

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной
программы _____

« ____ » _____ 202__ г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФ и М
_____ Б.И. Кунижев

« ____ » _____ 202__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ (ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО
ПЕРЕМЕННОГО)»
(код и наименование дисциплины)

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

Нальчик 2024

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» / сост. В.А. Водахова. - Нальчик: КБГУ, 2024. – 43 с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика» 7-8 семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018г. №16 (зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018г. № 49943).

Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля).....	4
4. Содержание и структура дисциплины.....	5
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации	13
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	29
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины	31
7.1. Нормативно-законодательные акты	31
7.2. Основная литература.....	31
7.3. Дополнительная литература	31
7.4. Периодические издания	31
7.5. Интернет-ресурсы.....	32
7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы	34
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины	38
8.1. Требования к материально-техническому обеспечению	38
8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	39
Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины	41
Приложение 1	
Приложение 2	

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Комплексный анализ в рамках университетского курса является продолжением и углублением курса математического анализа.

Понятие комплексного числа возникло в результате потребностей автоматизации вычислений, так как даже простейшие операции над действительными числами выводят за область действительных чисел. Расширением области действительных чисел явились комплексные числа, замечательным свойством которых является то, что основные математические операции над комплексными числами не выводят за пределы области комплексных чисел.

Обстоятельный анализ свойств функций также немаловажен без выхода в комплексную область. Переход к рассмотрению функций комплексного переменного необходим в целом ряде вопросов и столь же естественен как переход от поля действительных чисел к алгебраически замкнутому полю комплексных чисел.

Для функций комплексного переменного построен анализ столь же полный и стройный как анализ функций действительного аргумента. В действительном анализе стройная теория развивается лишь для однозначных функций. В комплексном анализе удается выяснить природу многозначных функций и построить теорию.

Комплексный анализ дает эффективные методы вычисления интегралов, получения асимптотических оценок, способы исследования решений дифференциальных уравнений и т.д. Сейчас теория функций комплексного переменного является одним из важнейших разделов математики. Ее идеи и результаты проникли во многие другие математические дисциплины, такие как алгебраическая топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, функциональный анализ, теория вероятностей, вычислительная математика и другие. Методы теории функций комплексного переменного стали привычными и в ряде прикладных дисциплин: гидро – и аэромеханике, теории упругости, электротехнике, теории автоматического регулирования, теории элементарных частиц.

В связи с этим курс «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» является обязательным на всех отделениях физико-математических и механико – математических факультетов вузов.

Цель курса – получение базовых знаний и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющим решать прикладные задачи из различных областей знаний.

Основные задачи дисциплины:

- изучение основных математических понятий дисциплины;
- формирование навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование навыков решения типовых задач, использования математического аппарата для решения теоретических и прикладных задач математики;
- умение содержательно интерпретировать получаемые результаты.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 основной образовательной программы по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика (Профиль: «Фундаментальная математика»)

Изучение дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» основывается на базе знаний, умений и компетенций, полученных студентами в ходе освоения курса «Математический анализ», а также дисциплины «Алгебра».

Дисциплина «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» является базовым теоретическим и практическим основанием для изучения последующих математических дисциплин.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)

В совокупности с другими дисциплинами ФГОС ВО процесс изучения дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» направлен на формирование элементов следующих компетенций:

Универсальные компетенции:

УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

Профессиональные компетенции специальности:

ПКС-1 - Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории.

Индикаторы достижения компетенции УК-1:

УК-1.1. Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности.

Индикаторы достижения компетенции ПКС-1:

ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике.

В результате изучения дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» студенты должны

Знать:

- Основы комплексного анализа в объеме, необходимом для успешного освоения методологических и прикладных вопросов специальности. При этом проникать в суть идеи, понимать внутренние связи всех звеньев рассуждений, логику доказательств, понимать существо предмета как органического целого, как основы научного мышления и образа действия.
- Теорию интеграла Коши ее приложения.
- Ряды комплексных чисел.
- Многозначные функции и их свойства. Однозначные ветви таких функций.
- Аналитическую теорию обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
- Конформные отображения элементарными функциями.
- Теорию вычетов и ее приложения к вычислению контурных интегралов.
- Знать научные проблемы, как оставшиеся от прошлого, так и возникающие в настоящее время в теории функций комплексного переменного и настроиться на их решение.
- Следует знать историю предмета, о вкладе отечественных математиков в развитие теории функций комплексного переменного.

Уметь:

- Производить математические операции над комплексными числами.
- Разлагать функции комплексного переменного в ряды Лорана и Тейлора, находить область сходимости.
- Интегрировать и дифференцировать функции комплексного переменного.
- Находить и классифицировать особые точки функций комплексного переменного.

- Строить конформные отображения конкретных областей с помощью тригонометрических, показательных, логарифмических, степенных функций и функции Жуковского.
- Применять элементарные асимптотические методы.
- Выделять однозначные ветви многозначных аналитических функций. Строить Римановы поверхности многозначных функций.
- Вычислять контурные интегралы с помощью теории вычетов.
- Применять принцип аргумента и теорему Руше для подсчета числа корней аналитической функции.
- Пользоваться при вычислении сингулярных интегралов интегральной формулой и теоремой Коши.
- Применять полученные в процессе изучения теории функций комплексного переменного знания для решения конкретных научно-практических, методических, опытно-конструкторских и других задач в соответствии с конкретной специализацией.
- Уметь творчески мыслить, иметь навыки самостоятельного пополнения знаний.
- Определять систематичность и глубину усвоения учебного материала, используя разнообразные приемы и средства контроля знаний.
- Применять рациональные приемы поиска, отбора и использования информации, осуществлять ее проверку и классифицировать ее источники.

Владеть: приемами современного математического инструментария в решении прикладных задач, что позволяет получить наиболее ценные результаты, достижение которых иными путями часто оказывается невозможным. Умение пользоваться математическим аппаратом и умение выбирать из многочисленных методов и приемов те, которые нужны для решения конкретной задачи для математика важно.

4. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1. Содержание дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№ п/п	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
7 семестр				
РАЗДЕЛ I. Введение				
1	Комплексные числа. Ряды.	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг,	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный

		кратных данной. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.		контроль (РК)
		Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
РАЗДЕЛ II. Аналитические функции комплексного переменного.				
Конформные отображения.				
2	Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$, выделение однозначных ветвей.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

				контроль (РК)
		Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$. Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
РАЗДЕЛ III. Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.				
3	Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		Лемма Шварца.		
		Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
8 семестр				
РАЗДЕЛ IV. Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.				
4	Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		Бесконечно удаленная изолированная особая точка.		
		Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
РАЗДЕЛ V. Основные принципы конформных отображений.				
5	Основные принципы конформных отображений.	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

		Изолированные особые точки многозначного характера.		
		Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолистности. Принцип сохранения области. Критерии однолистности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Приложение к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)
		Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.	ПКС-1, УК-1	Практическая работа (ПР), домашнее задание (ДЗ), рубежный контроль (РК)

На изучение курса отводится 288 часов (8 з.е.), из них: контактная работа 110 ч., в том числе лекционных – 62 часа; практических – 48 часов; самостоятельная работа студента 178 часов; 7, 8 семестры завершаются экзаменом.

Таблица 2. Структура дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц (288 часа)

Вид работы	Трудоемкость, часы		
	7 семестр	8 семестр	Всего:
Общая трудоемкость (в часах)	144	144	288
Контактная работа (в часах):	42	68	110
<i>Лекции (Л)</i>	28	34	62
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	14	34	48
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	102	76	178
<i>Контрольная работа (К)</i>	6	6	12
<i>Самостоятельное изучение разделов</i>	69	43	112
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27	54
Вид промежуточной аттестации (зачёт, экзамен)	Экзамен	Экзамен	Экзамен

Таблица 3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
	Комплексные числа. Ряды.
1	Введение. Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
2	Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.
3	Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
4	Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.
	Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.
5	Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.
6	Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
7	Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$.
8	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$, выделение однозначных ветвей.
9	Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$. Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
10	Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.

11	Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
12	Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.
	Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.
13	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.
14	Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.
15	Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
16	Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.
	Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.
17	Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши–Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
18	Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
19	Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
20	Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.
21	Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.
22	Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23	Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.
24	Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.
	Основные принципы конформных отображений.
25	Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.
26	Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
27	Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолистности. Принцип сохранения области. Критерии однолистности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
28	Краткий обзор развития теории функций комплексного переменного.

Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)

№ п/п	Тема
1.	Комплексные числа и основные операции над ними, геометрическая интерпретация.
2.	Стереографическая проекция. Решение уравнений во множестве комплексных чисел.
3.	Элементарные трансцендентные функции.
4.	Последовательность и числовые ряды.
5.	Функции комплексного переменного.
6.	Аналитические и гармонические функции.
7.	Линейная и дробно-линейная функции.
8.	Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$. Выделение однозначных ветвей.
9.	Интегрирование функций комплексного переменного.

Таблица 5. Самостоятельное изучение разделов дисциплины

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Теоремы Харнака и Лиувилля
2.	Задача Дирихле и применение конформных отображений для ее решения
3.	Интегралы Пуассона и Шварца
4.	Разложение гармонических функций в ряды. Связь с тригонометрическими рядами
5.	Гидромеханическое истолкование гармонической и аналитической функций
6.	Бесконечная дифференцируемость гармонических функций
7.	Аналитичность комплексно-сопряженного градиента
8.	Инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных
9.	Приложения к гидродинамике. Невихревой свободный от источников поток жидкости. Характеристическая функция потока. Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции. Общий случай.

5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.

5.1. Оценочные материалы для текущего контроля. Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)»

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

Устные опросы проводятся во время практических занятий, а также в качестве дополнительного испытания при недостаточности результатов тестирования и решения задач. Вопросы опроса не должны выходить за рамки, объявленной для данного занятия темы. Устные опросы необходимо строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе, проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной дисциплины, находить удачные примеры из современной действительности, что увеличивает эффективность усвоения материала.

Основные вопросы для устного опроса доводятся до сведения студентов на предыдущем практическом занятии. При оценке опросов анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала, обоснованность суждений.

Вопросы по темам дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» (контролируемые компетенции УК-1, ПКС-1):

Тема 1. Комплексные числа. Ряды.

1. Введение.
2. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел, понятие модуля и аргумента комплексного числа.
4. Формула Муавра. Получение из формулы Муавра формул тригонометрии для косинусов и синусов дуг, кратных данной.
5. Корень натуральной степени из комплексного числа. Интерпретация Римана комплексного числа. Применение в картографии.
6. Множество точек на расширенной комплексной плоскости. Связность множества (теорема)
7. Предел последовательности точек комплексной плоскости. Фундаментальная последовательность, критерий Коши. Числовые ряды.

Тема 2. Аналитические функции комплексного переменного. Конформные отображения.

1. Функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции комплексного переменного. Кривые на комплексной плоскости.
2. Производная, условия Коши–Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими.
3. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Функция $\text{Arg } z$.
4. Целая степенная функция. Функция $\sqrt[n]{z}$, выделение однозначных ветвей.
5. Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$. Показательная функция, отображение с помощью показательной функции.
6. Логарифмическая функция. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Групповое свойство.
7. Сохранение симметрии. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
8. Тригонометрические и гиперболические функции. Отображение тригонометрической функцией. Функция Жуковского. Функция обратная к функции Жуковского.

Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного. Теория интеграла Коши.

1. Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши.

2. Теорема Коши для многосвязной области. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Лейбница. Теорема Морера. Принцип максимума модуля. Теорема о среднем. Лемма Шварца.

3. Интегральные формулы Шварца и Пуассона. Задача Дирихле для гармонических в круге функций. Интеграл в смысле главного значения по Коши.

4. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохотского–Племеля.

Тема 4. Ряды Тейлора и Лорана, элементы теории вычетов.

1. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.

2. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.

3. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Ряд Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана.

4. Классификация особых точек однозначного характера. Устранимая особая точка, теорема Ю.В. Сохоцкого. Теорема Пикара. Бесконечно удаленная изолированная особая точка.

5. Целая функция. Порядок, тип целой функции. Мероморфные функции. Разложение на простейшие дроби мероморфных функций.

6. Вычет функции относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.

7. Вычисление интеграла. Логарифмический вычет. Основная теорема алгебры. Принцип аргумента аналитической функции.

8. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Применение вычетов к вычислению интегралов.

Тема 5. Основные принципы конформных отображений.

1. Аналитическое продолжение. Теорема монодромии. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса. Римановы поверхности многозначных функций. Изолированные особые точки многозначного характера.

2. Особые точки многозначных функций. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.

3. Локальное обращение аналитической функцией. Критерии локальной однолиственности. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности функции в области. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).

Критерии формирования оценивания по результатам устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения и изучаемые методы при решении практических задач.

В результате устного опроса знания обучающегося оцениваются по следующей шкале.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

4 балла, ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

3 балла, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

2-1 балл, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

0 баллов, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ПКС-1, УК-1)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических и лабораторных занятий по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения (см. таблицу 5) и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

Варианты заданий:

Вариант №1.

1. Найти модули и главные значения аргументов комплексных чисел $\pm 1 \pm i$.
2. Выполнить действия $\frac{(1+i\sqrt{3})^3}{(1+i)^2}$, $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$
 $5(\cos 37^\circ + i \sin 37^\circ) \cdot 2(\cos 23^\circ + i \sin 23^\circ)$.
3. Найти $(\sqrt{3} - i)^5$, $\sqrt[3]{i}$.
4. Пользуясь формулой Муавра доказать, что $\cos 3\varphi = \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi \sin^2 \varphi$, $\sin 3\varphi = 3 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \sin^3 \varphi$
5. Найти действительные решения уравнения $(4 + 2i)x + (5 - 3i)y = 13 + i$.
6. Выяснить геометрический смысл соотношения

$$|z - 2| + |z + 2| = 5$$

7. Найти множество точек координатной плоскости: 1) модуль которых равен $\frac{3\pi}{4}$.
 5; 2) аргумент которых равен $\frac{3\pi}{4}$.
 8. Пользуясь равенством $i^2 = -1$, определить любую целую положительную степень мнимой единицы.

Вариант №2.

1. Решить уравнение

$$2 \pm 3i; \frac{\pm 1 - i}{\sqrt{2}}.$$

2. Найти на сфере Римана образы точек

3. Решить уравнение $z^3 - 6z - 9 = 0$.

4. Исследовать сходимость рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-i}{3}\right)^{n^2}$.

5. Решить уравнение $z = z^{\frac{1}{n-1}}$ ($n \neq 2$ – натуральное число).

6. Вычислить значения функций

- а) $\ln i$; б) $\cos(2+i)$; в) $\operatorname{ch}(1+2i)$; г) i^i .

7. Доказать тождество $\sin(z+z_1) = \sin z \cos z_1 + \cos z \sin z_1$.

8. Найти корни уравнения $\sin z + \cos z = 2$.

- 9.

Вариант №3.

1. Найти корни уравнения $\sin z = 2$, лежащие в круге $|z| < 5$.

2. Для каждой из функций $f(z) = \sin z, f(z) = \operatorname{ch} z$ найти множество значений z , где она принимает действительные и чисто мнимые значения.

3. Найти все значения z , для которых $|tg z| = 1$.

4. Для отображения $w = z^2$ найти образы линий $x = c, x = y, |z| = R, \arg z = \alpha$, а также прообразы линий $u = c, v = c$.

5. При помощи функции $w = \frac{1}{z}$ отобразить на плоскость uov точки

6. Для отображения $w = z + \frac{1}{z}$ найти образ окружности $|z| = R$.

7. Какая часть плоскости сжимается и какая растягивается, если отображение осуществляется функцией $w = z^2 + 2z$.

8. В каких точках нарушается конформность отображения

$$w = z^3 - 6z^2 + 9z - 3.$$

Вариант №4.

1. Найти аналитическую функцию $f(z) = u + iv$, для которой $u(x, y) = x^2 - y^2 + 3x + y, f(0) = i$.

2. Найти a, b, c , при которых функция $f(z) = x + ay + i(bx + cy)$ будет аналитической.

3. Найти функцию, сопряженную с данной гармонической функцией

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + x, 0 \leq z < \infty.$$

4. Проверить выполнение условий (CR) для функций $f(z) = \cos z$, $f(z) = z^n$.
5. Найти целую линейную функцию, отображающую треугольник с вершинами в точках $0; 1; i$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $0; 2; 1 + i$.
6. Для отображения $w = 2z + 1 - 3i$ найти неподвижную точку z_0 , угол поворота θ вокруг нее и коэффициент растяжения k .
7. Найти дробно-линейную функцию, переводящую точки $z_1 = -1, z_2 = i, z_3 = 1 + i$ соответственно в точки $w_1 = 0, w_2 = 2i, w_3 = 1 - i$.

Вариант №5.

1. Вычислить интеграл $\int_{|z|=R} \frac{dz}{z}$.
2. Вычислить интеграл $\int_L \operatorname{Im} z \, dz$ по следующим путям интегрирования:
 - а) L - отрезок действительной оси от точки $z_0 = 3$ до $z_1 = -3$;
 - б) L - полуокружность $|z| = 3, 0 \leq \arg z \leq \pi$.
3. Вычислить интеграл $\int_i^{1+i} z \, dz$.
4. Вычислить интеграл $\int_{|z+i|=1} \frac{e^z}{z} \, dz$.
5. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dz}{z^2 + 9}$, если:
 - а) точка z лежит внутри контура L , а $(-3i)$ вне L ;
 - б) $(-3i)$ внутри L , вне L ;
 - в) точки $\pm 3i$ лежат внутри L .
6. Найти круг и радиус сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$.
7. Разложить в ряд по степеням z функцию $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}$ в круге $|z| < 1$.
8. Найти порядок всех нулей функций $z^2(e^{z^2} - 1); \frac{(z^2 + 9)}{z^4}$.

Методические рекомендации по решению задач.

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале каждой темы примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Критерии формирования оценивания по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи)

Самостоятельное выполнение заданий на практических занятиях являются одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)».

В результате знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику.**

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течение учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ПКС-1). Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

Образцы контрольных заданий:

Рейтинговая контрольная работа №1

1. Найти значение функции $f(z) = \cosh \bar{z}$ в точке $2 + \pi i$. Указать точки, в которых существует производная $f'(z)$.

2. Определить, может ли функция $\cos x \sinh y - 2y$ быть мнимой частью аналитической функции $f(z)$? Если да, то найти $f(z)$.

Рейтинговая контрольная работа №2

1. Вычислить $\oint_l (2z+1)\bar{z} dz$, где l - дуга окружности $|z|=1$ от точки $z_1 = 1 = e^{i \cdot 0}$ до точки $z_2 = -1 = e^{i \cdot \pi}$.

2. Вычислить $\oint_l |z| dz$, где l - отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 3 - 2i$.
3. Вычислить $\oint_l \operatorname{Re} z^2 dz$, где l - дуга окружности параболы $y = 2x^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + 2i$.

Рейтинговая контрольная работа №3

1. Найти разложение функции $\cos(z-1)$ в ряд Лорана в точке $z_0 = 0$. Указать главную и правильную части ряда и область сходимости.
2. Найти все особые точки функции $\frac{z}{z^2-1} e^{\frac{1}{z+1}}$, определить тип, для полюса найти его порядок. Найти вычеты во всех особых точках и в бесконечно удаленной точке.

Критерии формирования оценок по контрольным работам:

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

5 баллов – ставится за работу, если учащийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее *4 баллов* – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемые компетенции ПКС-1, УК-1)

Полный перечень *тестовых заданий* представлен в ЭОИС – <http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1196>

Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента.

Образцы тестовых заданий:

1. Числа вида $a + ib$, где a и b – действительные числа, $i = \sqrt{-1}$ называются:
- : рациональными; : иррациональными;
 - + : комплексными; : действительными.

2. Модуль и главное значение аргумента комплексного числа $Z = 1 + i$ равны:

- : $|Z| = \sqrt{2}$, $\arg Z = \frac{\pi}{4}$
- : $|Z| = \sqrt{2}$, $\arg Z = \frac{3\pi}{4}$
- + : $|Z| = \sqrt{2}$, $\arg Z = \frac{\pi}{4}$
- : $|Z| = \sqrt{2}$, $\arg Z = \frac{\pi}{3}$

3. Значение выражения $i^{37} + i^{48} + i^{10}$ равно:
 - : 1 : - 1
 + : i : - i
4. Значение выражения $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10}$ в алгебраической форме равно:
 - : $0,5(\sqrt{3} - i)$ + : $0,5(-\sqrt{3} + i)$
 - : $0,5(1 + \sqrt{3}i)$: $0,5(1 - \sqrt{3}i)$
 -
5. образом точки $Z = 1$ на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###
 + : $(1/2; 0; 1/2)$
6. образом точки $Z = 1 + i$ на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###
 + : $(1/3; 1/3; 2/3)$
7. образом точки $Z = 3 + 4i$ на сфере Римана при стереографической проекции будет точка ###
 + : $(3/26; 2/13; 25/26)$
8. образом точки сферы $(-0,5; 0; 0,5)$ при стереографической проекции будет точка z на плоскости равная ###
 + : -1
9. Действительными решениями уравнения $(1 + i)x + (1 - i)y = 1$ будут ###
 + : $(0,5; 0,5)$
10. Действительными решениями уравнения $(1 + 7i)x + (1 - 7i)y = 1$ будут ###
 + : $(0,5; 0,5)$
11. Корни числа $\sqrt[3]{1}$ равны:
 - : $1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$: $-1; \pm \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$
 + : $1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$: $-1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$
12. Корни числа $\sqrt[3]{i}$ равны:
 - : $i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ + : $-i; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$
 - : $i; \pm \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$: $-i; \pm \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$
13. Аргумент $\arg(1 + i\sqrt{3})^4$ равен:
 + : $4\pi/3$: $-4\pi/3$

- : $\frac{2\pi}{3}$: $\frac{\pi}{3}$

14. Аргумент $\arg[(1+i)(1-i)^2]$ равен:

- : $\frac{\pi}{4}$ + : $-\frac{\pi}{4}$

- : $\frac{\pi}{2}$ - : $\frac{3\pi}{4}$

15. Аргумент $\arg\left[\frac{(1+i)}{(1-i)}\right]^6$ равен:

- : $\frac{3\pi}{2}$ - : $\frac{5\pi}{2}$

+ : 3π -: $\frac{10\pi}{3}$

16. Корнями уравнения $x^2 - 6x + 10 = 0$ являются числа ###

+ : $3+i$; $3-i$ + : $3-i$; $3+i$

17. Корнями уравнения $x^2 - 4x + 13 = 0$ являются числа ###

+ : $2+3i$; $2-3i$ + : $2-3i$; $2+3i$

18. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(5i)^n}$

- : расходится -: сходится условно

- : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится

19. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(in)^n}$

- : расходится -: сходится условно

- : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится

20. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^4}$

- : расходится -: сходится условно

- : сходится не абсолютно + : абсолютно сходится

21. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} e^{in}$

+ : расходится -: сходится условно

- : сходится не абсолютно -: абсолютно сходится

22. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{2^n}$

+ : расходится -: сходится условно

- : сходится не абсолютно -: абсолютно сходится

23. Равенство $\frac{4}{\bar{z}} = z$ верно при $|z|$ равном ###

- +: 2

24. Равенство $(\frac{9}{z}) = z$ верно при $|z|$ равном ###

+: 3

25. Геометрический смысл соотношения $\operatorname{Re}(\frac{1}{z}) = \frac{1}{4}$ ### на плоскости z
+ : окружность

26. Геометрический смысл соотношения $\operatorname{Im} z^2 = 2$ ### на плоскости z
+ : гипербола

27. Геометрический смысл соотношения $z^2 + \bar{z}^2 = 2$

- : прямая линия - : окружность
+ : гипербола - : эллипс

28. Геометрический смысл соотношения $z \cdot \bar{z} + i(z - \bar{z}) - 2 = 0$

- : прямая линия + : окружность
- : гипербола : парабола

29. Уравнение оси ОХ в комплексной форме имеет вид

+ : $z - \bar{z} = 0$: $z + \bar{z} = 0$
- : $z\bar{z} = 0$: $z^2 + \bar{z}^2 = 0$

30. Уравнение прямой $y=x$ в комплексной форме имеет вид

- : $z + 2z\bar{z} = 0$: $z - 2z\bar{z}^2 = 0$
+ : $z + \bar{z} + i(z - \bar{z}) = 0$: $z - \bar{z} + i(z + \bar{z}) = 0$

31. Уравнение окружности $x^2 + y^2 + 2x = 0$ в комплексной форме имеет вид

+ : $z\bar{z} + z + \bar{z} = 0$: $z\bar{z} - z + 2\bar{z} = 0$
- : $z\bar{z} + z - 2\bar{z} = 0$: $z^2 - \bar{z}^2 + 2z = 0$

32. Область $z \cdot \bar{z} > 5$, где $z = x + iy$, является

-: не связной +: односвязной
-: двусвязной -: трёхсвязной

33. Область $2 < |z| < 5$ является

-: односвязной +: двусвязной
-: трёхсвязной -: не связной

34. Граница области $0,5 < |z| < 3$ состоит из числа компонент ###

+: 2

35. Граница области $|z| < 5$ состоит из числа компонент ###

+: 1

36. Соответствие уравнения и линии

L1: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ L2: $3x^2 + 6y^2 - 18 = 0$ L3: $5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$
 L4: $x^2 - 4x + y + 2 = 0$ L5: $4x - 3y = 8$

R1: окружность

R2: эллипс

R3: гипербола

R4: парабола

R5: прямая линия

37. Значение выражения $Ln i$ равно:

- : $2k\pi i$: $(2k-1)\pi$
 - : πi + : $(2k + \frac{1}{2})\pi i$

38. Значение выражения $Ln \left[\frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \right]$ равно:

- : $2k\pi i$: $(2k - \frac{1}{4})\pi i$
 + : $(2k + \frac{1}{4})\pi i$ -: $(2k-1)\frac{\pi i}{2}$

39. Значение выражения $1^{\sqrt{2}}$ равно:

- : $e^{\sqrt{2}k\pi i}$ -: $e^{-\sqrt{2}k\pi i}$
 + : $e^{2\sqrt{2}k\pi i}$ -: $e^{-2k\pi i}$

40. Значение выражения 1^{-i} равно:

-: $e^{\sqrt{2}k\pi}$ + : $e^{2k\pi}$
 - : $e^{2k\pi i}$: $e^{-2k\pi i}$

41. Функция $f(z)=x+ay+i(x+y)$ будет аналитической при значении a равном ###

+ : -1

42. Функция $f(z)=ax+3y-i(3x+2y)$ будет аналитической при значении a равном ###

+ : -2

43. Производная функции $f(z)=e^{4z+2i}$, где $z=x+iy$, равна

+ : $4e^{4z+2i}$ -: e^{4z+2i}
 -: $4e^{4z+2i-1}$ -: $4e^{4z+2i+1}$

44. Функция $u(x,y)=x^3+3kxy^2$ является гармонической, если k равно ###

+ : 1

45. Функция $u(x,y)=-2x^3+kxy^2$ является гармонической, если k равно ###

+ : -6

- : $w = z^2, w = \text{Arg } z$	+ : $w = \sqrt[n]{z}, w = \text{Arg } z$
- : $w = \text{Re}(z), w = z^3$: $w = \sqrt[n]{z}, w = \text{Im } z$

48. Конформность отображения $w=z-\sin z$ нарушается в точках z равных

- : $\pi/2+\pi k$	+ : $2\pi k$
- : $\pi k/2$	-: $\pi k/3$

49. Неподвижной точкой преобразования $w=iz+4$ является точка

- : $z=1+2i$: $z=1-i$
+ : $z=2(1+i)$: $z=2(1-i)$

51. Отображение $w = z^4$ углы

-: увеличивает в 8 раз	-: уменьшает в 2 раза
-: увеличивает в 2 раза	+: увеличивает в 4 раза

52. Образом точки $(1;1)$ при отображении $w = \frac{1}{z}$ на плоскости w будет точка ###
+; (1/2;-1/2)

53. образом точки $(2;0)$ при отображении $w = \frac{1}{z}$ на плоскости w будет точка ###
+; $(1/2;0)$

54. Интеграл $\int_{\gamma} x dz$, где γ - радиус вектор точки $z=2+i$, равен

- : 1-i
: 2-i
+ : 2+i
: -2+i

55. Интеграл $\int_{\gamma} ydz$, где γ -окружность $|z - a| = R$, равен

+	:	$-\pi R^2$	-:	$\pi R^2/2$
-	:	$-\pi R^2/2$	-:	$\pi R^2/3$

56. Интеграл $\int_{|z+2|=1} \frac{e^z}{z} dz$ равен

- : $2\pi i$ -: π

+ : 0 -: $\frac{\pi}{2}$

10–20 % правильных ответов на предложенные тестовые вопросы	1
менее 10 % правильных ответов на предложенные тестовые вопросы	0

5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» в виде проведения экзамена (7-8 семестр). На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» (контролируемые компетенции ПКС-1, УК-1) ***7 семестр***

1. Определение комплексных чисел и основные операции над ними.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Формула Муавра. Корень натуральной степени из комплексного числа.
4. Интерпретация Римана комплексных чисел.
5. Теорема о связности.
6. Предел последовательности точек комплексной плоскости.
7. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши.
8. Числовые ряды.
9. Предел функции комплексного переменного.
10. Непрерывность функции комплексного переменного.
11. Кривые на комплексной плоскости.
12. Производная, условия Коши-Римана.
13. Аналитические функции и их связь с гармоническими.
14. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
15. Конформные отображения.
16. Функция $Argz$.
17. Целая степенная функция.
18. Функция $W = \sqrt[n]{z}$, выделение однозначных ветвей.
19. Риманова поверхность $\sqrt[n]{z}$.
20. Показательная функция. Отображение с помощью показательной функции.
21. Логарифмическая функция.
22. Дробно-линейная функция.
23. Круговые и групповые свойства дробно-линейной функции.
24. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
25. Дробно-линейное отображение, переводящее три точки в три точки. Неподвижные точки дробно-линейного отображения.
26. Отображение с помощью тригонометрической функции.
27. Функция Жуковского.
28. Интеграл от функции комплексного переменного, свойства.
29. Лемма Гурса.
30. Интегральная теорема Коши.
31. Теорема Коши для многосвязной области.
32. Интегральная формула Коши, интеграл типа Коши.

33. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Лейбница.
34. Теорема Морера.
35. Принцип максимума модуля.
36. Лемма Шварца.
37. Интегральные формулы Шварца и Пуассона.
38. Задача Дирихле для гармонических в круге функций.
39. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
40. Предельные значения интеграла типа Коши, формулы Сохоцкого – Племелья.

6 семестр

1. Функциональные ряды, признак Вейерштрасса.
2. Степенные ряды, теорема Абеля.
3. Формула Коши – Адамара.
4. Определение элементарных функций с помощью степенных рядов.
5. Первая теорема Вейерштрасса.
6. Ряд Тейлора, теорема Тейлора.
7. Внутренняя теорема единственности аналитической функции.
8. Нули аналитической функции, порядок нуля.
9. Неравенства Коши, теорема Лиувилля.
10. Ряд Лорана, теорема Лорана.
11. Единственность разложения функции в ряд Лорана.
12. Классификация особых точек однозначного характера.
13. Устранимая особая точка, полюс (теорема).
14. Теорема Сохоцкого.
15. Теорема Пикара.
16. Целая функция, порядок и тип целой функции.
17. Мероморфные функции, разложение на простейшие дроби.
18. Теорема Миттаг - Леффлера.
19. Вычет функции относительно изолированной особой точки.
20. Основная теорема о вычетах.
21. Вычисление вычета относительно полюса.
22. Вычет функции относительно бесконечно удаленной точки.
23. Логарифмический вычет.
24. Основная теорема алгебры.
25. Принцип аргумента аналитической функции.
26. Теорема Руше.
27. Теорема Гурвица.
28. Применение вычетов к вычислению интегралов.
29. Аналитическое продолжение.
30. Теорема монодромии.
31. Понятие полной аналитической функции в смысле Вейерштрасса.
32. Изолированные особые точки многозначного характера.
33. Принцип непрерывности.
34. Принцип симметрии Римана-Шварца.
35. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного.
36. Локальное обращение аналитической функцией.
37. Критерий локальной однолиственности.
38. Принцип сохранения области.
39. Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Теорема Римана (без доказательства).
40. Приложение ТФКП к гидродинамике.

В билеты включаются два теоретических вопроса из различных разделов программы и одна задача.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации. Уровень знаний определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «зачтено», «неудовлетворительно», «не зачтено».

1. Оценка «отлично» (91-100 баллов) - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка «хорошо» (81-90 баллов) - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка «удовлетворительно» (61-80 баллов) - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка «зачтено» (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценки «неудовлетворительно» и «не зачтено» (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– первая составляющая – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– вторая составляющая – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» является экзамен (7-8 семестр). Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из составляющих, приведенных в приложении 1.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Критерии оценки качества освоения дисциплины прилагается (Приложение 2).

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ПКС-1 представлены в таблице 7.

Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного материала
ПКС-1. Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории	ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике	Знать: - фундаментальные понятия, соответствующие базовым разделам математики; - формулировки утверждений и методы их доказательства; - математические способы доказательств. Уметь: - доказывать фундаментальные математические утверждения; - проводить доказательства математических утверждений; - использовать математический аппарат в своей профессиональной деятельности. Владеть: - базовыми знаниями в области математики, навыками сбора и работы с математическими источниками информации; - аппаратом профильных предметных областей, методами доказательства утверждений; - способностью сформулировать результат и увидеть следствия этого результата.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.3).
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности	Знать: Содержание дисциплины, осуществлять поиск алгоритмов решения проблемных ситуаций, критический анализ, методы реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности. Уметь: Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности, осуществлять критический анализ и синтез в научно-познавательной деятельности. Владеть: Методами поиска алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации, критического анализа и синтеза, в научно-познавательной деятельности.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.3).

7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 №273-ФЗ (последняя редакция). - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Консультант Плюс: URL: <http://consultant.ru/>

2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 16 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - специалитет по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика» – Режим доступа: URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71773266/>

7.2. Основная литература

1. Бернштейн, Т. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / Т. В. Бернштейн, Д. А. Прокудин. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 64 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/78153.html>

2. Ганичева, А. В. Основы теории функций комплексного переменного. Операционное исчисление : учебное пособие / А. В. Ганичева. — Тверь : ТвГТУ, 2020. — 128 с. — ISBN 978-5-7995-1086-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/171320>

3. Исаченко, Н. А. Комплексный анализ в примерах и упражнениях. Интегралы и вычеты : учебное пособие / Н. А. Исаченко. — Омск : Издательство Омского государственного университета, 2019. — 120 с. — ISBN 978-5-7779-2370-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108118.html>

7.3. Дополнительная литература

1. Ахтамова, С. С. Теория функций комплексного переменного : учебно-методическое пособие / С. С. Ахтамова, Е. К. Лейнартас, А. П. Ляпин. — Красноярск : СФУ, 2020. — 100 с. — ISBN 978-5-7638-4330-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/181631>

2. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1984. – 320 с. (54 экз.)

3. Волковысский А.И., Лунц Г.Л., Араманович А.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1975. – 320 с. (52 экз.)

4. Каибханов, К. Э. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / К. Э. Каибханов, В. В. Ершов, Е. В. Тетруашвили. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 123 с. — ISBN 978-5-4486-0739-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83816.html>

5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1987. – 588 с. (30 экз.)

6. Смирнов В. И., Лебедев Н. А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. - Москва-Ленинград: Наука, 1964. – 436 с. (9 экз.)

7.4. Периодические издания

1. Дифференциальные уравнения
2. Доклады Академии наук
3. Сибирский математический журнал
4. Успехи математических наук

5. Математические заметки

7.5. Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– **общие информационные, справочные и поисковые:**

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс». URL: <http://www.consultant.ru>

Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ»	Полный доступ
2.	База данных Science Index (РИНЦ)	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	http://elibrary.ru	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 г. Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
3.	«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	http://www.studmedlib.ru	ООО «Политехресурс» (г. Москва) Договор №701КС/02-2022 от 13.04.2022 г. Активен до 19.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

4.	ЭБС «Лань»	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	https://e.lanbook.com/	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) Договор №6ЕП/223 от 15.02.2022 г. Активен до 28.02.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	Национальная электронная библиотека РГБ	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	https://нэб.рф	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
6.	ЭБС «IPRbooks»	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	http://iprbookshop.ru/	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) Договор №9200/22П от 08.04.2022 г. Активен до 02.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
7.	Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	http://polpred.com	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
8.	Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	http://www.prilib.ru	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) Соглашение от 15.11.2016г. бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115,214)

– Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

1. Служба тематических толковых словарей <http://glossary.ru/>
2. Словари и энциклопедии <https://dic.academic.ru/>
3. Википедия <http://ru.wikipedia.org/wiki/>

7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Методические рекомендации по изучению дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» для обучающихся

Основной целью курса «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» является получение базовых знаний и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых как для обучения другим учебным дисциплинам, так и для формирования будущего специалиста, а также позволяющим решать прикладные задачи из различных областей знаний.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;
4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При

этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

Методические рекомендации по работе с литературой

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

Предварительное чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

Сквозное чтение предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

Выборочное – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

Аналитическое чтение – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.

2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
- выделить ключевые слова в тексте;
- постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

Методические рекомендации для подготовки к экзамену

Экзамен является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов, на зачете не более 25 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам

курса;

- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносятся материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной/устной форме. Зачет проводится в форме устного опроса по вопросам без подготовки.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего экзамен. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена и зачета выражается оценками:

Уровень знаний определяется оценками *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*.

1. Оценка *«отлично»* (91-100 баллов) - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка *«хорошо»* (81-90 баллов) - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка *«удовлетворительно»* (61-80 баллов) - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа занятий используются:
лицензионное программное обеспечение:

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business.

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный

свободно распространяемые программы:

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конспектирования и работы с Djvu файлами.

8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочесть и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

ЛИСТ

изменений (дополнений) в рабочей программе

дисциплины «Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)» по
программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (Профиль:
«Фундаментальная математика») на _____ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень выносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений

протокол № _____ от « _____ » _____ 20 ____ г.

И.о. заведующего кафедрой _____ / _____ / _____
подпись, расшифровка подписи, дата

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3 б.	до 4 б.
2	Текущий контроль:	до 24 баллов	до 8 б.	до 8б.	до 8 б.
	Ответ на 4 вопроса	от 0 до 12 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.
	Полный правильный ответ	до 12 баллов	4 б.	4 б.	4 б.
	Неполный правильный ответ	от 3 до 12 б.	от 1 до 4 б.	от 1 до 4 б.	от 1 до 4 б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 12 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.	от 0 до 4 б.
3	Рубежный контроль	до 36 баллов	до 12 б.	до 12 б.	до 12 б.
	тестирование	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	коллоквиум	от 0 до 21 б.	от 0 до 7 б.	от 0 до 7 б.	от 0 до 7 б.
4	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70 баллов	до 23б.	до 23 б.	до 24 б.
5	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36 б.	не менее 12 б.	не менее 12 б.	не менее 12 б.
6	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 б. (51-69 б.)	менее 23 б.	менее 23 б.	менее 24б.
7	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70 б.	не менее 23 б.	не менее 23 б.	не менее 24б.

**Шкала оценивания планируемых результатов обучения
Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
7, 8	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

Промежуточная аттестация (экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
7, 8	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.