

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет**  
**им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**  
**КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной  
программы \_\_\_\_\_ **М.С. Нирова**  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ **2024г.**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИФ и М  
\_\_\_\_\_ **Б.И. Кунижев**  
«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ **2024г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ»**  
(код и наименование дисциплины)

Программа специалитета  
01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)  
Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника  
специалист

Форма обучения  
очная

**Нальчик 2024г**

Рабочая программа дисциплины «Избранные главы теории чисел» /сост. У.М. Пачев – Нальчик: КБГУ, 2024г., 33с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика» 8 семестра, 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018г. №16 (зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018г. № 49943).

## Содержание

1	Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины.....	4
4	Содержание и структура дисциплины.....	5
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	11
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности.....	19
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	21
	7.1 Нормативно-законодательные акты.....	21
	7.2.Основная литература.....	21
	7.3 Дополнительная литература.....	21
	7.4 Периодические издания (газета, вестник, бюллетень, журнал).....	22
	7.5 Интернет-ресурсы .....	22
	7.6 Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	25
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	28
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	31
	Приложения	

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

### Цели дисциплины:

- Углубление изучения отдельно выбранных вопросов элементарной теории чисел.
- Расширение представлений у студентов о целых числах и арифметических функциях.
- Приобщение студентов к исследовательской работе по элементарной теории чисел.
- Коррекция пробелов в знаниях и умениях по элементарной теории чисел.

### Задачи дисциплины:

- Расширять кругозор студентов в различных разделах элементарной теории чисел.
- Расширять математические знания в области целых чисел.
- Уметь делать доступные выводы и обобщения, обосновывать собственные мысли.
- Постановка задач, предназначенных для проведения исследовательской работы.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Избранные вопросы теории чисел» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)», части формируемой участниками образовательных отношений, является дисциплиной по выбору основной образовательной программы специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, профиль «Фундаментальная математика». Дисциплина «Избранные главы теории чисел» важным звеном в дальнейшем математическом образовании студента и входит в первый блок дисциплин.

## 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Фундаментальная математика» дисциплина «Избранные главы теории чисел» направлена на формирование следующей **специальной профессиональной компетенции (ПКС)** в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по направлению подготовки 01.03.01- Математика (уровень бакалавриата):

### **Специальная профессиональная компетенция**

*профессиональные компетенции по стандарту (ПКС):*

- Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории (**ПКС-1**).
- Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках (**ПКС-4**).

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-1:*

**ПКС-1.2.** Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:*

**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики

В результате изучения дисциплины «Избранные главы теории чисел» студент должен:

**ЗНАТЬ:**

- Определения чисел каждого специального вида.
- Классификацию простых чисел специальных видов.
- Критерии простоты числа
- Основную теорему арифметики и ее следствия
- Простейшие арифметические функции
- Классификацию диофантовых уравнений.

**УМЕТЬ:**

- Определять специальный вид целых чисел
- Находить НОД чисел
- Составлять таблицу простых чисел
- Применять основную теорему арифметики
- Находить простые делители чисел специальных видов
- Вычислять значения арифметических функций.

**ВЛАДЕТЬ:**

- Методами элементарной теории чисел
- Методами доказательства теорем теории чисел
- Приемами анализа формулировок теории из теории чисел.

**4. Содержание и структура дисциплины**

*Таблица 1. Содержание разделов дисциплины «Избранные главы теории чисел», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций*

№	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела/темы	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5 <sup>1</sup>
1	Целые числа специальных видов. Делимость целых чисел	Треугольные и квадратные числа.	ПКС - 1, ПКС - 4	К, РК, Т, КР
		Пятиугольные числа.		
		Шестиугольные числа.		
		Многоугольные числа.		
		Делимость целых чисел и ее свойства.		
		Теорема о делении с остатком.		

<sup>1</sup>В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), выполнение контрольной работы (КР) и т.д.

		Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.		
		Наименьшее общее кратное, связь с наибольшим общим делителем		
2	Простые числа. Основная теорема арифметики.	Леммы о простых числах. Теорема Евклида о простых числах	ПКС - 1, ПКС - 4	К, РК, Т, КР
		Критерий простоты числа. Решето Эратосфена.		
		Две леммы о простых числах.		
		Основная теорема арифметики и ее следствия. Каноническое разложение числа.		
		НОД и НОК чисел, заданных каноническими разложениями.		
3	Арифметические функции.	Понятие арифметической функции. Функции целой и дробной части и их свойства.	ПКС - 1, ПКС - 4	К, РК, Т, КР
		Применение функции целой части к разложению $n!$ на простые множители. Порядок целого числа относительно простого числа.		
		Мультипликативные функции и их свойства. Теоремы о мультипликативных функциях.		
		Функции числа делителей и суммы делителей.		
		Функции Мебиуса и Эйлера.		
		Непрерывные (цепные) дроби .		
		Подходящие дроби и их свойства		
4	Сравнения и классы вычетов.	Понятие сравнения, свойства сравнений.	ПКС - 1,	К, РК, Т, КР

		Полная и приведенная системы вычетов.	ПКС - 4	
		Классы вычетов и их свойства.		
		Линейное сравнение с одним неизвестным; способы решения.		
		Системы сравнений с одним неизвестным.		

На изучение курса отводится 108 часов (3 з.е.), из них: контактная работа 34ч., в том числе лекционных – 17 часов; практических (семинарских) – 17 часов; самостоятельная работа студента 65 часов; завершается зачетом (9 часов).

**Структура дисциплины (модуля) «Избранные главы теории чисел»**

**Таблица 2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов)**

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	1 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
Лекционные занятия (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	34	34
Семинарские занятия (СЗ)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Лабораторные работы (ЛР)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>
Расчетно-графическое задание	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Реферат (Р)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Эссе (Э)	Не предусмотрены	Не предусмотрены
Контрольная работа (КР)	12	12
Самостоятельное изучение разделов	19	19
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>зачет</b>	<b>зачет</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1	Многоугольные числа и их свойства. Цели и задачи: Ввести специальные виды целых чисел, связанных с

	многоугольниками. Изучить свойства этих чисел. Вывести формулы для нахождения многоугольных чисел.
2	<i>Делимость целых чисел и их свойства. Теорема о делении с остатком.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие делимости целых чисел. Изучить свойства делимости целых чисел. Доказать теорему о делении с остатком.
3	<i>НОД и его свойства. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.</i> <i>Цели и задачи:</i> Раскрыть понятие НОД чисел. Изучить свойства НОД. Доказать теорему о линейном представлении НОД.
4	<i>Связь между НОД и НОК.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие НОК и выявить его двойственность понятию НОД. Установить связь между НОД и НОК.
5	<i>Теорема Евклида о простых числах. Решето Эратосфена.</i> <i>Цели и задачи:</i> Исследовать вопрос о количестве всех простых чисел. Доказать теорему Евклида о бесконечности множества простых чисел.
6	<i>Основная теорема арифметики. НОД и НОК чисел, заданных каноническими разложениями.</i> <i>Цели задачи:</i> Доказать основную теорему арифметики. Предварительно доказать две леммы о простых числах. Дать ее применение к нахождению НОД и НОК чисел.
7	<i>Функция целой части и ее применение.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие функции целой части. Изучить ее свойства и применения.
8	<i>Мультипликативные функции и их свойства. Теоремы о мультипликативных функциях.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие мультипликативной функции. Изучить ее свойства. Доказать теоремы для таких функций.
9	<i>Функции числа делителей и суммы делителей.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести указанные функции. Доказать формулы для этих функций. Рассмотреть их применения.
10	<i>Функции Мебиуса и Эйлера.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести эти функции и раскрыть их смысл. Изучить свойства этих функций. Доказать формулы для этих функций.
11	<i>Непрерывные дроби. Разложение чисел в непрерывную дробь.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие непрерывной дроби. Изучить разложения вещественных в непрерывную дробь.
12	<i>Подходящие дроби и их свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие подходящей дроби и выявить его роль. Изучить свойства подходящих дробей.
13	<i>Сравнения и их свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Раскрыть понятие сравнения. Изучить свойства сравнений.
14	<i>Полная и приведенная системы вычетов.</i> <i>Цели и задачи:</i> Раскрыть смысл этих понятий. Изучить свойства этих понятий.
15	<i>Классы вычетов и их свойства.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести понятие класса вычетов по данному модулю. Изучить их свойства.
16	<i>Линейные сравнения с одним неизвестным и способы их решения.</i> <i>Цели и задачи:</i> Ввести по аналогии с алгебраическими уравнениями понятие сравнения с неизвестным. Изучить понятие решения сравнения с одним неизвестным.



	Рассмотреть линейные сравнения с одним неизвестным и дать способы их решения.
17	<i>Системы линейных сравнений с одним неизвестным.</i> <i>Цели и задачи:</i> По аналогии с системами алгебраических уравнений ввести понятие системы сравнений с одним неизвестным. Дать способ решения системы линейных сравнений одним неизвестным по данным модулям.

**Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)**

№ п/п	Тема
1	Многоугольные числа и их свойства.
2	Делимость целых чисел и их свойства. Теорема о делении с остатком.
3	НОД и его свойства. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.
4	Связь между НОД и НОК.
5	Теорема Евклида о простых числах. Решето Эратосфена.
6	Основная теорема арифметики. НОД и НОК чисел, заданных каноническими разложениями.
7	Функция целой части и ее применение.
8	Мультипликативные функции и их свойства. Теоремы о мультипликативных функциях.
9	Функции числа делителей и суммы делителей.
10	Функции Мебиуса и Эйлера.
11	Непрерывные дроби. Разложение чисел в непрерывную дробь.
12	Подходящие дроби и их свойства.
13	Сравнения и их свойства.
14	Полная и приведенная системы вычетов.
15	Классы вычетов и их свойства.
16	Линейные сравнения с одним неизвестным и способы их решения.
17	Системы линейных сравнений с одним неизвестным.

**Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине – не предусмотрены**

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Тема
1	Совершенные числа.
2	Дружественные числа.

3	Треугольные числа.
4	Квадратные числа.
5	Пятиугольные числа.
6	Шестиугольные числа.
7	Двенадцатиугольные числа.
8	Многоугольные числа.
9	Тетраэдральные числа.
10	Количество простых чисел (теорема Евклида); оценка $n$ -го простого числа; неравномерность распределения простых чисел.
11	Критерий простоты числа. Решето Эратосфена.
12	Две леммы о простых числах.
13	Основная теорема арифметики и ее следствия. Каноническое разложение числа.
14	Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
15	Простые числа, представимые суммой двух квадратов.
16	Простые числа Мерсенна и их связь совершенными числами.
17	Простые числа Ферма и их свойства.
18	Простые числа в некоторых последовательностях; теорема Дирихле.
19	Функция числа простых чисел; результаты Чебышёва
20	Функции целой и дробной части и их свойства.
21	Мультипликативные функции и их свойства.
22	Применение функции целой части к разложению $n!$ на простые множители.
23	Порядок целого числа относительно простого числа как аналог логарифмической функции.
24	Функции числа делителей и суммы делителей.
25	Обобщение функции числа делителей.
26	Число целых точек внутри круга (теорема Гаусса).
27	Число целых точек под гиперболой (теорема Дирихле).
28	Нахождение целых корней алгебраических уравнений с одним неизвестным.
29	Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными.
30	Линейные диофантовы уравнения общего вида.
31	Метод Эйлера решения линейных диофантовых уравнений.

32	Диофантовы уравнения, связанные с представлением целого числа суммой двух квадратов.
33	Пифагорово уравнение.
34	Диофантово уравнение $x^4 + y^4 = z^2$ .
35	Диофантово уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = t^2$ .
36	Уравнение Пелля.

## 5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация**.

**5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.** Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине

**Текущий контроль** успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Избранные главы теории чисел» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Избранные главы теории чисел» (контролируемая компетенция ПКС - 1, ПКС - 4)**

#### **Тема 1. Целые числа специальных видов.**

1. Совершенные числа.
2. Дружественные числа.
3. Треугольные числа.
4. Квадратные числа.
5. Пятиугольные числа.
6. Шестиугольные числа.
7. Двенадцатиугольные числа.
8. Многоугольные числа.
9. Тетраэдральные числа.

#### **Тема 2. Простые числа специальных видов.**

10. Количество простых чисел (теорема Евклида); оценка  $n$ -го простого числа; неравномерность распределения простых чисел.
11. Критерий простоты числа. Решето Эратосфена.
12. Две леммы о простых числах.
13. Основная теорема арифметики и ее следствия. Каноническое разложение числа.
14. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
15. Простые числа, представимые суммой двух квадратов.
16. Простые числа Мерсенна и их связь совершенными числами.
17. Простые числа Ферма и их свойства.
18. Простые числа в некоторых последовательностях; теорема Дирихле.

### **Тема 3. Арифметические функции.**

19. Функция числа простых чисел; результаты Чебышёва
20. Функции целой и дробной части и их свойства.
21. Мультипликативные функции и их свойства.
22. Применение функции целой части к разложению  $n!$  на простые множители.
23. Порядок целого числа относительно простого числа как аналог логарифмической функции.
24. Функции числа делителей и суммы делителей.
25. Обобщение функции числа делителей.
26. Число целых точек внутри круга (теорема Гаусса).
27. Число целых точек под гиперболой (теорема Дирихле).

### **Тема 4. Сравнения и классы вычетов.**

28. Понятие сравнения, свойства сравнений.
29. Полная и приведенная системы вычетов.
30. Классы вычетов и их свойства.
31. Линейное сравнение с одним неизвестным; способы решения.
32. Системы сравнений с одним неизвестным.

### Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Избранные главы теории чисел». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи) (контролируемая компетенции ПКС - 1, ПКС - 4)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Избранные главы теории чисел».

#### **Задачи**

#### **Тема 1. Целые числа специальных видов.**

1. Проверить, что числа 220 и 284 являются дружественными.
2. Представить совершенное число 8128 суммой кубов натуральных чисел.
3. Выяснить, существуют ли треугольное число, равное 434.

- Известно, что 117 - пятиугольное число. Найти следующее непосредственно за ним пятиугольное число.
- Найти пятое совершенное число с обоснованием.
- Данное треугольное число равно 120. Найти следующее за ним треугольное число.
- Сумма двух последовательных треугольных чисел равна 81. Найти наибольшее из треугольных чисел.
- Известно, что 496 есть шестиугольное число. Найти количество предшествующих ему шестиугольных чисел.
- Разность двух последовательных квадратных чисел равна 65. Найти наименьшее из этих чисел.
- Пятиугольное число расположено между числами 335 и 420. Найти это число.

## Тема 2. Простые числа специальных видов.

- Доказать, бесконечность множества простых чисел с помощью чисел Ферма.
- Доказать, что числа Ферма попарно взаимно просты.
- Доказать, критерии простоты числа.
- Доказать, следующие свойства НОД:
  - $\text{НОД}(ka, kb) = k \text{НОД}(a, b)$ ;
  - Если  $\delta$  – общий делитель чисел  $a$  и  $b$ , то  $\text{НОД}\left(\frac{a}{\delta}, \frac{b}{\delta}\right) = \frac{\text{НОД}(a, b)}{\delta}$ .
- Доказать, что  $\text{НОД}(a, a + k) | k$ .
- Найти НОД чисел 46, 108, 24.
- Найти линейное представление для НОД (54, 48).
- Найти простые числа, лежащие между числами 100 и 150.
- Найти простые числа, не превосходящие числа 120.
- Доказать, что число  $n^7 - n$  делится на 42.

## Тема 3. Арифметические функции.

- Найти наибольшую степень простого числа 3, делящий число сочетаний  $C_{1000}^{500}$ .
- Найти число целых точек, расположенных под гиперболой  $y = \frac{12}{x}$  в I четверти.
- Установить простоту числа 661.
- Найти число делителей числа 1728.
- Найти сумму делителей числа 96.
- Найти наивысший показатель степени числа 3, делящей 500!
- Вычислить  $\sum_{d|60} \varphi(d)$ , где  $\varphi$  – функция Эйлера.
- Найти количество чисел, не превосходящих числа 300 и кратных числу 12.
- Найти число четных делителей числа 1028.
- Найти сумму четных делителей числа 84.

## Тема 4. Сравнения и классы вычетов.

- Образуют ли числа 3, 5, 9 и 12 полную систему вычетов по модулю 6.
- Образуют ли числа 3, 5, 9 и 12 приведенную систему вычетов по модулю 6.
- Сравнимы ли числа 54 и 90 по модулю 12?
- Найти количество классов вычетов по модулю 24.
- Найти количество приведенных классов вычетов по модулю 24.
- Образуют ли числа 3, 5, 9 и 12 полную систему вычетов по модулю 8.
- Образуют ли числа 3, 5, 9 и 12 приведенную систему вычетов по модулю 8.
- Сравнимы ли числа 54 и 90 по модулю 16?

9. Решить сравнения  $3x \equiv 18 \pmod{12}$ .
10. Решить систему сравнений  $\begin{cases} 5x \equiv 1 \pmod{3}, \\ 3x \equiv 10 \pmod{8}. \end{cases}$

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо изучить теоретический материал по соответствующим вопросам темы, использовать формулы, объяснение которых представлено в соответствующих темах.

**5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.** Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится три таких контрольных мероприятия по графику.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического и теоретического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться учебниками, задачками не разрешено.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемая компетенция ПКС - 1, ПКС - 4):**

**Типовые варианты контрольных работ:**

**Вариант 1**

1. Разложить на простые множители число  $2^{18} + 3^{18}$ , при этом учесть, что оно не может делиться на простые числа вида  $4n + 3$ .
2. Доказать, что  $n!$  делится на  $2^n$ .
3. Доказать, что если  $p, p^2 + 2$  – простые числа, то и  $p^3 + 2$  – простое число.

**Вариант 2**

1. Найти НОД (1403, 1058, 3266).
2. Найти делители числа  $a \cdot b$ , если  $\text{НОД}(a, b) = 1$ ;  $\text{НОК}(a, b) = 24$ .
3. Доказать, что число  $n^5 - n$  делится на 30.

**Вариант 3**

1. Найти количество чисел, не превосходящих числа 300 и кратных числу 15.
2. Найти число четных делителей числа 514.
3. Найти сумму делителей числа 84.

**Вариант 4**

1. Найти наибольшую степень простого числа 3, делящий число 600!
2. Найти число целых точек, расположенных под гиперболой  $y = \frac{18}{x}$  в I четверти.

3. Установить простоту числа 709.

### **Вариант 5**

1. Найти количество классов вычетов по модулю 28.
2. Найти количество приведенных классов вычетов по модулю 28.
3. Решить сравнения  $3x \equiv 10 \pmod{8}$ .

### **Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)**

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

5-6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3-4 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее 3 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

### **5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Избранные главы теории чисел» (контролируемая компетенция ПКС - 1, ПКС - 4):**

**Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС - <http://open.kbsu.ru/moodle/enrol/index.php?id=4590>**

1. Количество треугольных чисел, не превосходящих числа 30 равно:

-: 10; -: 6; -: 8; +: 7.

2. Десятое пятиугольное число равно:

-: 35; -: 150; +: 145; -: 155.

3. Даное треугольное число равно 120. Следующее за ним треугольное число равно 360;

-: 360; +: 136; -: 129; -: 171.

4. Число 190 является:

-: удвоенным треугольным числом; -: утроенным треугольным числом;  
+: шестиугольным числом; -: пятиугольным числом.

5. Известно, что целое число одновременно является и треугольным и квадратным. Такое число равно:

-: 25; +: 36; -: 49; -: 64.

6. Сумма двух последовательных треугольных чисел равна 81. Тогда наибольшее из треугольных чисел равно:

+: 45; -: 55; -: 66; -: 78.

7. Известно, что 496 есть шестиугольное число. Тогда количество предшествующих ему шестиугольных чисел равно:

-: 14; -: 16; +: 15; -: 18.

8. Дано пятиугольное число 532. Следующее за ним пятиугольное число равно:

-: 477; -: 651; +: 590; -: 715.

9. Разность двух последовательных квадратных чисел равна 65. Наименьшее из этих чисел равно:

-: 39; -: 30; -: 31; +: 1024.

10. Пятиугольное число расположено между числами 335 и 420. Тогда это число равно:

-: 350; -: 410; +: 376; -: 400.

### **5.2.3 Оценочные материалы для проведения коллоквиума (контролируемая компетенция ПКС - 1, ПКС - 4):**

Коллоквиум – собеседование преподавателя с обучающимся с целью контроля глубины усвоения теоретического материала, изучения рекомендованной литературы. Коллоквиум - это форма контроля, вид помощи обучающимся и метод стимулирования их самостоятельной работы. Коллоквиум охватывает только раздел или тему изучаемой дисциплины.

#### **Темы коллоквиума:**

1. Совершенные числа.
2. Дружественные числа.
3. Треугольные числа.
4. Квадратные числа.
5. Пятиугольные числа.
6. Шестиугольные числа.
7. Двенадцатиугольные числа.
8. Многоугольные числа.
9. Тетраэдральные числа.
10. Количество простых чисел (теорема Евклида); оценка  $n$ -го простого числа; неравномерность распределения простых чисел.
11. Критерий простоты числа. Решето Эратосфена.
12. Две леммы о простых числах.
13. Основная теорема арифметики и ее следствия. Каноническое разложение числа.
14. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
15. Простые числа, представимые суммой двух квадратов.
16. Простые числа Мерсенна и их связь совершенными числами.
17. Простые числа Ферма и их свойства.
18. Простые числа в некоторых последовательностях; теорема Дирихле.
19. Функция числа простых чисел; результаты Чебышёва.
20. Функции целой и дробной части и их свойства.
21. Мультипликативные функции и их свойства.
22. Применение функции целой части к разложению  $n!$  на простые множители.



23. Порядок целого числа относительно простого числа как аналог логарифмической функции.
24. Функции числа делителей и суммы делителей.
25. Обобщение функции числа делителей.
26. Число целых точек внутри круга (теорема Гаусса).
27. Число целых точек под гиперболой (теорема Дирихле).
28. Нахождение целых корней алгебраических уравнений с одним неизвестным.
29. Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными.
30. Линейные диофантовы уравнения общего вида.
31. Метод Эйлера решения линейных диофантовых уравнений.
32. Диофантовы уравнения, связанные с представлением целого числа суммой двух квадратов.
33. Понятие сравнения, свойства сравнений.
34. Полная и приведенная системы вычетов.
35. Классы вычетов и их свойства.
36. Линейное сравнение с одним неизвестным; способы решения.
37. Системы сравнений с одним неизвестным.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

*«отличный (высокий) уровень компетенции»* (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

*«хороший (нормальный) уровень компетенции»* (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

*«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции»* (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

*«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции»* (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40% задач.

**5.3. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации.***

*Целью промежуточной аттестации* по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Она предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний в виде проведения зачета.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной или письменной форме. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

**ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЧЕТ:**  
**(контролируемая компетенция ПКС - 1, ПКС - 4):**

1. Совершенные числа.
2. Дружественные числа.
3. Треугольные числа.
4. Квадратные числа.
5. Пятиугольные числа.
6. Шестиугольные числа.
7. Двенадцатиугольные числа.
8. Многоугольные числа.
9. Тетраэдральные числа.
10. Количество простых чисел (теорема Евклида); оценка  $n$ -го простого числа; неравномерность распределения простых чисел.
11. Критерий простоты числа. Решето Эратосфена.
12. Две леммы о простых числах.
13. Основная теорема арифметики и ее следствия. Каноническое разложение числа.
14. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
15. Простые числа, представимые суммой двух квадратов.
16. Простые числа Мерсенна и их связь совершенными числами.
17. Простые числа Ферма и их свойства.
18. Простые числа в некоторых последовательностях; теорема Дирихле.
19. Функция числа простых чисел; результаты Чебышёва.
20. Функции целой и дробной части и их свойства.
21. Мультипликативные функции и их свойства.
22. Применение функции целой части к разложению  $n!$  на простые множители.
23. Порядок целого числа относительно простого числа как аналог логарифмической функции.
24. Функции числа делителей и суммы делителей.
25. Обобщение функции числа делителей.
26. Число целых точек внутри круга (теорема Гаусса).
27. Число целых точек под гиперболой (теорема Дирихле).
28. Нахождение целых корней алгебраических уравнений с одним неизвестным.
29. Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными.
30. Линейные диофантовы уравнения общего вида.
31. Метод Эйлера решения линейных диофантовых уравнений.
32. Диофантовы уравнения, связанные с представлением целого числа суммой двух квадратов.
33. Понятие сравнения, свойства сравнений.
34. Полная и приведенная системы вычетов.
35. Классы вычетов и их свойства.
36. Линейное сравнение с одним неизвестным; способы решения.
37. Системы сравнений с одним неизвестным.

### ***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

0-15 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

- *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения.
- *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Избранные главы теории чисел» в 1 семестре является зачет.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 2.

***Целью промежуточных аттестаций*** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

### ***Критерии оценки качества освоения дисциплины***

#### ***Оценка «зачтено»***

– теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все

предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На зачете студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

– теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На зачете студент демонстрирует твердое знание основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

– теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На зачете студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

**Оценка «не зачтено»** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На зачете студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенции ПКС-3 представлены в таблице 7.

*Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке*

<b>Результаты обучения (компетенции)</b>	<b>Основные показатели оценки результатов обучения</b>	<b>Индикаторы достижения компетенции</b>	<b>Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций</b>
<b>ПКС-1</b> Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории	<b>Знать:</b> особенности представления собственно новых результатов научной деятельности  <b>Уметь:</b> обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных  <b>Владеть:</b> навыками представления собственных и известных результатов научной деятельности.	<b>ПКС-1.2.</b> Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей	Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1) Оценочные материалы для самостоятельной работы (типичные задачи раздел 5.1.2) Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1) Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2) Оценочные материалы для проведения коллоквиума (раздел 5.2.3)

<p><b>ПКС-4</b></p> <p>Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>Основные методы решения актуальных и значимых задач фундаментальной и прикладной математики.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>применять методы математического моделирования в естественных науках.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>способами исследования математических моделей в естественных науках.</p>	<p><b>ПКС-4.1.</b></p> <p>Способен изучить новейшие результаты исследований и применить их в профессиональной деятельности</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1)</p> <p>Оценочные материалы для самостоятельной работы (типичные задачи раздел 5.1.2)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1)</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2)</p> <p>Оценочные материалы для проведения коллоквиума (раздел 5.2.3)</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 7. Учебно – методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 16 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - специалитет по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика» – Режим доступа: URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71773266/>

### 7.2. Основная литература.

3. Виноградов, И.М. Основы теории чисел: учебное пособие / И.М. Виноградов. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-4098-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115195>
4. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сикорская Г.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 304 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>. — ЭБС «IPRbooks»
5. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Сикорская Г.А. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 304 с. — ISBN 978-5-7410-1943-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/78763.html>
6. Основы комбинаторики и теории чисел. Сборник задач : учебное пособие / А.А. Глибичук [и др.].. — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2019. — 103 с. — ISBN 978-5-91559-259-8. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/103378.html>
7. Осипова, Л. А. Теория чисел: учебно-методическое пособие / Л. А. Осипова. — Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2019. — 107 с. — ISBN 978-5-8353-2457-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169533>
8. Кайгородов, Е. В. Теория чисел: учебное пособие / Е. В. Кайгородов. — Горно-Алтайск:

ГАГУ, 2018. — 208 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159327>

9. Адамова, Р. С. Теория чисел: учебно-методическое пособие / Р. С. Адамова. — Воронеж: ВГУ, 2018. — 64 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/171180>

### **7.3.Дополнительная литература**

10. Веретенников Б.М. Алгебра и теория чисел. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веретенников Б.М., Михалева М.М.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 52 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66141.html>. — ЭБС «IPRbooks»
11. Балюкевич Э.Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Балюкевич Э.Л., Алферова З.В., Романников А.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 278 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>. — ЭБС «IPRbooks»
12. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. — Москва : МЦНМО, 2009. — 552 с. — ISBN 978-5-94057-511-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/9368>
13. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 192 с. — ISBN 978-5-9221-0741-9. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2319>
14. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1985. — 560 с.
15. Михелович Ш.Х. Теория чисел. М.: Высшая школа, 1967г.-336с.
16. Рязанов Ю.Д. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Рязанов Ю.Д.— Электрон. текстовые данные.— Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2016.— 298 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/80509.html>.— ЭБС «IPRbooks»
17. Лыткина Д.В. Введение в аналитическую теорию чисел. Часть 1. Пределы в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лыткина Д.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016.— 97 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55470.html>
18. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Учебно-пед.изд-во Минист.Просв.РСФСР, 1960г.-376с.

### **7.4.Периодические издания**

19. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.  
20. Известия РАН. Серия математическая  
21. Успехи математических наук

### **7.5. Интернет – ресурсы**

При изучении дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» студентам полезно пользоваться следующими Интернет – ресурсами:

**- общие информационные, справочные и поисковые:**

22. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.  
 23. . Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>  
 24. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

**Перечень актуальных электронных информационных баз данных,  
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ**

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ»	Полный доступ
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 г. Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
3.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва)	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва)	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
5.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург)	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://нэб.рф">https://нэб.рф</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666 -п от 10.09.2020г. Сроком на 5 лет	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	<b>ЭБС «IPRbooks»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов)	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://www.biblio-online.ru/">https://www.biblio-online.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва)	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
10	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prlib.ru">http://www.prlib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) <b>Соглашение от 15.11.2016г. бессрочный</b>	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115,214)

Кроме того, обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

25. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL: <http://www.sciencedirect.com>.

26. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

27. PlanetMath.Org – Математическая энциклопедия

28. Глоссарий по математике [http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl\\_sch2.cgi?RMgylsgyoqg](http://www.glossary.ru/cgi-bin/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg)

29. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>

30. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>

#### **7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.**

Учебная работа по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных, семинарских, лабораторных и практических занятий к общему



количеству часов соответствует учебному плану специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика».

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Избранные вопросы теории чисел» для обучающихся***

Цель курса «Избранные вопросы теории чисел» - подготовка обучающихся, обладающих знаниями в теории кривых и поверхностей, внутренней геометрии поверхностей, теории метрических и топологических пространств, теории компактных пространств и тензорного анализа.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят доклады и сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики страхования. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

В ходе изучения дисциплины обучающийся имеет возможность подготовить реферат по выбранной из предложенного в Рабочей программе списка теме. Выступление с докладом по реферату в группе проводится в форме презентации с использованием мультимедийной техники.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;

- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;

- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую; информационно-обучающую; ориентирующую и стимулирующую; воспитывающую; исследовательскую.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой

уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.
2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:
  - медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
  - выделить ключевые слова в тексте;
  - постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.
3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету:***

Зачет в 9-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень

усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать 30 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на зачетные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Зачет проводится в письменной / устной форме.

При проведении зачета в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет зачетные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; практические задания. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня зачетных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне зачетной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный зачет, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего зачет. На подготовку ответа на билет на зачете отводится 20 минут.

При проведении письменного зачета на работу отводится 60 минут.

Результат устного зачета выражается оценками «зачтено» и «не зачтено», дифференцированного устного зачета - оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «зачтено» выставляется, если студент показал при ответе на зачетные вопросы знание основных положений учебной дисциплины, допустил отдельные погрешности и сумел устранить их с помощью преподавателя; знаком с основной литературой, рекомендованной рабочей программой.

Оценка «не зачтено» выставляется, если при ответе на зачетные вопросы выявились существенные пробелы в знании основных положений учебной дисциплины, неумение студента даже с помощью преподавателя сформулировать правильные ответы на вопросы билета.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются демонстрационное оборудование.

При проведении занятий лекционного/ семинарского типа используются:  
*лицензионное программное обеспечение:*

- программное обеспечение средств антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition. 1000-1500 Node 1 year Educational Renewal License (KL4863RAVFQ);

- программное обеспечение для работы с PDF-документами. ABBYY FineReader 15 Business.

- программное обеспечение для работы с документами формата PDF Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Level 1 (1-9) Education Named License 65297997BB01A12

- офисное программное обеспечение МойОфис Стандартный

*свободно распространяемые программы:*

- Web Browser – Firefox;
- AcademicMarthCADLicense - математическое программное обеспечение, которое позволяет выполнять, анализировать важнейшие инженерные расчеты и обмениваться ими;
- 7zip - программ для сжатия и распаковки файлов;
- AdobeReader– программа для чтения PDF файлов;
- DjvuReader – приложения для распознавания, конвертирования и работы с Djvu файлами.

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные

технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Избранные вопросы теории чисел»  
по направлению подготовки специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и  
механика, профиль «Фундаментальная математика» на \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных  
уравнений протокол № 1 от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г.

Зав. кафедрой А и ДУ \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	до 10 баллов	до 3 б.	до 3б.	до 4б.
2.	Текущий контроль:	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10б.
	Ответ на 5 вопросов	от 0 до 15 б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до 15 б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	от 0 до 10б.	от 0 до 3б.	от 0 до 3б.	от 0 до 4б.
3.	Рубежный контроль	до 30 баллов	до 10 б.	до 10 б.	до 10 б.
	тестирование	от 0- до 15б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.	от 0- до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
4.	Итого сумма текущего и рубежного контроля	до 70 баллов	до 23 баллов	до 23 баллов	до 24 баллов



**Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

**Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
1	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

**Промежуточная аттестация**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
1	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопроси частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопросили частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.