

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы \_\_\_\_\_ А.Х. Журтов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФ и М  
\_\_\_\_\_ Б.И. Кунижев

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ»

(код и наименование дисциплины)

Направление подготовки

01.03.01 - Математика

(код и наименование направления подготовки)

Профиль подготовки

Алгебра, теория чисел, математическая логика

(наименование профиля подготовки)

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Форма обучения

очная

Нальчик 2024

Рабочая программа дисциплины «Уравнения с частными производными» / сост. В.А. Водахова. –Нальчик: КБГУ, 2024г. – 44 с.

Рабочая программа дисциплины «Уравнения с частными производными» предназначена для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 01.03.01 - Математика в 5 и 6 семестрах.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01-Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018г. №8 (зарегистрировано в Минюсте России «06» февраля 2018г. №49941).

## Содержание

1	Цели и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины .....	4
4	Содержание и структура дисциплины.....	5
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	11
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	26
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	29
7.1.	Нормативно-законодательные акты.....	29
7.2.	Основная литература.....	29
7.3.	Дополнительная литература.....	30
7.4.	Периодические издания.....	30
7.5.	Интернет-ресурсы.....	30
7.6.	Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы...33	
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	38
9	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	40
	Приложения.....	40

### **1. Цели и задачи освоения дисциплины.**

**Целью преподавания дисциплины** «Уравнения с частными производными» является обучение студентов наиболее часто применяемым на практике методам при построении решений основных задач для эллиптических, гиперболических и параболических уравнений, описывающих модели различных физических явлений и процессов, умение использовать изученные методы для решения конкретных научных, практических и других задач.

Цель курса – получение базовых знаний и формирование основных навыков по уравнениям с частными производными, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющим решать прикладные задачи из различных областей знаний.

**Задача дисциплины.** В результате изучения дисциплины «Уравнения с частными производными» студенты должны:

- владеть основными математическими понятиями дисциплины;
- иметь навыки работы со специальной математической литературой;
- уметь решать типовые задачи, уметь использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач математики;
- уметь содержательно интерпретировать получаемые результаты.

### **2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к дисциплине Блока 1 (Б1.О.14) обязательной части, к модулю, **Системы искусственного интеллекта** является одной из основных дисциплин федеральной компоненты предметной подготовки бакалавра физико-математического образования.

Изучение дисциплины «Уравнения с частными производными» основывается на базе знаний, умений и компетенций, полученных студентами в ходе освоения курсов «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

### **3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины**

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» дисциплина «Уравнения с частными производными» направлена на формирование следующей компетенции в соответствии ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.01-Математика (уровень бакалавриата):

#### **Универсальные компетенции (УК):**

**УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез в научно-познавательной деятельности;

#### **Общепрофессиональные компетенции (ОПК):**

**ОПК-1.** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

*Индикаторы достижения компетенции УК-1:*

**УК-1.1.** Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности;

**УК-1.2.** Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий.

*Индикаторы достижения компетенции ОПК-1:*

**ОПК-1.1.** Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук;

**ОПК-1.2.** Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины «Уравнения с частными производными» студенты должны

**Знать:** постановки основных краевых задач для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов; метод разделения переменных; формулы Даламбера и Пуассона; принцип максимума для уравнений эллиптического и параболического типов.

**Уметь:** определять тип уравнения, находить решения краевых задач методом разделения переменных; исследовать корректность основных краевых задач; уметь пользоваться принципом максимума при оценке решений первой краевой задачи для уравнений эллиптического и параболического типов; находить решения задачи Коши для уравнений гиперболического и параболического типов; уметь выводить волновое уравнение, уравнения теплопроводности и диффузии.

**Владеть:** методами построения в явном виде решений краевых задач, методами определения корректности начально-краевых задач для основных типов линейных уравнений второго порядка, владеть методом вывода уравнений на основе физических законов.

#### 4. Содержание и структура дисциплины.

**Таблица 1.** Содержание дисциплины «Уравнения с частными производными», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции и (или ее части)	Форма текущего контроля
1	2	3	4	5
<b>5 семестр</b>				
<i>I</i>	Введение. Предмет дисциплины	Введение. Предмет уравнения с частными производными. Основные определения.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР

	«Уравнения с частными производными»	Линейные однородные уравнения. Квазилинейные уравнения. Нелинейные уравнения. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.		
2	Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач. Понятия корректно поставленной задачи.	Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий. Смешанная задача для волнового уравнения. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения. Вывод уравнений диффузии и теплопроводности. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР
3	Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.	Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду. Классификация уравнений 2-го порядка в случае $n$ ( $n > 2$ ) независимых переменных и приведение их к каноническому виду. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Метод характеристик.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР
<b>6 семестр</b>				
<b>№</b>	<b>Наименование раздела</b>	<b>Содержание раздела</b>		<b>Форма текущего контроля</b>
4	Уравнения гиперболического типа.	Понятие общего решения. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка. Примеры. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой. Формула Даламбера. Пример Адамара. Прямые и обратные волны. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР

		Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения. Вынужденные колебания бесконечной струны.		
		Существование единственного решения задачи Коши. Устойчивость решения задачи Коши.		
		Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.		
5	Уравнения параболического типа.	Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Задача Коши.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР
		Краевые задачи для полуограниченной прямой.		
		Метод Фурье решения смешанных задач для однородного уравнения теплопроводности.		
		Метод Фурье решения смешанных задач для неоднородного уравнения теплопроводности.		
6	Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.	Гармонические функции и их свойства.	УК-1, ОПК-1,	К, РК, Т, КР
		Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.		
		Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Функция Пуассона.		
		Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях.		
		Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.		

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: выполнение контрольной работы (КР), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т).

На изучение курса отводится 288 часов (8 з. е.), из них: контактная работа 128 ч., в том числе лекционных – 64 часов; практических (лабораторных) – 64 часов; самостоятельная работа студента 124 часа; завершается 5 семестр – зачетом (9 часов), 6 семестр - экзаменом (27 часов).

## Структура дисциплины

**Таблица 2.** Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з. ед. (288 ч.)

Вид работы	Трудоемкость, часов / зачетных единиц		
	V семестр	VI семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	<b>288</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>68</b>	<b>60</b>	<b>128</b>
Лекционные занятия (Л)	34	30	64
Практические занятия (ПЗ)		30	30
Семинарские занятия (СЗ)	Не предусмотрены	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Лабораторные работы (ЛР)	34	Не предусмотрены	34
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>76</b>	<b>84</b>	<b>160</b>
Расчетно-графическое задание	Не предусмотрены		Не предусмотрены
Реферат (Р)	Не предусмотрены		Не предусмотрены
Эссе (Э)	Не предусмотрены		Не предусмотрены
Контрольная работа (КР)	6	6	12
Самостоятельное изучение разделов	61	51	112
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	Не предусмотрена		Не предусмотрена
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	27	36
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Зачет</b>	<b>Экзамен</b>	

**Таблица 3.** Лекционные занятия

№ п/п	Тема
<b>5 семестр</b>	
1.	Введение. Предмет уравнения с частными производными. Цель и задачи изучения темы – изучить следующие вопросы: Линейные однородные уравнения. Квазилинейные уравнения. Нелинейные уравнения. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.



2.	<p>Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач. Понятия корректно поставленной задачи.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить следующие вопросы: Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий. Смешанная задача для волнового уравнения. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения. Вывод уравнений диффузии и теплопроводности. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.</p>
3.	<p>Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить следующие вопросы: Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду. Классификация уравнений 2-го порядка в случае <math>n</math> (<math>n &gt; 2</math>) независимых переменных и приведение их к каноническому виду. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Метод характеристик.</p>
<b>6 семестр</b>	
4.	<p>Уравнения гиперболического типа.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить следующие вопросы: Понятие общего решения. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка. Примеры. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой. Формула Даламбера. Пример Адамара. Прямые и обратные волны. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений. Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения. Вынужденные колебания бесконечной струны. Существование единственного решения задачи Коши. Устойчивость решения задачи Коши. Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.</p>
5.	<p>Уравнения параболического типа.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить следующие вопросы: Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Задача Коши. Краевые задачи для полуограниченной прямой. Метод Фурье решения смешанных задач для однородного уравнения теплопроводности. Метод Фурье решения смешанных задач для неоднородного уравнения теплопроводности.</p>
6.	<p>Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.</p> <p><i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить следующие вопросы: Гармонические функции и их свойства. Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Функция Пуассона. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.</p>

**Таблица 4. Лабораторные занятия**

<b>№ п/п</b>	<b>Тема</b>
<b>5 семестр</b>	
1	Введение. Предмет уравнения с частными производными. Основные определения.
2	Линейные однородные уравнения. Квазилинейные уравнения.
3	Нелинейные уравнения.
4	Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.
5	Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
6	Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
7	Смешанная задача для волнового уравнения.
8	Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
9	Вывод уравнений диффузии и теплопроводности.
10	Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.
11	Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
12	Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
13	Классификация уравнений 2-го порядка в случае $n$ ( $n > 2$ ) независимых переменных
14	Приведение уравнений 2-го порядка в случае $n$ ( $n > 2$ ) независимых переменных к каноническому виду.
15	Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка.
16	Метод характеристик.
17	Решение задач по разделу «Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду»
<b>6 семестр</b>	
<b>Практические занятия</b>	
1	Понятие общего решения. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка. Примеры.
2	Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой.
3	Формула Даламбера. Пример Адамара.
4	Прямые и обратные волны. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.
5	Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения.
6	Вынужденные колебания бесконечной струны.
7	Существование единственного решения задачи Коши. Устойчивость решения задачи Коши.

8	Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.
9	Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Задача Коши.
10	Краевые задачи для полуограниченной прямой.
11	Метод Фурье решения смешанных задач для однородного уравнения теплопроводности.
12	Метод Фурье решения смешанных задач для неоднородного уравнения теплопроводности.
13	Гармонические функции и их свойства.
14	Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.
15	Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Функция Пуассона.
16	Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях.
17	Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.

**Таблица 5.** Лабораторные работы по дисциплине (модулю) в 6 семестре – не предусмотрены

**Таблица 6.** Самостоятельное изучение разделов дисциплины

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1	Математические модели стационарных процессов.
2	Классификация систем уравнений с частными производными.
3	Задачи Гурса, Дарбу и смешанная краевая задача для волнового уравнения.
4	Постановки начально-краевых задач для уравнения колебаний в ограниченной области.
5	Задачи на собственные значения собственной функции. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций.
6	Распространение тепла на бесконечной прямой. Функция источника для неограниченной области.
7	Краевая задача для уравнения Лапласа в кольце и прямоугольной области.
8	Функция Грина оператора Лапласа. Решение задачи Дирихле с помощью функции Грина.
9	Первая краевая задача для уравнения Лапласа в шаре. Задача Неймана. Необходимые условия разрешимости.
10	Основы теории потенциалов. Поверхностные потенциалы.
11	Свойства потенциала двойного слоя. Свойства потенциала простого слоя.
12	Применение поверхностных потенциалов к решению краевых задач.
13	Оператор Лапласа в криволинейной системе координат.
14	Фундаментальные решения оператора Лапласа.
15	Свободные и вынужденные колебания ограниченной струны.

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация*.

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.**

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости – контроль, определяющий качество, глубину, объем усвоения знаний каждого раздела. Осуществляется преподавателем в ходе повседневной учебной работы и обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины. Формы проведения текущего контроля: проверка выполнения домашних заданий; проведение контрольных и тестовых работ с целью проверки практических умений по отдельным темам; ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, написание рефератов. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

#### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Уравнения с частными производными» (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

##### **5 семестр**

#### **Тема 1. Введение. Предмет дисциплины «Уравнения с частными производными»**

1. Предмет уравнения с частными производными. Основные определения.
2. Линейные однородные уравнения. Квазилинейные уравнения. Нелинейные уравнения.
3. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.
4. Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач.
5. Понятия корректно поставленной задачи.
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
7. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
8. Смешанная задача для волнового уравнения. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
9. Уравнения диффузии и теплопроводности.
10. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.
12. Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.
13. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
14. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
15. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Метод характеристик.

**Тема 2. Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач. Понятия корректно поставленной задачи.**

16. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
17. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
18. Смешанная задача для волнового уравнения.
19. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
20. Уравнения диффузии и теплопроводности. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.

**Тема 3. Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.**

21. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
22. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
23. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка.
24. Метод характеристик.

**6 семестр**

**Тема 4. Уравнения гиперболического типа.**

25. Понятие общего решения. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка.
26. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой. Формула Даламбера.
27. Прямые и обратные волны.
28. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.
29. Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши.
30. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения.
31. Вынужденные колебания бесконечной струны.
32. Существование единственного решения задачи Коши. Устойчивость решения задачи Коши.
33. Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье.
34. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.

**Тема 5. Уравнения параболического типа.**

35. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Задача Коши.
36. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
37. Метод Фурье решения смешанных задач для однородного и неоднородного уравнения теплопроводности.

**Тема 6. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.**

38. Гармонические функции и их свойства.
39. Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.
40. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Функция Пуассона.

41. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях.
42. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.

#### Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося. Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

**В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале (за 1 занятие):**

**2 балла** ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**1 балл** ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

**0 баллов** ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия

#### **5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.**

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится три таких контрольных мероприятия по графику.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического и теоретического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1.**

**Типовые варианты контрольных работ:**

**Вариант 1**

1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Классификация и постановка краевых задач.
2. Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями, описывающими теплообмен на концах отрезка со средой нулевой температуры.
3. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} + 9U_x + 9U_y - 9U = 0$

**Вариант 2**

1. Привести к каноническому виду заданные уравнения:  $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} = 0$
2. Определить тип заданных уравнений  $6u_{xx} + 5u_{yy} + 7u_{zz} - 4u_{xy} + 4u_{xz} + 10u_{yz} + 2u_x + 4u_y + 6u_z + 8u = 0$
3. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнения:  $U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} + 2U_x + 6U_y = 0$ ;

**Вариант 3**

1. Решить уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  при начальных условиях  $u|_{t=0} = mx, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = k$ .
2. Решить уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, 0 < x < l, t > 0$  при начальных условиях  $u(x, 0) = \sin \frac{\pi mx}{l}, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$  и граничных условиях  $u(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}|_{x=l} = 0$ .
3. Построить функцию Грина и написать формулу для решения краевой задачи  $u''(x) = f(x), 0 < x < 1, u'(0) = mu(0), u'(1) = nu(1)$ .

**Вариант 4**

1. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи: 
$$\begin{cases} y'' - \lambda y = 0, 0 < x < l, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases}$$
2. В полуполосе  $0 < x < l, t > 0$  для уравнения  $u_t = a^2 u_{xx} + A \sin t$  найти решение следующей задачи:  $u(x, 0) = 0, u(0, t) = u(l, t) = 0$ .
3. Решить следующие задачи Коши  $u_{tt} = u_{xx} + x, u(x, 0) = e^x, u_t(x, 0) = 0$ ;

**Вариант 5**

1. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + r \frac{\partial u}{\partial x} - s \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .

2. Решить методом Фурье НКЗ для однородного уравнения струны с однородными ГУ I рода. Решить эти же задачи методом отражений.

3.  $u_{tt} = 81u_{xx}$ ,  $u(x,0) = \sin \pi x + \sin 3\pi x$ ,  $u_t(x,0) = 0$ ;  $u(0,t) = u(5,t) = 0$

4. Решить уравнение  $\frac{k}{y} \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{m}{x} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{n}{x} + \frac{b}{y}$ .

**Критерии оценки.** Уровень знаний определяется баллами:

**7-6 баллов** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**5-4 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3-2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

**5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Уравнения с частными производными» контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1.**

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1197>

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1507>

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Тестирование проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее, чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки. Оценка результатов тестирования производится компьютерной программой, результат выдается немедленно по окончании теста.

1. Если производная обобщенной функции равна нулю, то обобщенная функция является:  
+: константой  
-: переменной величиной  
+: непрерывной функцией  
-: функцией в классическом смысле

2. Внешняя мера любого интервала ### с длиной этого интервала  
+: совпадает

3. Всякое открытое множество измеримо, причем мера его равна ### длин составляющих его попарно не пересекающихся интервалов



+: сумме

4. Пересечение любого конечного числа открытых множеств является ### множеством  
+: открытым

5. Многомерная функция Хевисайда определяется формулой:

$$+: \theta(x) = \begin{cases} 1, x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$-: \theta(x) = \begin{cases} 0, x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \\ 1, \text{ в противном случае} \end{cases}$$

$$-: \theta(x) = 0 \text{ при любом } x_j, j = 1, 2, \dots, n$$

$$-: \theta(x) = 1 \text{ при любом } x_j, j = 1, 2, \dots, n$$

6. Уравнение Пуассона  $\Delta u(x) = f(x)$  имеет общее решение вида:

$$+: u(x) = v(x) + \int_{R^n} E(x - \xi) f(\xi) d\xi, \quad v(x) - \text{произвольная гармоническая функция}$$

$$-: u(x) = \int_{R^n} E(x - \xi) f(\xi) d\xi$$

$$-: u(x) = v(x) - \int_{R^n} E(x - \xi) f(\xi) d\xi$$

7. Решением уравнения  $y' + y = \theta(x)$  является функция:

$$+: y = ce^{-x} + \theta(x)(1 - e^{-x}) \quad -: y = ce^{-x}$$

$$-: y = 0 \quad -: y = \text{const}$$

8. Решением уравнения  $y' + y = \delta(x)$  является функция:

$$+: y = ce^{-x} + \theta(x)e^{-x} \quad -: y = ce^{-x}$$

$$-: y = 0 \quad -: y = \text{const}$$

9. Пусть  $E(x)$  - обобщенная функция и такая, что удовлетворяет следующим условиям:

$E(x) \in D'_+, E'(x) + a(x)E(x) = \delta(x)$ , где  $D'_+$  - совокупность обобщенных функций таких, что  $(f, \varphi) = 0, \forall \varphi(x) \in D_-$ , где  $D_-$  - совокупность функции  $\varphi(x) \in D$  таких, что  $\varphi(x) \equiv 0$  при  $x \geq 0$ .

Тогда функцию  $E(x)$  называют:

+: фундаментальным решением задачи Коши

-: общим решением задачи Коши

-: частным решением задачи Коши

-: обобщенным решением задачи Коши

10. Если локально интегрируемая функция  $F(x)$  обладает (обычной) производной в точке  $x_0$ , то эта производная ### со значением обобщенной функции  $F'(x_0)$  в данной точке

+: совпадает

11. Для любой обобщенной функции  $f(x)$  справедливо:

$$+: xf'(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x + \alpha x) - f(x)}{\alpha}$$

$$-: f'(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x + \alpha) - f(x)}{\alpha}$$

$$-: x^2 f'(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x + \alpha x) - f(x)}{\alpha}$$

$$-: \frac{1}{x} f'(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x + \alpha x) - f(x)}{\alpha}$$

12. Если существует предел  $g(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f(\alpha x + x_0)$ , то  $g(x)$ :

+: постоянная функция

-: не постоянная функция

-: непрерывная функция

-: разрывная функция

13. Пусть  $K^m$  - пространство действительных функций  $\varphi(x)$ , класса  $C^m$ , равных нулю вместе со своими производными до порядка  $m$  включительно вне некоторых ограниченных областей. Тогда, если для пространства  $K^m$  положить  $m$  равным  $\infty$ , то получится основное пространство  $K$ , образованное бесконечно дифференцируемыми функциями (класса  $C^\infty$ ) с компактными носителями  
+: бесконечности

14. Говорят, что функция  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ , является абсолютно интегрируемой в конечной области  $D_n \subset R^n$ , если существует интеграл:

$$+: \int_{D_n} |f(x)| dx < \infty$$

$$-: \int_{D_n} |f(x)| dx > \infty$$

$$-: \int_{D_n} |f(x)| dx = 1$$

$$-: \int_{D_n} |f(x)| dx = 0$$

15. Если функция  $f(x)$  абсолютно интегрируема в любой конечной области  $D_n \subset R^n$ , то она является:

+: локально интегрируемой

-: расходящейся

-: локально не интегрируемой

-: не определенной

16. Если  $f_k(x)$  образуют последовательность локально интегрируемых функций на  $R^n$ , равномерно сходящуюся на каждом компакте к функции  $f(x)$ , то:

$$+: \lim_{k \rightarrow \infty} (f_k, \varphi) = (f, \varphi)$$

$$-: \lim_{k \rightarrow \infty} (f_k, \varphi) = 0$$

$$-: \lim_{k \rightarrow \infty} (f_k, \varphi) = \infty$$

$$-: \lim_{k \rightarrow \infty} (f_k, \varphi) = -\infty$$

17. Функция  $f(x)$  называется нулевой почти всюду на множестве  $A$ , если множество всех точек  $x \in A$ , для которых:

+:  $f(x) \neq 0$  имеет нулевую меру

-:  $f(x) = 0$  имеет нулевую меру

-:  $f(x) > 0$  имеет нулевую меру

-:  $f(x) < 0$  имеет нулевую меру

18. Две обобщенные функции  $f(x)$  и  $g(x)$  равны:  $f = g$ , если для любой основной функции  $\varphi(x)$  выполняется соотношение:

$$\begin{aligned} +: (f, \varphi) &= (g, \varphi) & -: (f, g) &= (g, f) \\ -: (f, \varphi) &= (\varphi, f) & -: (g, \varphi) &= (\varphi, g) \end{aligned}$$

19. Обобщенная функция  $f(x)$  равна нулю ( $f = 0$ ), если для любой основной функции  $\varphi(x)$  выполняется соотношение:

$$\begin{aligned} +: (f(x), \varphi(x)) &= 0 & -: (f(x), \varphi(x)) &\neq 0 \\ -: (f(x), \varphi(x)) &> 0 & -: (f(x), \varphi(x)) &< 0 \end{aligned}$$

20. Функция  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \neq 1, 2, x \in R \\ 1 & \text{при } x = 1 \\ 2 & \text{при } x = 2 \end{cases}$  ### обобщенную функцию, равную нулю.

+: порождает

21. Обобщенная функция, порожденная функцией Дирихле  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при иррац. } x, \\ 1 & \text{при рац. } x \end{cases}$

$$\begin{aligned} +: & \text{ равна нулю} & -: & \text{ не равна нулю} \\ -: & \text{ не существует} & -: & \text{ положительна} \end{aligned}$$

22. Пусть  $h(x) = 1, x \in R$ . Тогда обобщенная функция, порожденная  $h(x)$ :

$$\begin{aligned} -: & \text{ равна нулю} & +: & \text{ не равна нулю} & -: & \text{ не существует} & -: & \text{ положительна} \end{aligned}$$

23. Носителем обобщенной функции  $f$  называется ### объединения всех открытых множеств, на которых  $f(x) = 0$

+: дополнение

24. Говорят, что обобщенная функция  $f$  сосредоточена на множестве  $A$ , если носитель обобщенной функции  $f$  ### в  $A$ :

+: содержится

25. Изображением функции  $f(t)$  по Лапласу называется функция  $F(p)$  комплексного переменного  $p = s + i\sigma$ , определяемая равенством:

$$\begin{aligned} +: F(p) &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt & -: F(p) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt \\ -: F(p) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{pt} dt & -: F(p) &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{pt} dt \end{aligned}$$

26. Изображением для функции  $f(t) = 1$  является функция:

$$\begin{aligned} +: F(p) &= \frac{1}{p} & -: F(p) &= 1 & -: F(p) &= \frac{1}{p^2} & -: F(p) &= p \end{aligned}$$

27. Изображением функции  $f(t)=t$  является функция:

$$\begin{array}{ll} +: \frac{1}{p^2} & -: p^2 \\ -: \frac{1}{p} & -: 1 \end{array}$$

28. Изображением функции  $f(t)=\sin 3t$  является функция:

$$\begin{array}{ll} +: \frac{3}{p^2+9} & -: \frac{3}{p^2} \\ -: \frac{3}{p^2-9} & -: 3p^2 \end{array}$$

29. Теорема подобия для преобразования Лапласа утверждает, что для любого постоянного  $\alpha > 0$ :

$$\begin{array}{ll} +: f(\alpha t) \div \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right) & -: f(\alpha t) \div \alpha F\left(\frac{p}{\alpha}\right) \\ -: f(\alpha t) \div \alpha F(p\alpha) & -: f(\alpha t) \div \frac{1}{\alpha} F(p\alpha) \end{array}$$

30. Изображением для функции – оригинала  $f(t)=e^{at}$  является функция - изображение:

$$\begin{array}{llll} +: \frac{1}{p-a} & -: \frac{1}{p+a} & -: \frac{a}{p} & -: \frac{a}{p-a} \end{array}$$

31. Изображением для функции – оригинала  $f(t)=\sin 4t$  является функция - изображение:

$$\begin{array}{llll} +: \frac{4}{p^2+16} & -: \frac{1}{p+4} & -: \frac{1}{p-4} & -: \frac{1}{p^2-4} \end{array}$$

32. Изображением для функции – оригинала  $f(t)=\cos \omega t$  является функция - изображение:

$$\begin{array}{llll} +: \frac{p}{p^2+\omega^2} & -: \frac{p-\omega}{p+\omega} & -: \frac{\omega}{p-\omega} & -: \frac{\omega}{p+\omega} \end{array}$$

33. Если функции  $f(t)$  и  $f'(t)$  являются функциями – оригиналами, и  $f(t) \div F(p)$ , то:

$$\begin{array}{ll} +: f'(t) \div pF(p) - f(0) & -: f'(t) \div f(0) \\ -: f'(t) \div F(p) & -: f'(t) \div 1 \end{array}$$

### ***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале.

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 89-100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 –88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 –69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30-49 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 –29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

### **5.2.3 Оценочные материалы для проведения коллоквиума (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

Коллоквиум – собеседование преподавателя с обучающимся с целью контроля глубины усвоения теоретического материала, изучения рекомендованной литературы. Коллоквиум - это форма контроля, вид помощи обучающимся и метод стимулирования их самостоятельной работы. Коллоквиум охватывает только раздел или тему изучаемой дисциплины.

#### ***Темы коллоквиума за пятый семестр:***

1. Основные определения предмета уравнения с частными производными
2. Линейные однородные уравнения.
3. Квазилинейные уравнения.
4. Нелинейные уравнения.
5. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
7. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
8. Смешанная задача для волнового уравнения.
9. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
10. Вывод уравнений диффузии и теплопроводности.
11. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.
12. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
13. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
14. Классификация уравнений 2-го порядка в случае  $n$  ( $n > 2$ ) независимых переменных и приведение их к каноническому виду.
15. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка.
16. Метод характеристик.

#### ***Темы коллоквиума за шестой семестр:***

17. Понятие общего решения.
18. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка. Примеры.
19. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой.

20. Формула Даламбера. Пример Адамара.
21. Прямые и обратные волны.
22. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.
23. Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши.
24. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения.
25. Вынужденные колебания бесконечной струны.
26. Существование единственного решения задачи Коши.
27. Устойчивость решения задачи Коши.
28. Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье.
29. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.
30. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
31. Теорема единственности. Задача Коши.
32. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
33. Метод Фурье решения смешанных задач для однородного и неоднородного уравнения теплопроводности.
34. Гармонические функции и их свойства.
35. Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.
36. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.
37. Функция Пуассона.
38. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях, в круге и вне круга.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40 % задач.

**5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации.**

Целью промежуточной аттестации по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Она предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний в виде проведения экзамена.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной или письменной форме. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

**Вопросы к зачету по дисциплине**  
**«Уравнения с частными производными» (5 семестр)**  
**(контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных неоднородных и квазилинейных уравнений.
3. Уравнение переноса вещества потоком воздуха.
4. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
6. Канонический вид уравнения гиперболического типа.
7. Канонический вид уравнения параболического типа.
8. Канонический вид уравнения эллиптического типа.
9. Канонический вид уравнений второго порядка с  $n$  независимыми переменными.
10. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий.
11. Модель динамики концентрации вещества в трубке.
12. Модель распространения тепла в изотропном теле.
13. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера.
14. Некоторые свойства решений волнового уравнения на прямой, определяемые свойствами начальных функций (начальных данных).
15. Вынужденные колебания неограниченной струны.
16. Волновое уравнение на полупрямой. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе  $x=0$ .
17. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны методом Фурье. Условия существования классического решения.
18. Вынужденные колебания ограниченной струны.
19. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных чисел и собственных функций. Свойство ортогональности собственных функций.
20. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач.
21. Первая и вторая формулы Грина.
22. Третья формула Грина (интегральное представление значения функции в точке,  $n=2$  и  $n=3$ ).
23. Понятия оригинала и изображения по Лапласу. Свойства изображений.
24. Теорема запаздывания (изображение функции с запаздывающим аргументом). Решение дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.
25. Понятие свертки. Изображение свертки. Решение интегральных уравнений типа свертки операционным методом.
26. Изображение производной оригинала. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем операционным методом.
27. Способы построения оригинала по заданному изображению.

28. Задача Штурма-Лиувилля. Одномерный случай. Периодические граничные условия:  $X''(x) + cX(x) = 0$ ,  $0 < x < L$ ,  $X(x) = X(x+L)$ .
29. Задача Штурма-Лиувилля. Одномерный случай. Однородные смешанные условия:  $X''(x) + cX(x) = 0$ ,  $0 < x < L$ ,  $X'(0) - hX(0) = X(L) = 0$ .
30. Собственные значения и собственные функции оператора Лапласа на плоскости.

**Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации.** Уровень знаний определяется оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» - уровень знаний студента соответствует требованиям:

- студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

- студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

- студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

Оценка «не зачтено» - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

**Экзаменационные вопросы по дисциплине**  
**«Уравнения с частными производными» (6 семестр)**  
**(контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Классификация и постановка краевых задач.
2. Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями, описывающими теплообмен на концах отрезка со средой нулевой температуры.
3. Общая схема метода разделения переменных (метод Фурье).
4. Первая краевая задача для уравнения Лапласа вне круга (внешняя краевая задача Дирихле)
5. Модель диффузии вещества в трубке.
6. Решение неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке  $[0;1]$
7. Физический смысл фундаментального решения уравнения теплопроводности на прямой (функция Грина).
8. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в круге.
9. Свойства решений задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
10. Условие разрешимости задачи Немана.



11. Вывод граничных условий на концах стержня, описывающих режим конвективного теплообмена со средой заданной температуры.
12. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
13. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач.
14. Представление решения задачи Дирихле в круге с помощью интеграла Пуассона.
15. Задача Коши для волнового уравнения  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  на прямой.
16. Преобразование краевых задач с неоднородными граничными условиями.
17. Неоднородное уравнение теплопроводности на прямой.
18. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в кольце.
19. Понятие точечного источника тепла. Функция Дирака. Решение задачи Коши, учитывающей действие точечного источника.
20. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круговом секторе.
21. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Неймана на границе  $x=0$ .
22. Функция Грина внутренней задачи Неймана для уравнения Пуассона.
23. Внутренняя задача Дирихле для уравнения Пуассона в шаре.
24. Решение однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями Дирихле методом Фурье.
25. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольце.
26. Уравнение теплопроводности на полуполарной. Однородные граничные условия общего вида. Решение краевых задач на полупрямой методом продолжения (общая схема).
27. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольцевом секторе.
28. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Дирихле на границе  $x=0$ .
29. Функция Грина внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
30. Представление решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой с помощью интеграла Пуассона.
31. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
32. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круге (внутренняя задача Дирихле).

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации (экзамен):***

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся

затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения.

– *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Уравнения с частными производными» в 5 семестре является зачет, в 6 семестре является экзамен.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 2.

***Целью промежуточных аттестаций*** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

### ***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации (зачет).***

Уровень знаний определяется оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» - уровень знаний студента соответствует требованиям:

- студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

- студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

- студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

Оценка «не зачтено» - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

### ***Критерии оценки качества освоения дисциплины(экзамен)***

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, есть несущественные неточности при ответе на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Оценивание и контроль сформированности компетенций осуществляется с помощью текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций УК-1, ОПК-1 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения, компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения	Вид оценочного материала
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез в научно-познавательной деятельности	<b>Знать:</b> Содержание дисциплины, осуществлять поиск алгоритмов решения проблемных ситуаций, критический анализ, методы реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.  <b>Уметь:</b> Самостоятельно строить	<b>ИД_1_УК-1.1.</b> Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности;  <b>ИД_2_УК-1.2.</b> Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе	Типовые оценочные материалы для устного опроса ( <i>раздел 5.1.1 №№2-6, 10-13 и др.</i> );  Оценочные материалы для контрольной работы ( <i>раздел 5.2.1, задания к варианту 3-4</i> );  Типовые тестовые задания ( <i>раздел 5.2.2., №№15-27, 32-36 и др.</i> )

	<p>процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности, осуществлять критический анализ и синтез в научно-познавательной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> Методами поиска алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации, критического анализа и синтеза, в научно-познавательной деятельности.</p>	<p>доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий.</p>	<p>Типовые оценочные материалы к зачету (раздел 5.3., №№2-11, 15-23 и др.);</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3, №№5-8, 12-17 и др.)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1, задания к варианту 4-5)</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2., №№5-23 и др.)</p>
<p><b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знать:</b> Фундаментальные основы математики; новые математические понятие в соответствии с основными требованиями к их определению; основные направления и проблематику современной математики.</p> <p><b>Уметь:</b> Применять полученные знания в решении поставленных математических задач; сформулировать математическую гипотезу в контексте изучаемых математических дисциплин, подтвердить ее или опровергнуть; решать исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов.</p> <p><b>Владеть:</b> Методами использования пакетов математических программ для решения математических задач; основными способами</p>	<p><b>ИД_1_ОПК-1.1.</b> Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук;</p> <p><b>ИД_2_ОПК-1.2.</b> Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1 №№ 14-17, 22-31 и др.);</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3., №№12-19, 25-28 и др.);</p> <p>Оценочные материалы для проведения коллоквиума (раздел 5.2.3, №№15-20, 25-28 и др.).</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2 , №№1-18, 25-30 и др.)</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3, №№5-8, 12-17 и др.)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1, задания к варианту 4-5)</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2., №№5-23 и др.)</p>

	освоения математических знаний; методами математических исследований		
--	---	--	--

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями от 08.02.2021г.) Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020.  
[http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301\\_B\\_3\\_15062021.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/010301_B_3_15062021.pdf)
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ  
[http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

### 7.2. Основная литература

1. Олейник, О. А. Лекции об уравнениях с частными производными : учебное пособие / О. А. Олейник. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 260 с. — ISBN 978-5-00101-703-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126098>
2. Розендорн, Э. Р. Уравнения с частными производными : учебник / Э. Р. Розендорн, Е. С. Соболева, Г. М. Фатеева. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2017. — 336 с. — ISBN 978-5-9221-1756-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/104991>
3. Тарасенко, А. В. Дифференциальные уравнения с частными производными : учебно-методическое пособие / А. В. Тарасенко, И. П. Егорова, В. Г. Гумеров. — Самара : АСИ СамГТУ, 2018. — 98 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/127747>
4. Субботин А.И. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации / Субботин А.И.. — Москва, Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2019. — 336 с. — ISBN 978-5-4344-0752-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91967.html>
5. Куликов Г.М. Метод Фурье в уравнениях математической физики : учебное пособие / Куликов Г.М., Нахман А.Д.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 91 с. — ISBN 978-5-4486-0196-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/71568.html>
6. Щербакова Ю.В. Уравнения математической физики : учебное пособие / Щербакова Ю.В., Миханьков М.А.. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1795-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81065.html>

### 7.3. Дополнительная литература

7. Алексеев А.Д. Уравнения с частными производными в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Алексеев А.Д., Кудряшов С.Н., Радченко Т.Н.— Электрон. текстовые данные.— Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2009.— 80 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47167.html>.— ЭБС «IPRbooks»
8. Паршев Л.П. Уравнения в частных производных первого порядка [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению типового расчета/ Паршев Л.П., Калинин А.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011.— 28 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31307.html>.— ЭБС «IPRbooks»
9. Пичугин Б.Ю. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: курс лекций/ Пичугин Б.Ю., Пичугина А.Н.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016.— 180 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59669.html>.— ЭБС «IPRbooks»
10. Держинский Р.И. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: курс лекций/ Держинский Р.И., Логинов В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2015.— 66 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46875.html>.— ЭБС «IPRbooks»
11. Дополнительные главы математического анализа. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Л.А. Баданина [и др.].— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 189 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80746.html>.— ЭБС «IPRbooks»
12. Куликов Г.М. Метод Фурье в уравнениях математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Куликов Г.М., Нахман А.Д.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 91 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71568.html>.— ЭБС «IPRbooks»
13. Матросов В.Л. и др. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными : Учебник для вузов. / В.Л. Матросов, М.В. Топунов, Р.М. Асланов. – М.: ВЛАДОС, 2011. – 376с. (10 экз.)
14. Пименов В.Г. Разностные методы решения уравнений в частных производных с наследственностью [Электронный ресурс]/ Пименов В.Г.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 134 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68384.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### **7.4. Периодические издания**

15. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
16. Известия РАН. Серия математическая
17. Успехи математических наук

#### **7.5. Интернет – ресурсы.**

При изучении дисциплины «Уравнения с частными производными» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– *общие информационные, справочные и поисковые:*

18. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
19. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>

20. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

21. Электронно-библиотечная система «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/>

***Перечень актуальных электронных информационных баз данных,  
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ***

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Полный доступ
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
3.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.		
6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	<b>ЭБС «IPRbooks»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a>	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Доступ по IP-адресам КБГУ
10.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115,214)

– Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

22. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.

23. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

24. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия

25. Глоссарий по математике [http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl\\_sch2.cgi?RMgylsgyoqg](http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg)

26. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>

27. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com/>

28. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>



### ***7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий и видов самостоятельной работы.***

Учебная работа по дисциплине «Уравнения с частными производными» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Уравнения с частными производными» для обучающихся***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; выполняют самостоятельные работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные ручки и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий. Остальное должно быть записано своими словами. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся.

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую, информационно-обучающую, ориентирующую и стимулирующую, воспитывающую, исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке, контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования, виртуальные лекции, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернет.

Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную, дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену***

Экзамен в 6-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, основную и дополнительную литературу. На экзамен выносятся материалы в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: теоретические вопросы и задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

***Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

***Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует знания основного (программного)

материала, допускает неточности при ответе на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа используются:

#### лицензионное программное обеспечение:

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business;

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12;

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный.

#### свободно распространяемые программы:

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвентирования и работы с Djvu файлами.

При осуществлении образовательного процесса студентами и преподавателем используются следующие информационно справочные системы: ЭБС «АйПиЭрбукс», ЭБС «Консультант студента», СПС «Консультант плюс», СПС «Гарант».

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на зачете/экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

## 9. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Уравнения с частными производными» по направлению подготовки 01.03.01 – Математика (Профиль: Алгебра, теория чисел, математическая логика ) на \_\_\_\_\_ учебный год

№п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

## Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№п/ п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5 б.	от 1 до 5 б.	от 1 до 5 б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
3	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
4	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70баллов	до 23б.	до 23б	до 24б
	Первый этап (базовый)уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36 б.	не менее 12 б.	не менее 12 б	не менее 12 б
	Второй этап (продвинутой)уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 б. (51-69 б.)	менее 23 б	менее 23 б	менее 24б
	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70 б.	не менее 23 б.	не менее 23 б	не менее 24б



**Шкала оценивания планируемых результатов обучения**  
**Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
5, 6	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

**Промежуточная аттестация (зачёт)**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
5	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
6	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p> <p>Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p>