратичные вычеты и невычеты.	УК-1	УО, К, КР, РК, Т
		Символы Лежандра и Якоби		
		Квадратичный закон взаимности		
		Конечное поле как простое алгебраическое расширение. Автоморфизмы конечного поля.		

		Исторический обзор исследований по распределению простых чисел		
		Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии		

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: контрольная работа (КР), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), устный опрос (УО) и т.д.

На изучение курса отводится 180 часа (5 з.е.), из них: контактная работа 96ч., в том числе лекционных – 48 часов; практических (семинарских) – 48 часов; самостоятельная работа студента -75 часов, завершается зачетом (9 часов).

Структура дисциплины «Избранные вопросы теории чисел»

Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 часов)

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	8 семестр	Всего
Общая трудоемкость (в часах)	180	180
Контактная работа	96	96
Лекционные занятия (Л)	48	48
Практические занятия (ПЗ)	48	48
Семинарские занятия (СЗ)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Лабораторные работы (ЛР)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	84	84
Расчетно-графическое задание	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Реферат (Р)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Эссе (Э)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Контрольная работа (КР)	12	12
Самостоятельное изучение разделов/тем	63	63
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
1	Делимость в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком. Цели и задачи: Ввести в теорию делимости целых чисел. Рассмотреть свойства делимости целых чисел. Доказать теорему о делении с остатком.
2	Теорема о существовании НОД в кольце Z . Теорема Евклида о простых числах. Цели и задачи: Продолжить изучение делимости целых чисел, в частности ввести понятие наибольшего общего делителя целых чисел. Доказать теорему о существовании НОД в кольце целых чисел и теорему Евклида о простых числах.
3	Функция ord_p и ее свойства. Леммы о простых числах. Цели и задачи: Ввести понятие порядка целого числа относительно простого числа

	и рассмотреть его свойства. Выявить аналогию с логарифмической функцией.
4	<i>Основная теорема арифметики.</i> <i>Цели и задачи:</i> Доказать основную теорему арифметики. Рассмотреть леммы о простых числах, на которые опирается доказательство этой теоремы.
5	<i>Аналоги основной теоремы арифметики для других колец.</i> <i>Цели и задачи:</i> Распространить основную теорему арифметики на другие виды колец. Для этого рассмотреть понятие делимости в кольце многочленов и в кольце главных идеалов.
6	<i>Теорема о мультипликативных функциях.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать понятие арифметической функции и мультипликативной функции. Рассмотреть примеры таких функций с вычислениями их значений. Доказать общие теоремы о таких функциях.
7	<i>Функции числа делителей и суммы делителей. Цели и задачи:</i> Опираясь на общие теоремы о мультипликативных функциях изучить функции числа делителей и суммы делителей. Доказать формулы для этих функции и установить их мультипликативность.
8	<i>Функция Мебиуса и ее свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести функцию Мебиуса, привести примеры. Рассмотреть свойства этой функции.
9	<i>Произведение по Дирихле арифметических функций. Теорема обращения Мебиуса. Функция Эйлера. Соотношение Гаусса.</i> <i>Цели и задачи:</i> С помощью операции умножение по /Дирихле арифметических функций доказать теорему обращения Мебиуса для таких функций. Применить эту теорему к изучению функции Эйлера.
10	<i>О других функциях в теории чисел.</i> <i>Цели и задачи:</i> С целью углубления и расширения Знаний по арифметическим функциям изучить функцию распределения простых чисел и дзета-функцию Римана.
11	<i>Сравнения. Классы вычетов и их свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие сравнения и показать, что оно приводит к отношению эквивалентности на множестве целых чисел. Рассмотреть свойства сравнений и классов вычетов.
12	<i>Кольцо классов вычетов.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести на множестве классов вычетов по данному модулю структуру кольца и изучить свойства такого кольца.
13	<i>Дальнейшие свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма о сравнениях.</i> <i>Цели и задачи:</i> С целью дальнейших применений изучить специальные свойства сравнений. Применить эти свойства к доказательству теорем Эйлера и Ферма о сравнениях.
14	<i>Китайская теорема об остатках.</i> <i>Цели и задачи:</i> с целью изучения строения кольца классов вычетов доказать китайскую теорему об остатках. Рассмотреть следствия из этой теоремы.
15	<i>Теорема о системах сравнений с неизвестными. Линейные сравнения с одной неизвестной.</i>

	<i>Цели и задачи:</i> По аналогии с системами алгебраических уравнений рассмотреть системы сравнений с неизвестными. Дать понятие решения и числа решений системы сравнений. Доказать теорему о таких системах сравнений и дать способ их решения.
16	<i>Теорема о числе элементов конечного поля. Теорема о существовании конечного поля с заданным числом элементов.</i> <i>Цели и задачи:</i> Определить роль конечных полей в теории чисел. Рассмотреть вопросы существования конечных полей и числа их элементов.
17	<i>Теорема о мультипликативной группе конечного поля. Критерий подполя конечного поля.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать арифметические интерпретации, связанные с алгебраическими вопросами теории конечных полей. Доказать теорему о мультипликативной группе таких полей и дать критерий подполя конечных полей.
18	<i>Дальнейшие свойства конечных полей.</i> <i>Цели и задачи:</i> Доказать дальнейшие свойства конечных полей, являющиеся следствиями структурной теоремы о таких полях.
19	<i>Первообразные корни и исчисление индексов по простому модулю и их свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие первообразного корня и индекса по простому модулю с точки зрения теории полей. Дать доказательство теоремы Вильсона с помощью конечных полей.
20	<i>Способы построения конечных полей. Сравнения по двойному модулю.</i> <i>Цели и задачи:</i> Изложить подход Гауза к построению конечных полей. Рассмотреть соответствующий пример. Дать понятие сравнения по двойному модулю и с помощью него указать еще один способ построения конечных полей.
21	<i>Уравнения в конечном поле. Теорема Шевалле – Варнинга.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать элементарное введение в теорию уравнений над конечным полем. Доказать теорему Шевалле-Варнинга о числе решений уравнения над конечным полем. Рассмотреть следствия из этой теоремы.
22	<i>Сравнения с одной неизвестной по простому модулю.</i> <i>Цели и задачи:</i> Изучить вопрос о числе решений уравнения с одной неизвестной в конечном поле. Рассмотреть этот же вопрос для числа решений сравнения по простому модулю.
23	<i>Двучленные уравнения и сравнения. Квадратичные вычеты и невычеты.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать детальное изложение вопроса о числе решений в случае двучленных уравнений и сравнений.
24	<i>Символы Лежандра и Якоби.</i> <i>Цели и задачи:</i> С целью удобства рассуждений с квадратичными вычетами невычетами ввести понятия символов Лежандра и Якоби и изучить их свойства.
25	<i>Квадратичный закон взаимности.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать доказательство квадратичного закона взаимности. Научить применять этот закон при решении задач.
26	<i>Конечное поле как простое алгебраическое расширение. Автоморфизмы конечного поля.</i> <i>Цели и задачи:</i> Рассмотреть конечное поле как простое алгебраическое расширение своего простого подполя. Изучить понятие автоморфизма конечного

	поля и его свойства.
27	<i>Исторический обзор исследований по распределению простых чисел.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать исторический обзор исследований по распределению простых чисел с указанием литературы.
28	<i>Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.</i> <i>Цели и задачи:</i> Дать необходимые понятия и предварительные результаты, используемые в доказательстве теоремы Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии. Изучить теорию характеров и ряды Дирихле. Рассмотреть частные случаи теоремы Дирихле.

Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)

№ п/п	Тема
1	Делимость в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком
2	Теорема о существовании НОД в кольце \mathbb{Z} . Теорема Евклида о простых числах
3	Функция ord_p и ее свойства. Леммы о простых числах
4	Основная теорема арифметики.
5	Аналоги основной теоремы арифметики для других колец.
6	Теорема о мультипликативных функциях.
7	Функции числа делителей и суммы делителей
8	Функция Мебиуса и ее свойства.
9	Произведение по Дирихле арифметических функций. Теорема обращения Мебиуса. Функция Эйлера. Соотношение Гаусса.
10	О других функциях в теории чисел.
11	Сравнения. Классы вычетов и их свойства.
12	Кольцо классов вычетов.
13	Дальнейшие свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма о сравнениях.
14	Китайская теорема об остатках
15	Теорема о системах сравнений с неизвестными. Линейные сравнения с одной неизвестной
16	Теорема о числе элементов конечного поля. Теорема о существовании конечного поля с заданным числом элементов.
17	Теорема о мультипликативной группе конечного поля. Критерий подполя конечного поля.
18	Дальнейшие свойства конечных полей.
19	Первообразные корни и исчисление индексов по простому модулю и их свойства.
20	Способы построения конечных полей. Сравнения по двойному модулю.
21	Уравнения в конечном поле. Теорема Шевалле – Варнинга.
22	Сравнения с одной неизвестной по простому модулю.
23	Двучленные уравнения и сравнения. Квадратичные вычеты и невычеты.
24	Символы Лежандра и Якоби

25	Квадратичный закон взаимности
26	Конечное поле как простое алгебраическое расширение. Автоморфизмы конечного поля.
27	Исторический обзор исследований по распределению простых чисел
28	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии

Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине – не предусмотрены

Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины

№ п/п	Тема
1	Строение конечных полей (дополнительные свойства).
2	Следствия из китайской теоремы об остатках.
3	Уравнения в конечном поле.
4	Теорема Шевалле-Варнинга.
5	Двучленные сравнения по составному модулю.
6	Первообразные корни по составному модулю.
7	Теорема характеров Дирихле.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация**.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля. Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» (контролируемая компетенция УК-1)

Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел.

1. Делимость в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком
2. Теорема о существовании НОД в кольце \mathbb{Z} . Теорема Евклида о простых числах
3. Функция ord_p и ее свойства. Леммы о простых числах

4. Основная теорема арифметики.
5. Аналоги основной теоремы арифметики для других колец.

Тема 2. Арифметические функции.

6. Теорема о мультипликативных функциях.
7. Функции числа делителей и суммы делителей
8. Функция Мебиуса и ее свойства.
9. Произведение по Дирихле арифметических функций. Теорема обращения Мебиуса. Функция Эйлера. Соотношение Гаусса.
10. О других функциях в теории чисел.

Тема 3. Сравнения.

11. Сравнения. Классы вычетов и их свойства.
12. Кольцо классов вычетов.
13. Дальнейшие свойства сравнений. Теоремы Эйлера и Ферма о сравнениях.
14. Китайская теорема об остатках
15. Теорема о системах сравнений с неизвестными. Линейные сравнения с одной неизвестной.

Тема 4. Конечные поля.

16. Теорема о числе элементов конечного поля. Теорема о существовании конечного поля с заданным числом элементов.
17. Теорема о мультипликативной группе конечного поля. Критерий подполя конечного поля.
18. Дальнейшие свойства конечных полей.
19. Первообразные корни и исчисление индексов по простому модулю и их свойства.
20. Способы построения конечных полей. Сравнения по двойному модулю.
21. Уравнения в конечном поле. Теорема Шевалле – Варнинга.
22. Сравнения с одной неизвестной по простому модулю.

Тема 5. Квадратичные вычеты. Обзор исследований по распределению простых чисел. Характеры Дирихле.

23. Двучленные уравнения и сравнения. Квадратичные вычеты и невычеты.
24. Символы Лежандра и Якоби.
25. Квадратичный закон взаимности.
26. Конечное поле как простое алгебраическое расширение. Автоморфизмы конечного поля.
27. Исторический обзор исследований по распределению простых чисел.
28. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

2 балла ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;

- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

1 балл ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

0 баллов ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «2», «1», «0» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

5.1. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемая компетенция УК-1)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел».

Задачи

Тема. Теория делимости в кольце целых чисел.

1. Доказать, что если целые числа a, b, q, r связаны соотношением $a = bq + r$, то $(a, b) = (b, r)$.
2. Доказать, что для любого целого n имеет место делимость $30 \mid n^5 - n$.
3. Показать, что $(a, a+k) \mid k$.
4. Для всех нечетных n показать, что $8 \nmid n^2 - 1$. Если $(n, 6) = 1$, то показать, что $24 \mid n^2 - 1$.
5. Пусть $[a, b]$ – наименьшее общее кратное чисел a и b . Доказать свойство:
а) $[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$; б) $\text{ord}_p[a, b] = \max(\text{ord}_p a, \text{ord}_p b)$.
6. Показать, что
а) $a + bi$ простое число в $\mathbb{Z}[i]$, если $a^2 + b^2$ является простым числом в \mathbb{Z} .
б) простые числа вида $p = 4k + 3$ остаются простыми числами и в $\mathbb{Z}[i]$.
7. Доказать, что $a \in \mathbb{N}$ является n -ой степенью некоторого целого числа тогда и только тогда, когда $n \nmid d_p a$ для всех простых чисел p .
8. Доказать, что если для целых a и b имеет место делимость $a^n \nmid b^n$ где n – натуральное число, то $a \nmid b$.
9. Показать, что $(a, a + k) \nmid k$.
10. Для всех нечетных n показать, что $8 \nmid n^2 - 1$. Если $(n, 6) = 1$, то показать, что $24 \nmid n^2 - 1$.

Тема. Арифметические функции.

1. Доказать, что $\sum_{d \mid a} \frac{d}{n} = \frac{a}{n}$ где a – целое положительное число,
2. Доказать, что $\prod_{d \mid a} d = a^{\frac{\tau(a)}{2}}$, где $\tau(a)$ – число делителей числа a .
3. Доказать, что $\sum_{d \mid n} \tau(d) \nmid \mu(d) \nmid 3^{v(n)}$.
4. Доказать, что для функции Эйлера:
а) $\varphi(da) = d\varphi(a)$, если $d \nmid a$
б) $\varphi(pa) = (p-1)\varphi(a)$, если $p \nmid a$ – простое;
в) исходя из а) и б) получить формулу для функции Эйлера.

5. Покажите правильность рассуждения: «Если треугольник равнобедренный, то две его стороны равны; следовательно, если две стороны треугольника не равны, то треугольник не равнобедренный».

6. Доказать, что для функции Эйлера $\sum_{d|n} \phi(d) = n$.

7. Доказать, что:

$$a) \sum_{0 \leq a < n} \phi(a) = 1 = \frac{n\phi(n)}{2};$$

$$б) \sum_{0 \leq a < n} \phi(a) = n = \frac{n\phi(n)}{2};$$

$$в) \text{ исходя из б) получить } \sum_{d|n} \phi(d) = n.$$

8. а) Доказать, что

$$\sum_{d|n} \mu(d) \tau\left(\frac{n}{d}\right) = 1,$$

где $\tau(n)$ — число положительных делителей числа n ;

б) Пусть $\tau_2(a)$ — число квадратных делителей числа a . Доказать, что

$$\sum_{d^2|a} \mu(d) \tau_2\left(\frac{a}{d^2}\right) = 1, \text{ где } \mu - \text{функция Мебиуса.}$$

9. Не пользуясь формулой для функции Эйлера доказать, что:

$$a\phi(da) = d\phi(a), \text{ если } d \nmid a;$$

$$б) \phi(pa) = (p-1)\phi(a), \text{ если } p \nmid a - \text{простое};$$

в) исходя из а) и б) получить формулу для функции Эйлера.

10. Доказать, что

$$\sum_{d|n} \phi(da) = \phi(a) \cdot S(a),$$

где $S(a)$ — сумма делителей a .

Тема. Сравнения.

1. При любом простом p для биномиального коэффициента $\binom{p-1}{k}$

$$\text{показать, что } \binom{p-1}{k} \equiv (-1)^k \pmod{p}, \text{ где } k=0, 1, \dots, p-1.$$

$$\binom{2p}{k}$$

2. Доказать, что $\binom{p}{k} \equiv 2 \pmod{p}$ для любого простого числа p .

$$\binom{p}{k}$$

3. Пусть $\binom{p}{k}$ — биномиальный коэффициент и p — простое число. Показать, что если $1 \leq k \leq p-1$,

$$\binom{p}{k}$$

то p делит $\binom{p}{k}$. Вывести отсюда, что $(a+1)^p \equiv a^p + 1 \pmod{p}$.

4. Воспользовавшись последним результатом задачи 7 дать другое доказательство малой теоремы Фермы о том, что

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \text{ при } p \nmid a.$$

5. Пусть p — простое и h_1, h_2, \dots, h_a — целые числа. Доказать, что

$$a(h_1 + h_2 + \dots + h_a)^p \equiv h_1^p + h_2^p + \dots + h_a^p \pmod{p};$$

- б) Из а) вывести малую теорему Ферма;
 в) Из малой теоремы Ферма вывести теорему Эйлера о сравнениях.
6. Если p — нечётное число, то показать, что 1 и -1 единственное решение сравнения $x^2 \equiv 1 \pmod{p^a}$ при любом целом $a \geq 1$.
7. Показать, что сравнение $x^2 \equiv 1 \pmod{2^b}$ имеет одно решение при $b = 1$, два решения при $b = 2$ и 4 решения при $b \geq 3$.
8. Воспользовавшись задачами 10 и 11, найти число решений сравнения $x^2 \equiv 1 \pmod{n}$.
9. При любом простом p для биномиального коэффициента $\binom{p-1}{k}$ показать, что $\binom{p-1}{k} \equiv (-1)^k \pmod{p}$, где $k = 0, 1, \dots, p-1$.
10. Доказать, что $\binom{2p}{k} \equiv 2 \pmod{p^2}$ для любого простого числа p .
16. Доказать, что число решений $N(p^\alpha)$ сравнения $xu \equiv 0 \pmod{p^\alpha}$ равно $N(p^\alpha) = a\varphi(p^\alpha) + p^\alpha$, где φ — функция Эйлера.

Тема. Конечные поля.

1. Доказать, что если $F_{3^n} = \{0, a, a^2, \dots, a^{3^n-1}\}$, то его простое подполе имеет вид
- $$F_3 = \{0, a^{\frac{3^n-1}{2}}, a^{3^n-1}\}$$
2. Доказать, что если $F_9 = F_3(\theta) = \{a_0 + a_1\theta \mid a_0, a_1 \in F_3\}$ и $F_9 = \{0, a, a_2, \dots, a_8\}$, то $\theta = a^m$, где $m \not\equiv 0; 2; 4; 6 \pmod{8}$.
3. Доказать, что поле, построенное из классов вычетов по двойному модулю $\{p; ax + b\}$, где $p \nmid a$, изоморфно простому полю F_p , т.е.
- $$\frac{F_p[x]}{(ax + b)F_p[x]} \cong F_p$$
4. Доказать следующий аналог теоремы Ферма: если $f(x)$ — неприводимый многочлен степени n из кольца $F_p[x]$ и $q = p^n$, то

для любого многочлена $g(x) \in F_p(x)$. В частности, вывести отсюда обычную малую теорему Ферма, рассматривая сравнение по двойному модулю $\{p, ax + b\}$, где $p \nmid a$.

5. Пусть F — поле. Доказать, что

$$\frac{F[x]}{(x^2 + 1)F[x]} \simeq \begin{cases} F_{p^2}, & \text{если } F = F_p, p \equiv 3 \pmod{4} \\ C, & \text{если } F = R \\ Q(i), & \text{если } F = Q \end{cases}$$

6. Найти число подполей конечного поля F_q из q элементов.
7. Пусть F — поле. Доказать, что если его мультипликативная группа F^* циклическа, то F — конечное поле.
8. При каких $a \in F_7$ фактор кольца $\frac{F_7[x]}{(x^2 + a)}$ является полем?
9. Доказать, что натуральное число n делит число $\varphi(p^n - 1)$, где p — простое число, а φ — функция Эйлера.

10. Доказать, что если учитывать порядок элементов базиса, то число различных базисов поля F_{q^m} как векторного пространства над полем F_q равно

$$(q^m - 1)(q^m - q)(q^m - q^2) \dots (q^m - q^{m-1}).$$

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (3 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (2 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1 балл) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемая компетенция УК-1):

Типовые варианты контрольных работ:

Вариант 1.

1. Доказать, что произведение Дирихле двух мультипликативных функций также есть мультипликативная функция.

2. Пусть $f(a)$ - арифметическая функция, определенная для всех целых положительных a и функция $g(a) = \sum_{d|a} f(d)$ - мультипликативная. Доказать, что функция $f(a)$ также мультипликативная.

3. Доказать, что $\sum_{d^2|a} \mu(d) = \begin{cases} 1, & \text{если } a \text{ квадратное число} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$, где μ - функция Мебиуса.

Вариант 2.

1. Доказать, что $\sum_{d \in M, \text{НОД}(d, a) = \delta} 1 = 2^{v(\frac{a}{\delta^2})}$, где $\#M$ – мощность

множества M , $v(n)$ – число различных простых делителей n .

2. Доказать, что

а) $\tau(a) = \sum_{d^2|a} 2^{v(\frac{a}{d^2})}$,

где $\mu(n)$ – число делителей, $v(n)$ – число различных простых делителей n .

б) $2^{v(a)} = \sum_{d^2|a} \mu(d) \tau\left(\frac{a}{d^2}\right)$,

где μ – функция Мебиуса.

3. Доказать, что если $ab \equiv ac \pmod{m}$, то $b \equiv c \pmod{\frac{m}{(a,m)}}$.

Вариант 3.

1. Показать, что уравнение $x^2 - 3y^2 = 2$ не имеет решений в целых числах.

2. Показать, что уравнение $x^2 - 7y^2 = 2$ не имеет решений в целых числах.

3. Пусть m – целое, $m > 0$, ξ пробегает приведенную систему вычетов по модулю m .

Доказать, что $\mu(m) = \sum_{\xi \pmod{m}} e^{2\pi i \frac{\xi}{m}}$,

где $\mu(m)$ – функция Мебиуса; штрих означает, что суммирование ведется по приведенной системе вычетов (\pmod{m}) .

Вариант 4.

1. Доказать, что если $F_{3^n} = \{0, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{3^n-1}\}$, то его простое подполе имеет вид $F_3 = \{0, \alpha^{\frac{3^n-1}{2}}, \alpha^{3^n-1}\}$.

2. Доказать, что если $F_9 = F_3(\theta) = \{\alpha_0 + \alpha_1 \theta \mid \alpha_0, \alpha_1 \in F_3\}$. и $F_9 = \{0, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^8\}$, то $\theta = \alpha^m$, где $m \not\equiv 0; 4 \pmod{8}$.

3. Доказать, что поле, построенное из классов вычетов по двойному модулю $\{p; ax+b\}$, где $p \nmid a$, изоморфно простому полю F_p , т.е.

$$F_p[x](ax+b)F_p[x] \simeq F_p.$$

Вариант 5.

1. Пусть p – простое и h_1, h_2, \dots, h_a – целые числа. Доказать, что

а)

б) Из а) вывести малую теорему Ферма;

в) Из малой теоремы Ферма вывести теорему Эйлера о сравнениях.

2. Пусть F – поле. Доказать, что

$$F[x](x^2 + 1)F[x] = \begin{cases} F_{p^2}, & \text{если } F = F_p, p \equiv 3 \pmod{4} \\ C, & \text{если } F = R. \end{cases}$$

3. Пусть F – поле. Доказать, что если его мультипликативная группа F^* циклична, то F – конечное поле.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)

7 баллов – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

5-6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3-4 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более

менее 3 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС -

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

1. Если функция f является мультипликативной, то:

2. Функция Мангольдта $\Lambda(a)$ является функцией:

3. Функция $f(a) = a^\tau \forall$ фиксированного $\tau \in \mathcal{C}$ является:

4. Символ Лежандра $\left(\frac{a}{p}\right)$ для фиксированного простого числа p является:

5. Если f — мультипликативная функция, то:

6. Характер Дирихле $\chi(a) = \chi_m(a)$ по модулю m является функцией:

7. Если f – мультипликативная функция, и $d = \text{НОД}(a, b)$, то $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$ при:

8. Значение функции Эйлера $\varphi(12 \cdot 18)$ равно:

- 18

9. Значение функции Эйлера $\varphi(14 \cdot 24)$ равно:

-: $\varphi(14) \cdot \varphi(24)$ -: 48

+: 96 -: 24

10. Значение функции Эйлера $\varphi(18 \cdot 27)$ равно:

-: $\varphi(18) \cdot \varphi(27)$ -: 108

-: 96 +: 54

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 89 – 100% от общего объема заданных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 – 88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 – 69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30 – 49% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 – 29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

5.3. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации.* Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел» в виде проведения зачета.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЧЕТ

(контролируемая компетенция УК-1):

1. Теорема о делении с остатком в кольце \mathbb{Z} .
2. Теорема о существовании НОД в кольце \mathbb{Z} .
3. Теорема Евклида о простых числах.
4. Функция ord_p и ее свойства.
5. Основная теорема арифметики
6. Делимость в кольце целых чисел
7. Аналоги основной теоремы арифметики для других колец.
8. Леммы о простых числах
9. Теорема о мультипликативных функциях
10. Функция Эйлера; соотношение Гаусса.
11. Функция Мебиуса и ее свойства
12. Произведение по Дирихле арифметических функций.

13. Теоремы Эйлера и Ферма о сравнениях
14. Теорема о системах сравнений с неизвестными
15. Китайская теорема об остатках
16. Линейные сравнения с одной неизвестной
17. Классы вычетов; их свойства.
18. Теорема о числе элементов конечного поля.
19. Кольцо классов вычетов.
20. Теорема о мультипликативной группе конечного поля.
21. Критерий подполя конечного поля.
22. Первообразные корни и исчисление индексов по простому модулю.
23. Теорема о существовании конечного поля с заданным числом. элементов.
24. Способы построения конечных полей. Сравнения по двойному модулю.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0-15 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности.

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

- *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в

течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

- *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» в VIII семестре является зачет.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 1.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Критерии оценки качества освоения дисциплины приведены в приложении 2.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции УК-1 представлены в таблице 7.

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать основные принципы сбора и обобщения информации. Уметь соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Иметь практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	ИД-1_УК-1.1 Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности ИД-2_УК-1.2. Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий	Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1) Оценочные материалы для самостоятельной работы (типовые задачи раздел 5.1.2) Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1) Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2) Типовые оценочные материалы к зачету (раздел 5.3)

7. Учебно – методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего

образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями от 08.02.2021г.) Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020.

http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301_B_3_15062021.pdf

7.2. Основная литература.

3. Виноградов, И.М. Основы теории чисел : учебное пособие / И.М. Виноградов. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-4098-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115195>
4. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сикорская Г.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 304 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>. — ЭБС «IPRbooks»
5. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Сикорская Г.А.. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 304 с. — ISBN 978-5-7410-1943-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/78763.html>
6. Основы комбинаторики и теории чисел. Сборник задач : учебное пособие / А.А. Глибичук [и др.]. — Долгопрудный : Издательский Дом «Интеллект», 2019. — 103 с. — ISBN 978-5-91559-259-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/103378.html>
7. Осипова, Л. А. Теория чисел : учебно-методическое пособие / Л. А. Осипова. — Новокузнецк : НФИ КемГУ, 2019. — 107 с. — ISBN 978-5-8353-2457-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169533>
8. Кайгородов, Е. В. Теория чисел : учебное пособие / Е. В. Кайгородов. — Горно-Алтайск: ГАГУ, 2018. — 208 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159327>
9. Адамова, Р. С. Теория чисел : учебно-методическое пособие / Р. С. Адамова. — Воронеж: ВГУ, 2018. — 64 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/171180>

7.3.Дополнительная литература

10. Веретенников Б.М. Алгебра и теория чисел. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веретенников Б.М., Михалева М.М.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 52 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66141.html>. — ЭБС «IPRbooks»
11. Балюкевич Э.Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Балюкевич Э.Л., Алферова З.В., Романников А.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 278 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>. — ЭБС «IPRbooks»
12. Чанга Марис Евгеньевич Методы аналитической теории чисел [Электронный ресурс]/ Чанга Марис Евгеньевич— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2013.— 228 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28898.html>. — ЭБС «IPRbooks»

13. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. — Москва : МЦНМО, 2009. — 552 с. — ISBN 978-5-94057-511-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/9368>
14. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 192 с. — ISBN 978-5-9221-0741-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2319>
15. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1985. – 560 с.
16. Михелович Ш.Х. Теория чисел. М.: Высшая школа, 1967г.-336с.
17. Рязанов Ю.Д. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Рязанов Ю.Д.— Электрон. текстовые данные.— Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2016.— 298 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80509.html>.— ЭБС «IPRbooks»
18. Лыткина Д.В. Введение в аналитическую теорию чисел. Часть 1. Пределы в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лыткина Д.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016.— 97 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55470.html>
19. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Учебно-пед.изд-во Минист.Просв.РСФСР, 1960г.-376с.

7.4.Периодические издания

20. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
21. Известия РАН. Серия математическая
22. Успехи математических наук

7.5.Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» студентам полезно пользоваться следующими Интернет – ресурсами:

– общие информационные, справочные и поисковые:

23. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
24. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
25. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	«Web of Science» (WOS)	Политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая база данных, в которой индексируются около 12,5 тыс. журналов	http://www.isiknowledge.com/	Доступ по IP-адресам КБГУ
2.	Sciverse Scopus издательства	Реферативная и аналитическая база данных, содержащая 21.000 рецензируемых	http://www.scopus.com	Доступ по IP-адресам КБГУ

	«Эльзевир. Наука и технологии»	журналов; 100.000 книг; 370 книжный серий 6,8 млн. докладов из трудов конференций		
3.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечествен-ных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и росс. диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	Полный доступ
4.	База данных Science Index (РИНЦ)	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 млн. публикаций росс. авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 росс. журналов.	http://elibrary.ru	Авторизован-ный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
5.	ЭБС «Консультант студента»	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	http://www.studmedlib.ru http://www.medcollege lib.ru	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
6.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
7.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии период. изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://нэб.рф	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
9.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публика-ций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК,	http://iprbookshop.ru/	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		2085 аудиоизданий.		
10.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	Доступ по IP-адресам КБГУ
11.	Президентск ая библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	http://www.prilib.ru	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №214)

Кроме того обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

26. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.

27. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

28. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия

29. Глоссарий по математике http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg

30. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>

31. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>

7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Учебная работа по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану направления 01.03.01 – Математика, профиль «Алгебра, теория чисел, математическая логика».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

Методические рекомендации по изучению дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» для обучающихся

Цель курса «Избранные вопросы теории чисел» - подготовка обучающихся, обладающих знаниями в теории кривых и поверхностей, внутренней геометрии поверхностей, теории метрических и топологических пространств, теории компактных пространств и тензорного анализа.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что

подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно

определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа используются:

лицензионное программное обеспечение:

- Продукты MSAcademicEES (Microsoft Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr A Faculty EES, Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES);

- Продукты Matlab/Simulink ТАН-25;
- ABBYYFineReader - приложения для распознавания, конвентирования и работы с PDF файлами;
- АО «Лаборатория Касперского» - права на программное обеспечение Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian (договор №20/ЭА-223).

свободно распространяемые программы:

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- WinZip для Windows - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader для Windows – программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами;
- Foxit PDF Reader - для просмотра электронных документов в стандарте PDF;
- Far Manager - консольный файловый менеджер для операционных систем семейства Microsoft Windows.

8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся

необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на зачете/экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента зачет/экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента зачет/экзамен проводится в устной форме.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел»
по направлению подготовки 01.03.01 – Математика;
Профиль Алгебра, теория чисел, математическая логика
на _____ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Зав. кафедрой А и ДУ _____ / _____ /

Приложение 1

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2.	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 10б.	от 0 до 3б.	от 0 до 3б.	от 0 до 4б.
3.	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
4.	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70 баллов	до 23 баллов	до 23 баллов	до 24 баллов

Шкала оценивания планируемых результатов обучения

Текущий и рубежный контроль

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
8	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

Промежуточная аттестация

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
8	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопроси частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопросили частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.